

С о д е р ж а н и е

ПРЕДИСЛОВИЕ

ВВЕДЕНИЕ

ГЛАВА 1. Электромагнитные волны

- 1.1. Плоские электромагнитные волны
- 1.2. Энергия и импульс электромагнитного поля
- 1.3. Шкала электромагнитных волн

ГЛАВА 2. Излучение электромагнитных волн

- 2.1. Волновой характер электромагнитного поля движущегося заряда
- 2.2. Определение электромагнитных полей колеблющегося заряда
- 2.3. Электромагнитное поле рамки с током
- 2.4. Средняя мощность электромагнитной волны, излученной движущимся зарядом

ГЛАВА 3. Распространение электромагнитных волн в веществе

- 3.1. Уравнение гармонической электромагнитной волны в веществе
- 3.2. Классификация сред распространения электромагнитных волн
- 3.3. Скин-эффект
- 3.4. Отражение и прохождение электромагнитной волны через плоскую границу раздела двух сред с различными значениями их диэлектрических и магнитных проницаемостей

ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн

- 4.1. Понятие интерференции электромагнитных волн
- 4.2. Расчет интерференционной картины от двух источников
- 4.3. Временная и пространственная когерентность электромагнитных (световых) волн
- 4.4. Интерференция в тонких плёнках
- 4.5. Применения интерференции
- 4.6. Эффект Вавилова-Черенкова

ГЛАВА 5. Дифракция света

- 5.1. Принцип Гюйгенса-Френеля
- 5.2. Зоны Френеля
- 5.3. Дифракция Френеля электромагнитных волн на простейших препятствиях
- 5.4. Дифракция Фраунгофера
- 5.5. Дифракционная решётка
- 5.6. Дифракция рентгеновских лучей

ГЛАВА 6. Голография

- 6.1. Принципы записи и восстановления волновых фронтов
- 6.2. Виды голограмм
- 6.3. Основные параметры голограмм

6.4. Применение голографии

ГЛАВА 7. Взаимодействие электромагнитных волн с материальными средами

7.1. Дисперсия электромагнитных волн. Экспериментальные результаты

7.2. Теория нормальной дисперсии

7.3. Учет затухания лорентцевых осцилляторов. Теория аномальной дисперсии и поглощения электромагнитных волн

ГЛАВА 8. Поляризация электромагнитных волн

8.1. Естественный и поляризованный свет

8.2. Закон Малюса

8.3. Световые волны в кристаллах

8.4. Поляризационные устройства

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

[титульная страница](#) | [наверх](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

Об учебнике

Том 4 курса системы открытого образования "Физика в техническом университете"

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ И ОПТИКА

ПРЕДИСЛОВИЕ

Электромагнитные волны и оптические явления представляют собой раздел курса общей физики, который составляет фундамент знаний, имеющих большое значение не только для формирования научного кругозора студентов, но и для понимания ими современных приложений явлений электромагнетизма в промышленности, сельском хозяйстве, здравоохранении, индустрии телекоммуникаций, информационных технологий, радиоэлектронике, оптоэлектронике и комплекса наук о компьютерах.

В предлагаемом учебном пособии все изучаемые свойства электромагнитных волн и оптические явления рассматриваются на основе анализа решений системы уравнений Максвелла с помощью методов, характерных для физической оптики, позволяющих не только получить качественное представление о рассматриваемых явлениях, но и дать количественную оценку сопровождающих их эффектов.

Изучение свойств электромагнитных волн и оптических явлений в полном объёме и строгости их анализа в рамках курса общей физики является не простым делом для студентов из-за многоплановости эффектов взаимодействия электромагнитных волн с веществом, требующей для описания рассматриваемых явлений применения широкого спектра средств математических методов. Это обстоятельство заставило авторов данного учебного пособия при изучении свойств электромагнитных волн и оптических явлений использовать самые простые постановки задач, допускающие исчерпывающие наглядные объяснения наблюдаемых эффектов в рамках волновой теории света и позволяющие сделать обоснованные обобщения, не прибегая к изощрённым расчётам, характерным для методов теоретической физики.

Данное учебное пособие основано на лекциях по курсу общей физике в Московском Государственном Техническом Университете им. Н. Э. Баумана, которые авторы читали студентам второго года обучения в течение второй половины осеннего семестра. Содержание курса преследовало цель сделать практически полезным изучаемый материал студентам разных специальностей, в том числе и таких, для которых приобретенные знания являются профильными.

Авторы выражают огромную признательность заведующему кафедрой физики МГТУ им. Н. Э. Баумана профессору А.Н. Морозову и профессору Л.К. Мартинсону за внимательное прочтение рукописи и её редактирование, также К. Б. Павлову за полезное обсуждение рассматриваемых в книге вопросов.

Курс для системы открытого образования создан на основе курса лекций, читаемого в течение трех семестров студентам 1 и 2 курсов МГТУ им. Н.Э. Баумана. Программа соответствует требованиям,

предъявляемым к курсу физики в техническом университете и ее объем - 390 часов.

Электронное учебное пособие состоит из 6 частей:

- 1. Физические основы механики (А.М. Афонин)**
- 2. Физическая термодинамика (К.В. Глаголев, А.Н. Морозов)**
- 3. Основы электромагнетизма (А.М. Макаров, Л.А. Лунева)**
- 4. Электромагнитные волны и оптика (О.С. Литвинов, К.Б. Павлов, В.С. Горелик)**
- 5. Квантовая теория (Л.К. Мартинсон, Е.В. Смирнов)**
- 6. Физика твердого тела (Б.Е. Винтайкин)**

Для использования курса необходим стандартный браузер типа MS Internet Explorer 5.0.

Программная реализация курса создана на кафедре физики МГТУ в процессе выполнения проекта (код 1.1.2.5(104).039) по программе "СОЗДАНИЕ СИСТЕМЫ ОТКРЫТОГО ОБРАЗОВАНИЯ" в 2001-2002 г.г.

Если у Вас возникли вопросы по работе с системой, обратитесь к [руководству пользователя](#).

[титовльная страница](#) | [наверх](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[]Sote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

Поиск

| | | |
|------------------------------|----------------------------------|-------|
| Введите фрагмент для поиска: | | Точно |
| Не учитывать порядок слов | Искать словосочетание | |
| Выдавать по | результатов на странице. | |
| Показывать не более | предложений из одного параграфа. | |

При расширенном поиске осуществляется сканирование всего текста учебника и, таким образом, если искомый фрагмент существует в тексте, то Вы обязательно получите информацию о том, в каком разделе этот фрагмент находится. Однако процесс поиска может занять от 9 до 30 секунд в зависимости от загруженности сервера.

Включение флажка "*Точно*" позволяет искать только слова (словосочетания) строго соответствующие введенному фрагменту для поиска. Если этот флажок выключен, то подходящими считаются слова и выражения, содержащие введенный фрагмент. Например, если флажок "*Точно*" выключен, при запросе "**одно**" подходящими будут считаться разделы, содержащие слова: "**одно**", "**одного**", "**исходного**", "**свободного**" и т.п. Используйте это при построении запросов.

Положение переключателя "*Не учитывать порядок слов*" означает, что подходящими будут считаться предложения, содержащие все искомые слова без учета их взаимного расположения в предложении.

Положение переключателя "*Искать словосочетание*" означает, что порядок слов в запросе будет учтен при поиске.

Минимальная длина запроса - три буквы.

[титовая страница](#) | [наверх](#)

ВВЕДЕНИЕ

В предлагаемом учебном пособии изучаются свойства электромагнитных волн и оптические явления. Их знание имеет не только важное научное значение, но и составляет основу для понимания современных приложений явлений электромагнетизма в промышленности, сельском хозяйстве, биотехнологиях, здравоохранении, индустрии телекоммуникаций, информационных технологий, радиоэлектронике, оптоэлектронике и комплекса наук о компьютерах.

По этой причине вряд ли нужно много говорить о том насколько важным является знание разделов физики, в которых изучаются электромагнитные волны и оптические явления, для формирования научного кругозора и образования современного инженера-исследователя. Свойства электромагнитных волн, основные их закономерности распространения в различных средах, причём, не только в пространственно однородных, но и неоднородных, в частности, в анизотропных, исследование механизма излучения волн, волновая природа светового и теплового излучения, явления интерференции и дифракции световых волн, голография - вот далеко не полный перечень вопросов, ознакомлению с которыми призвана содействовать данная книга.

В традиционных курсах общей физики перечисленные выше вопросы составляют содержание раздела этой науки, называемого физической оптикой. Для физической оптики характерно изучение всех рассматриваемых в ней явлений с электромагнитной волновой точки зрения. Свойства электромагнитных/световых волн, особенности их излучения и распространения в диэлектрических и проводящих средах, включая плазму, позволяют объяснить работу многих радиоэлектронных и оптических приборов, без использования которых невозможно представить существование современной цивилизации. Для этого достаточно указать на лазеры, телескопы, микроскопы, телевизоры, компьютеры, фотоаппараты, видеокамеры, системы космической связи, медицинские томографы, средства бесконтактной диагностики и др. Вот неполный перечень приборов, в основе функционирования которых лежат принципы физической оптики.

Конечно же, нельзя не отметить, что работа некоторых перечисленных устройств и систем допускает объяснение с помощью методов и подходов геометрической оптики. Однако, оптические явления, которые могут быть рассмотрены с помощью геометрической оптики, в физической оптике получают своё объяснение с помощью предельного перехода при стремлении длины волны излучения к нулю, в ходе которого предполагается, что длина волны во много раз меньше размеров неоднородности среды распространения. По этой причине отдельного изучения методов геометрической оптики в данной книге нет. В то же время в книге достаточно подробно обсуждается физический смысл понятия луча, а также определяются границы применимости методов геометрической оптики для анализа различных оптических приборов и устанавливается общность таких хорошо известных законов геометрической оптики, как отражение и преломление светового луча на границе раздела двух прозрачных сред, законы формирования оптического изображения объектов в тонкой линзе, на основе решения соответствующих задач дифракции плоской электромагнитной волны на соответственно плоской границе раздела двух диэлектриков без потерь, фазовом экране с

квадратичным законом изменения проходящей через него плоской волны.

Как было отмечено выше, физическая оптика, изучая широкий круг явлений взаимодействия света со средой распространения, оказывается теснейшим образом связанной практически со всеми разделами современной физики. В самом деле, эффекты взаимодействия электромагнитных/световых волн со средой, а также с её различными неоднородностями зависят от состояния среды, определяемого совокупностью физических параметров данной среды, например, температурой, плотностью, давлением, проводимостью и пр. По этой причине явления взаимодействия света со средой распространения имеют многоплановый характер и требуют для своего исследования привлечения методов и идей из арсенала всей современной физики.

С другой стороны методы физической оптики, применяемые для исследования взаимодействия света со средой распространения, обладая простотой реализации и высокой точностью, широко используются во многих других разделах физики, не связанных непосредственно с оптикой и её приложениями. Примером могут служить методы оптической интерферометрии, широко применяемые для контроля качества обработки поверхности в машиностроении, высокоточных измерений показателей преломления различных веществ для решения различных исследовательских задач.

Необходимо отметить, что физическая оптика имеет огромные заслуги в развитии физики как науки о законах природы. Две господствующие теории - теория относительности и квантовая теория, определяющие облик современной физики, развились благодаря исследованиям оптических явлений.

По этой причине содержание данной книги не только представляет собой естественное продолжение книги, посвящённого явлениям электростатики и магнитостатики, но и является своеобразным мостиком между классической и квантовой физикой, рассматриваемой далее в соответствующих томах учебного пособия. Естественными предпосылками этого обстоятельства являются во первых исторические причины, а во вторых дуализм световых/электромагнитных волн. Развитие классической электродинамики в конце XIX в начале XX века, последовательное её применение благодаря трудам Лорентца для объяснения различных явлений природы в том числе и эффектов, сопровождающих взаимодействие электромагнитных волн со средой распространения таких как явление Фарадея, Зеемана, Керра, Коттона - Мутона, молекулярного рассеяния света и др., позволило их объяснить, хотя и не исчерпывающим образом.

Однако, закономерности теплового излучения нагретых тел, а также законы фотоэффекта классическая электродинамика объяснить не смогла. Лишь предположение М. Планка о дискретном характере испускания и поглощения электромагнитного излучения атомами нагретого вещества, а также гипотезы А. Эйнштейна о возможности представления плоской электромагнитной волны в виде потока частиц (фотонов) позволило объяснить отмеченные выше законы. Эти предположения легли в основу нового раздела физики, получившего название квантовой физики. Квантовая физика позволила не только объяснить известные законы микромира, но и способствовала открытию новых, приведших к существенному прорыву в технологиях, связанных с различными родами деятельности человечества. Для конкретности укажем на изобретения способа расщепления атомного ядра, устройств генерации оптических когерентных колебаний - лазеров, полупроводниковых приборов преобразования электрических колебаний - диодов и транзисторов, а также многих других. Развитие квантовой физики в XX веке привело к возникновению широкого круга наук, изучающих различные аспекты проявления квантовой природы микромира. В частности, явления взаимодействия электромагнитных волн/света со средой распространения исследуются соответственно в квантовой электродинамике и квантовой оптике. Вопросы, составляющие содержание этих наук, не рассматриваются в данной книге, хотя без их понимания невозможно современная трактовка и объяснение явлений взаимодействия электромагнитных волн/света со средой распространения.

Несмотря на это, при изложении свойств плоских электромагнитных волн отмечается, что их скорость, взаимосвязь плотности энергии и плотности потока переносимого импульса такие же, как у фотона. Ну и конечно же не рассматривается принцип работы лазера, хотя при изучении законов интерференции световых волн указывается, что в качестве их источника может быть использован выше упомянутый прибор.

Материалы, составляющие содержание данного учебного пособия, сгруппированы в восемь глав, в которых последовательно изучаются свойства электромагнитных волн, начиная от самых простых, связывающих компоненты полей электромагнитных волн, определяющих их поляризацию, до сложных и необычных, связанных с такими понятиями, как интерференция и дифракция волн. Неотъемлемую часть содержания этого учебного пособия составляют задачи, помещенные в конце некоторых из параграфов. В этих задачах освещаются теоретические вопросы, изложение которых позволяет составить более полное представление о свойствах электромагнитных волн, изучаемых в основном тексте пособия.

Электромагнитные волны и оптические явления изучаются в курсе общей физики в Московском Государственном Техническом Университете им. Н. Э. Баумана на протяжении двенадцати лекций, прослушиваемых студентами второго курса в течение второй половины осеннего семестра. В основу данного учебного пособия авторы положили лекции, которые они читали студентам разных специальностей, в том числе и таких, для которых приобретенные знания являются профильными. По этой причине авторы при изложении материала стремились создать не только качественные представления о рассматриваемых физических явлениях, достаточные для формирования научного кругозора современного инженера, но и ознакомить с необходимыми методами расчёта, весьма важными для их практического использования при изучении на старших курсах специальных дисциплин, а также и в будущем после получения высшего образования.

Изучение свойств электромагнитных волн и оптических явлений в полном объёме и строгости их анализа в рамках курса общей физики является не простым делом для студентов второго курса не только из-за многоплановости эффектов взаимодействия электромагнитных волн с веществом, но и из-за необходимости применения для описания рассматриваемых явлений широкого спектра средств математических методов, в частности, методов теории вероятности и гармонического анализа.

В самом деле, условие наблюдения явления интерференции электромагнитных волн приводит к появлению таких понятий как временная и пространственно когерентность интерферирующих волн, которые для своего строгого определения используют понятия коррелированности протекания двух колебательных процессов. В соответствии же с учебными программами корреляционная теория случайных функций изучается в технических университетах в лучшем случае в следующем семестре, после того как заканчивается курс общей физики. Отмеченное затруднение проявляется также при выводе формул для оценки времени когерентности и радиуса пространственной когерентности, обоснование которых также невозможно без понятий пространственного и временного спектра источников волн, основывающихся на математической теории интегралов и рядов Фурье, недоступной студенту в момент изучения вышеупомянутых вопросов. Аналогичные проблемы возникают при изучении явлений дифракции электромагнитных волн, в частности дифракции Френеля и Фраунгофера, необходимым условием успешного усвоения которых является также знакомство с понятием временного и пространственного спектра источника волн.

Эти обстоятельства заставили авторов данного учебного пособия при изучении свойств электромагнитных волн и оптических явлений использовать самые простые постановки задач, допускающие исчерпывающие наглядные объяснения наблюдаемых эффектов в рамках волновой

теории света и позволяющие сделать обоснованные обобщения, не прибегая к изощрённым расчётам, характерным для методов теоретической физики.

Для понимания материалов изложенных в этом учебном пособии достаточно знаний, полученных студентами при изучении механики, основ молекулярной физики и термодинамики, а также основ электричества и магнетизма. В последнем из перечисленных выше разделов изучаются законы электромагнетизма, нашедшие своё отражение в компактной форме в виде системы уравнений Максвелла. По этой причине начале первой главы данного пособия делается краткое напоминание о том, что собой представляет система уравнений Максвелла. Необходимость этого обусловлена также и тем, что рассматриваемые ниже свойства электромагнитных волн и их применение для объяснения оптических явлений являются следствиями системы уравнений Максвелла. В связи с этим необходимо отметить, что при изучении электромагнитных волн и оптических явлений система уравнений Максвелла широко используется не только для формирования качественных представлений о рассматриваемых физических явлениях, но и для вывода формул, позволяющих дать количественную оценку сопровождающих их физических эффектов. Примером этого может служить приводимый ниже в восьмой главе расчёт скорости света необыкновенной электромагнитной волны, возникающей в одноосном кристалле при распространении в нём электромагнитной волны.

Помимо отмеченного выше напоминания о системе уравнений Максвелла в первой главе имеется материал вводного характера, напоминающий студенту основные свойства колебательного процесса, а также специфические особенности описания колебаний в волне, амплитуда и фаза которой зависят не только от времени, но и от координат точки наблюдения.

Необходимо обратить внимание на одну из не традиционных методических особенностей изучения свойств электромагнитных волн и оптических явлений в предлагаемом учебном пособии, состоящую в том, что рассмотрение в нём любого вопроса имеет два чётких уровня. Первый уровень - первоначальное ознакомление с рассматриваемыми явлениями, на котором создаётся общее представление о них. Второй уровень - обоснование и уточнение полученных представлений на первом уровне в результате решения соответствующих уравнений, получения физических следствий и возможных обобщений.

Так, информация об основных свойствах электромагнитных волн, их разнообразных видах даётся студенту раньше, чем его знакомят со строгим решением волнового уравнения, представляющего собой математическое следствие упомянутой выше системы уравнений Максвелла. При изучении закона Малюса и особенностей распространения световых волн в оптически анизотропных средах вначале рассматривается на качественном уровне интерпретация опытов Г. Герца по прохождению электромагнитных волн через экран из параллельных проводящих проводов, являющихся моделью оптической анизотропии, имеющей место в кристаллах вследствие упорядоченного расположения пространстве составляющих их атомов и молекул.

На взгляд авторов данного учебного пособия такой подход активизирует у студента интуитивное мышление, которое, как хорошо известно, не только облегчает усвоение изучаемых ниже довольно сложных вопросов распространения электромагнитных волн, но и превращает их изучение в увлекательный процесс, в ходе которого сформулированные на интуитивном уровне представления о свойствах волн получают в дальнейшем на следующем уровне их изучения строгое математическое обоснование. Авторы льстят себя надеждой, что интерес студентов к физике волновых процессов, который может вызвать проникновение в сущность оптических и электромагнитных явлений, излагаемых ниже, в дальнейшем будет способствовать их увлечению физикой не только, как наукой, расширяющей кругозор современного инженера исследователя, но и как источника плодотворных идей, позволяющих решать широкий спектр разнообразных практических задач благодаря



ГЛАВА 1. Электромагнитные волны

Эта глава посвящена изучению основных свойств электромагнитных волн на примере плоских гармонических электромагнитных волн. Исследуется решение волнового уравнения, определяющее пространственно-временной характер колебаний векторов электромагнитных волн. Устанавливается поперечный характер электромагнитных волн и связанное с этим свойство поляризации колебаний векторов электромагнитных волн. Изучается взаимосвязь амплитуд и фаз плоских гармонических электромагнитных волн, зависимость фазовой скорости распространения электромагнитных волн от параметров среды распространения, обсуждается понятие групповой скорости распространения волнового пакета и её связь с фазовой скоростью электромагнитной волны. Рассматривается понятие плотности потока энергии, переносимой электромагнитной волной, плотности энергии электромагнитной волны и теорема Умова - Пойнтинга. Завершается глава изучением спектра электромагнитных волн, основных свойств электромагнитных волн различных участков спектра, электромагнитной природы света. Обсуждается взаимосвязь понятия луча, широко используемого в оптике, и плоской электромагнитной волны.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

ГЛАВА 1. Электромагнитные волны**1.1 Плоские электромагнитные волны****Понятие электромагнитной волны.**

Как известно¹, *электромагнитные поля* определяются путём задания в каждой точке пространства четырёх векторов:

- а) вектора напряжённости электрического поля \vec{E} ;
- б) вектора напряжённости магнитного поля \vec{H} ;
- в) вектора электрического смещения \vec{D} ;
- г) вектора магнитной индукции \vec{B} .

Эти векторы не являются независимыми. Попарно векторы \vec{D} , \vec{E} , а также \vec{B} , \vec{H} связаны друг с другом с помощью *материальных уравнений*. Наиболее простой вид материальные уравнения имеют для однородных изотропных сред, *относительные значения диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостей* которых имеют постоянные значения для любой точки наблюдения электромагнитного поля:

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}; \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \quad (1.1a)$$

Вектора \vec{E} , \vec{D} , \vec{H} , \vec{B} в общем случае зависят как от координат точки наблюдения x, y, z так и от времени t и могут быть найдены из *системы уравнений Максвелла*, решениями которой они являются:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\vec{H} &= \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + \vec{j}; \\ \operatorname{rot}\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}; \\ \operatorname{rot}\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}; \\ \operatorname{div}\vec{D} &= \rho, \\ \operatorname{div}\vec{B} &= 0, \\ \vec{j} &= \sigma(\vec{E} + \vec{E}^{\text{cm}}). \end{aligned} \quad (1.1b)$$

В этих уравнениях: σ - коэффициент *удельной электропроводности среды*, в которой рассматривается электромагнитное поле, \vec{E}^{ext} - *напряженность электрического поля сторонних источников*, ρ - *объемная плотность сторонних электрических зарядов*; \vec{j} - *плотность токов проводимости*.

В дальнейшем будем называть *сторонними токами*, такие токи, которые вызываются электрическими полями \vec{E}^{ext} сторонних источников, причём, их плотность \vec{j}^{ext} может быть вычислена по формуле: $\vec{j}^{ext} = \sigma \vec{E}^{ext}$.

Отметим, что для полей независимых от времени $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$; $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$. В этом случае система (1.1b) распадается на две независимые системы: а) систему уравнений электростатики, определяющую постоянные во времени поля \vec{D}, \vec{E} , и б) систему уравнений магнитостатики, определяющую постоянные во времени поля \vec{B}, \vec{H} .

Для электромагнитных полей, зависящих от времени из системы уравнений Максвелла (1.1b) следует *взаимосвязь изменения их электрических и магнитных полей*. Наиболее просто в этом убедиться, если рассматривать зависящее от времени электромагнитное поле в среде, в которой нет сторонних зарядов, сторонних токов, плотность которых может быть вычислена по формуле $\vec{j}^{ext} = \sigma \vec{E}^{ext}$, и отсутствует проводимость ($\sigma = 0$).

Таким условиям соответствует электромагнитное поле в вакууме, в котором отсутствуют источники сторонних токов и зарядов. Очень близкими свойствами обладает сухой воздух, проводимостью которого в обычных условиях можно пренебречь.

В этом случае первые два уравнения системы (1.1a) связывают между собой изменение в пространстве и времени электрического и магнитного полей. Отсюда следует основное свойство зависящих от времени электромагнитных полей, состоящее в согласованности изменения электрического и магнитного поля.

Так, при изменении во времени электрического поля возникает изменяющееся в пространстве переменное магнитное поле, которое приводит к появлению меняющегося в пространстве электрического поля. И, наоборот, при изменении во времени магнитного поля возникает изменяющееся в пространстве переменное электрическое поле, которое приводит к появлению меняющегося в пространстве магнитного поля.

Физическая причина такой взаимосвязи является следствием закона электромагнитной индукции и наличием тока смещения, связывающих между собой электрическое и магнитное поля. Причём, взаимосвязь электрических и магнитных полей имеет место даже в отсутствии сторонних токов и зарядов, являющихся источниками электромагнитного поля.

Процесс согласованного изменения электрического и магнитного полей в пространстве и времени, при распространении электромагнитного возмущения из одной точки пространства в другую, получил название электромагнитной волны.

Источниками электромагнитных волн, как это следует из системы уравнений Максвелла (1.1b), являются меняющиеся во времени сторонние токи и заряды. Исследование процесса излучения электромагнитных полей меняющимися во времени сторонними токами и зарядами будет более

рассмотрено подробно в главе 2.

Существование электромагнитных волн впервые было предсказано английским физиком *М.Ф. Фарадеем* в 1832г. В 1865г. английский физик *Дж. К. Максвелл* теоретически показал, что скорость распространения электромагнитных волн в вакууме равна скорости света. Подтверждение открытых свойств электромагнитных волн и обширные их экспериментальные исследования было сделано немецким физиком *Г. Герцем (1887-1888)*.

В ходе экспериментальных исследований свойств электромагнитных волн Г. Герц обнаружил, что законы распространения электромагнитных волн и света одинаковы. В частности, у них одинаковый характер преломления и отражения от диэлектрических и металлических тел. Часть из этих опытов мы изложим в дальнейшем по мере более детального изучения электромагнитных волн и оптики.

Виды электромагнитных волн.

Рассмотрим наиболее простой вид электромагнитных волн - *электромагнитные гармонические (монохроматические) волны*. Для электромагнитных гармонических волн величины векторов $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ изменяются во времени по закону косинуса или синуса. Если какой либо один из четвёрки векторов электромагнитной волны меняется по закону косинуса или синуса, то, как это следует из системы уравнений Максвелла, и другие три вектора будут меняться во времени как функции синуса и косинуса.

Итак, изменение *вектора напряжённости электрического поля* $\vec{E}(\vec{r}, t)$ *электромагнитной гармонической волны* определяется следующим выражением:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) \cos(\omega t - \varphi(r) - \varphi_0) \quad (1.2)$$

где \vec{r} - радиус вектор точки наблюдения с координатами x, y, z ; $\omega = 2\pi/T$ - круговая частота колебаний [рад/сек], определённая периодом колебаний T ; $\vec{E}_0(\vec{r})$ - амплитуда колебаний электрического поля, зависящая от положения точки наблюдения.

В дальнейшем будем называть *полной фазой колебаний волны* аргумент функции косинуса в выражении (1.2):

$$\varphi_s = \omega t - \varphi(\vec{r}) - \varphi_0$$

Значение начальной фазы φ_0 колебаний зависит от выбора момента начала отсчёта времени и/или положения центра декартовой системы координат. По этой причине можно считать $\varphi_0 = 0$.

Из выражения (1.2) следует, что полная фаза гармонической волны имеет две составляющие:

а) *временную составляющую фазы* ωt , *линейно изменяющуюся во времени со скоростью изменения, равной круговой частоте колебаний* ω ;

б) *пространственную составляющую фазы* $\varphi(\vec{r})$, характер зависимости которой от положения точки наблюдения \vec{r} , как мы увидим ниже, определяется расстоянием r , пройденным волной от источника до точки наблюдения, т.е.:

$$\varphi(\vec{r}) = kr,$$

где

$$k = 2\pi / \lambda$$

- волновое число, определяемое длиной волны $\lambda = 2\pi / \omega$; (c - скорость света в вакууме).

Отсюда следует, что пространственная составляющая полной фазы является линейно изменяющейся функцией от расстояния, пройденного волной. Можно определить скорость изменения фазы волны в зависимости от пройденного волной расстояния величиной приращения фазы на расстоянии, равным единице длины (в системе СИ - 1 м). В соответствии с этим определением скорость изменения фазы волны в зависимости от пройденного волной расстояния равна волновому числу $k = \omega / c$. По аналогии с круговой частотой ω волновое число k называют *пространственной частотой*. Размерностью волнового числа (пространственной частоты) в системе СИ является м^{-1} . В оптике используется внесистемная единица измерения волнового числа, имеющая размерность мм^{-1} и называемая 'числом линий на мм'. Физическое содержание такого названия станет понятным ниже в главе 5 при изучении явления интерференции света.

Особенностью гармонической электромагнитной волны (1.2) является зависимость полной фазы её колебаний $\varphi_s = \omega t - \varphi(\vec{r}) - \varphi_0$, как от времени, так и от положения точки наблюдения в пространстве.

Отметим, что периодичность изменения во времени гармонической, электромагнитной волны влечёт за собой в силу (1.1b) периодичность пространственного изменения векторов $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$. В проявлении этого свойства гармонических электромагнитных мы убедимся далее.

Другим свойством электромагнитных волн является характер зависимости от положения точки наблюдения пространственной составляющей полной фазы и связанной с ней амплитуды колебаний четвёрки векторов электромагнитного поля.



Рис. 1.1.

В этом смысле самой простой гармонической электромагнитной волной является волна с постоянной амплитудой колебаний в любой точке наблюдения. Такие волны называются *плоскими*². Наиболее простое выражение для векторов электромагнитного поля имеет плоская гармоническая волна, распространяющаяся вдоль одной из координатных осей принятой декартовой системы координат X, Y, Z , например, вдоль оси OX (рис.1.1). Колебания вектора напряжённости электрического поля такой волны будет определяться выражением

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx - \varphi_0) \quad (1.3a)$$

где \vec{E}_0 - амплитуда колебаний электрического вектора, постоянная во всех точках пространства; $kx = (2\pi/\lambda)x$ - пространственная составляющая полной фазы волны, которая имеет постоянное значение в любой плоскости, параллельной плоскости ZOY, определяемое расстоянием, которое прошла волна от точки $x = 0$; φ_0 - начальная фаза колебаний волны при $t = 0$; $x = 0$.

Колебания вектора напряжённости магнитного поля такой волны будет определяться аналогичным выражением

$$\vec{H}(x, t) = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx - \varphi_0) \quad (1.3b)$$

где \vec{H}_0 - амплитуда колебаний электрического вектора, постоянная во всех точках пространства.

Кроме плоских гармонических волн известен достаточно широкий класс электромагнитных волн, у которых амплитуда изменяется с расстоянием. Наиболее простыми из них являются цилиндрические и сферические волны. Представление о цилиндрических волнах можно почерпнуть из наблюдений волн на поверхности воды в водоёме, после того, как в него брошен камень. Амплитуда и фаза колебаний четвёрки векторов *цилиндрической волны* имеет постоянное значение на концентрических поверхностях (рис.1.2a) вдоль оси симметрии которых расположены источники колебаний. На достаточно большом расстоянии r точки наблюдения от источника колебаний амплитуда, создаваемой им цилиндрической волны, убывает обратно пропорционально \sqrt{r} (см. задачу 1.1b).

Амплитуда и фаза колебаний четвёрки векторов *сферической волны* имеет постоянное значение на концентрических сферических поверхностях (рис.1.2b), в центре симметрии которых расположены источники колебаний. На достаточно большом расстоянии r точки наблюдения от источника колебаний амплитуда, создаваемой им сферической волны, убывает обратно пропорционально r (см. задачу 1.1a).

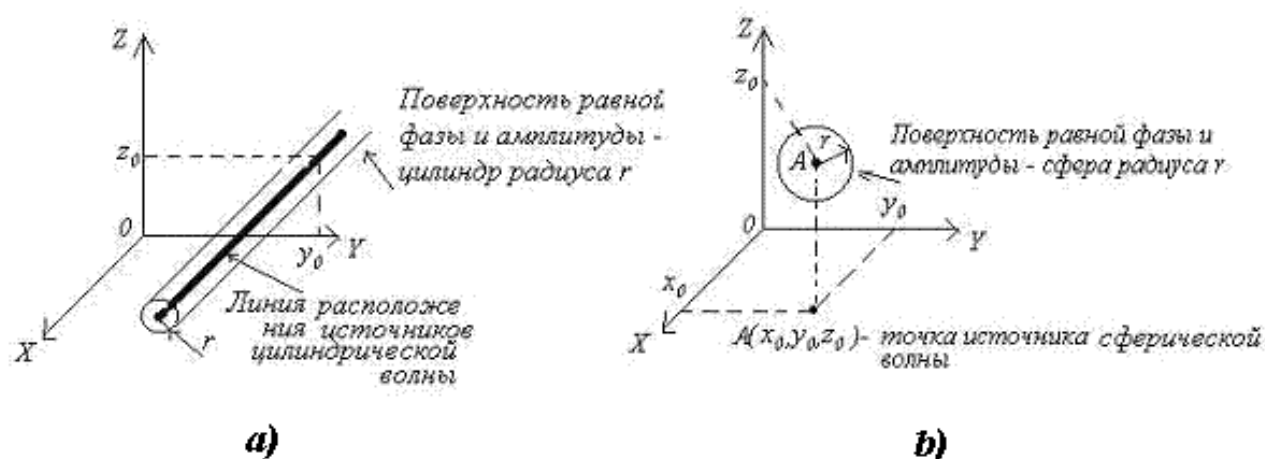


Рис. 1.2.

Поперечный характер электромагнитных волн.

В предыдущих параграфах мы рассмотрели основные свойства гармонических волн, вытекающих из очевидных и общих представлений о зависимости колебаний их векторов электрического и магнитного полей от времени и расстояния, пройденного волной от источника до точки наблюдения.

Обоснуем эти соображения прямым решением системы уравнений Максвелла вместе с материальными уравнениями (1.1a) относительно четвёрки векторов $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$, определяющих электромагнитную волну.

Рассмотрим плоскую гармоническую электромагнитную волну круговой частоты ω , распространяющуюся вдоль оси OX в однородной, непроводящей среде с ($\varepsilon = \text{const}_1; \mu = \text{const}_2; \sigma = 0$).

Для такой волны в соответствии с её определением (1.3) вектора $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ не зависят от координат y и z , т.к. амплитуда их колебаний имеет постоянное значение для любой точки наблюдения, а фаза не изменяется в любой плоскости, параллельной плоскости ZOY (рис.1.1). Таким образом, вектора $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ зависят только от времени t и координаты x . Исключая равные нулю частные производные компонент этих векторов по переменным y, z получим из (1.1b) определяющие каждую из декартовых компонент $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ при $\vec{j} = 0$ следующие уравнения:

$$0 = \mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}; \quad (1.4a)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}; \quad (1.4b)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}; \quad (1.4c)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial x} = 0; \quad (1.4d)$$

$$0 = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}; \quad (1.4e)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}; \quad (1.4f)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}; \quad (1.4g)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0. \quad (1.4h)$$

Отсюда следует, что одним из решений системы (1.4) являются электростатическое и магнитостатическое поля, поскольку проекции на ось OX любого из векторов электромагнитного поля $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ имеют равные нулю частные производные по координате x и времени t . Тогда, очевидно, $E_x = \text{const}_1; D_x = \text{const}_2; H_x = \text{const}_3; B_x = \text{const}_4$ представляют постоянные электрическое и магнитное поля, ориентированные вдоль направления распространения плоской волны, накладывающиеся на меняющееся во времени электромагнитное поле волны и не зависящие

от него. По этой причине без ограничения общности можно полагать их равными нулю, т.е.:

$$E_x = 0; D_x = 0; H_x = 0; B_x = 0.$$

Следовательно, отличными от нуля компонентами плоской электромагнитной гармонической волны, распространяющейся вдоль оси OX , являются: $E_y, E_z; D_y, D_z; H_y, H_z; B_y, B_z$, перпендикулярные OX .

Отсюда следует важный вывод, что вектора напряжённости электрического и магнитного полей плоской электромагнитной гармонической волны колеблются в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Волны, обладающие таким свойством, называются поперечными. Следовательно, *электромагнитные волны являются поперечными волнами* (рис.1.3).

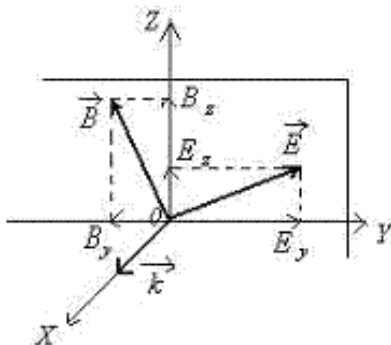


Рис. 1.3.

Поляризация колебаний плоской гармонической электромагнитной волны.

Второй важный вывод, который можно сделать из системы уравнений (1.4), состоит в том, что эта система уравнений представляет собой две независимые системы уравнений:

первая состоит из уравнений (1.4b), (1.4g), определяющих $E_z; H_y$:

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}; \quad (1.5a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}; \quad (1.5b)$$

вторая состоит из уравнений (1.4c), (1.4f), определяющих $E_y; H_z$:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}; \quad (1.6a)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}. \quad (1.6b)$$

Существование двух независимых друг от друга систем дифференциальных уравнений (1.5) и (1.6)

позволяет рассматривать плоскую гармоническую волну с произвольной ориентацией вектора напряженности электрического поля электромагнитной волны в плоскости волнового фронта в виде суммы двух независимых плоских гармонических волн той же частоты, что и исходная, направления колебаний векторов напряженности электрического и магнитного полей взаимно перпендикулярны. Эта особенность векторного характера колебаний электромагнитной волны следует из законов электромагнетизма, составляющих физическую основу уравнений Максвелла. Действительно, пусть первоначально было переменное во времени электрическое поле E_y с направлением колебаний вектора напряженности электрического поля вдоль оси OY , то возникнет ток смещения, благодаря которому генерируется магнитное поле H_x с колебаниями вдоль оси OZ (рис.1.4а). Магнитное поле H_x создаёт вихревое поле E_z . При этом электромагнитное поле с компонентами $E_x; H_y$ не возникает. Аналогично рассуждая, можно рассмотреть взаимное превращение первоначально созданного электрического поля E_x в магнитное поле H_y (рис.1.4б). При этом электромагнитная волна с электрическим и магнитным полями E_y, H_x не возникает.

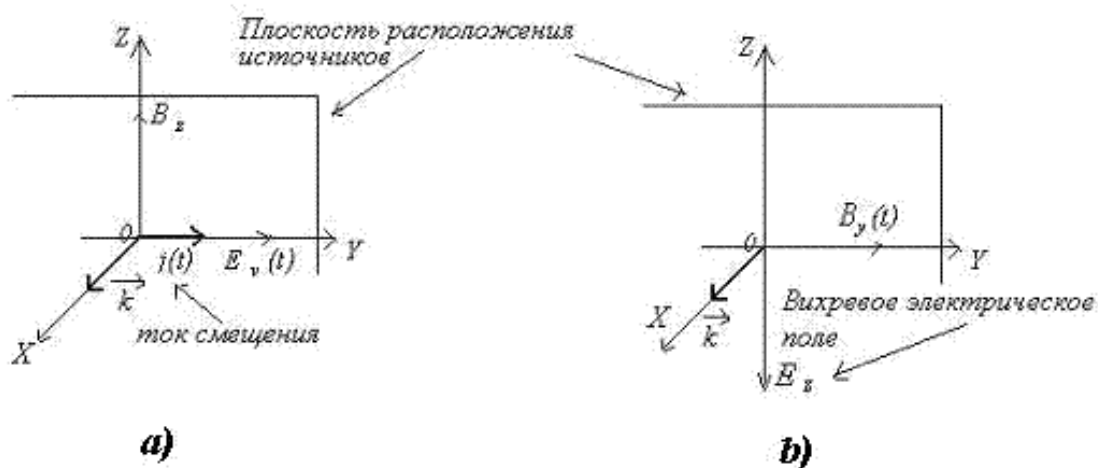


Рис. 1.4.

Возможность представления произвольной плоской гармонической электромагнитной волны в виде суммы двух независимых волн с перпендикулярно колеблющимися в одной фазе по отношению друг к другу парами векторов напряженности электрического и магнитного полей определяет свойство **поляризации электромагнитной волны**.

Поляризация электромагнитной волны определяется направлением колебаний вектора напряженности электрического поля. В рассматриваемом случае плоская волна, распространяющаяся вдоль оси OX с произвольным направлением колебаний вектора напряженности электрического поля в плоскости ZOY , может быть представлена в виде суммы двух электромагнитных волн, поляризованных в двух взаимно ортогональных направлениях, которые с учётом того, что ось OZ задаёт вертикальное направление по отношению к плоскости XOZ , отождествляемой с плоскостью горизонта, условно могут быть названы:

- а) волны с **горизонтальной поляризацией**, определяемые колебаниями векторов E_y, H_x ;
- б) волны с **вертикальной поляризацией**, определяемые колебаниями векторов E_x, H_y .

На рис.1.5 изображены направления колебаний соответствующие горизонтальной и вертикальной

поляризации электромагнитных волн, распространяющихся со скоростью v вдоль оси OX . Из этих рисунков следует, что вектора напряженности электрического \vec{E} , \vec{H} , \vec{v} и магнитного \vec{H} полей, а также скорости волны \vec{v} образуют правую тройку векторов. Направление колебаний векторов \vec{E} , \vec{H} , \vec{v} электромагнитной волны вертикальной поляризации, изображённой на рис.1.5а, получается после поворота тройки векторов рис.1.5а на 90° вокруг оси OX . Направление колебаний векторов \vec{E} , \vec{H} , \vec{v} электромагнитной волны горизонтальной поляризации, изображённой на рис.1.5б, получается после поворота тройки векторов рис.1.5а на 180° вокруг оси OZ .

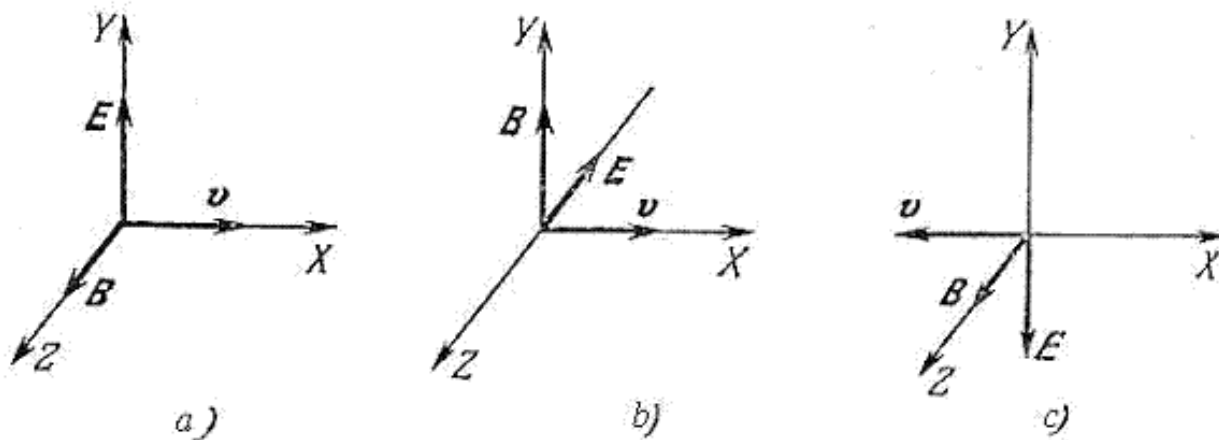


Рис. 1.5.

Волны с линейной поляризацией являются простейшими поляризованными волнами. Более сложным видом поляризации волн является **круговая поляризация**. В плоской электромагнитной волне круговой поляризации вектора напряженности электрического и магнитного поля равномерно вращаются вокруг своего направления распространения, образуя в каждый момент времени вместе с волновым вектором правую тройку векторов. Вращение указанных выше векторов может происходить как против часовой стрелки, так и по часовой стрелке, если смотреть с конца волнового вектора. Волны круговой поляризации волны с вращением векторов поля по часовой стрелке и против часовой стрелки являются волнами с ортогональными поляризациями. В соответствии с этим говорят о волнах, поляризованных по правому и левому кругу.

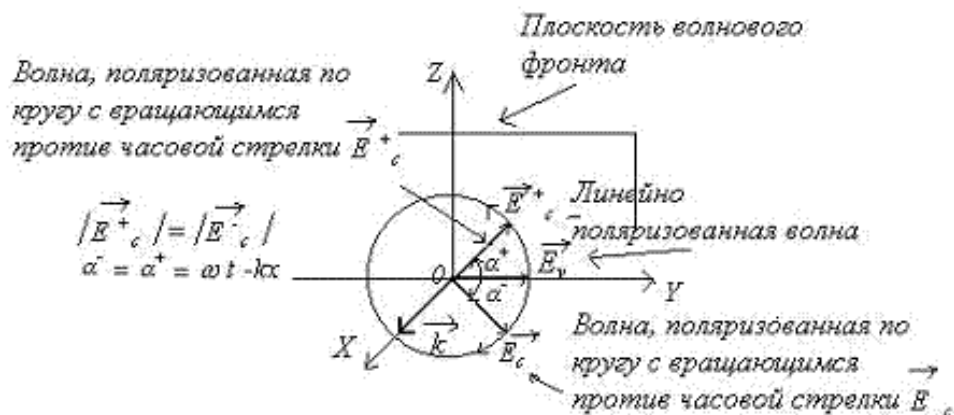


Рис. 1.6.

Очевидно, линейно поляризованная волна может быть представлена в виде суммы двух плоских волн с круговой поляризацией с равным значением модуля вектора напряженности электрического поля, в одной из которых вектор напряженности вращается по часовой стрелке, а в другой - против часовой стрелки (рис.1.6). Верно и обратное утверждение - волна круговой поляризации может быть представлена в виде суммы двух линейно поляризованных плоских волн с одинаковой амплитудой векторов напряженности электрического поля, фаза которых отличается на $\pm \pi/2$, а направления колебаний в пространстве взаимно ортогональны.

Более общий вид поляризации электромагнитных волн представляет *эллиптическая поляризация*. Эллиптически поляризованная волна определяется как суперпозиция двух плоских электромагнитных неодинаковых по амплитуде волн линейной поляризации с взаимно ортогональным направлением колебаний в пространстве векторов напряженности электрического поля каждой из волн, разность фаз колебаний которых отлична от $\pm \pi/2$ (рис.1.7) (см. задачу 1.2). Конец вектора суммы этих электрических полей движется по эллипсу, что и объясняет название рассматриваемого вида поляризации. Параметрами эллиптической поляризации являются т.н. коэффициент эллиптичности поляризации волны, представляющий собой отношение полуосей эллипса, по которому в пространстве движется конец вектора суммарного колебания, и угол наклона оси эллипса, определяемый разностью начальных фаз составляющих колебаний.

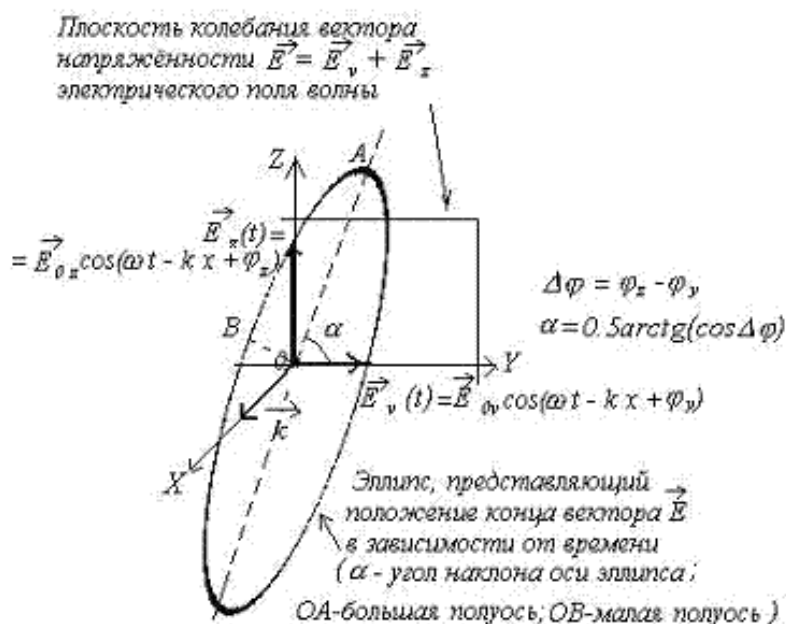


Рис. 1.7.

Волновое уравнение. Связь амплитуд и фаз векторов напряженности электрического и магнитного полей плоской электромагнитной волны.

Ввиду независимости колебаний волн с ортогональными поляризациями дальнейший анализ свойств распространения плоской электромагнитной сосредоточим на изучении свойств волны одной какой-нибудь поляризации, например, горизонтальной с компонентами электрического и магнитного поля, соответственно равными E_y, H_x .

Убедимся, что компоненты электромагнитного поля E_y, H_x удовлетворяют волновому уравнению.

Для этой цели продифференцируем уравнение (1.6a) по x , а уравнение (1.6b) по t и после исключения смешанной производной получим:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2};$$

Если подставить значения электрической и магнитной ε_0, μ_0 постоянных, то получим следующую величину их произведения:

$$\varepsilon_0 \mu_0 = 1/c^2, \quad (1.7)$$

где c - скорость света в вакууме.

В силу соотношения (1.7) для определения E_y получаем волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon \mu / c^2 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}; \quad (1.8a)$$

Аналогично получается волновое уравнение для H_x , а также для компонент плоской электромагнитной волны вертикальной поляризации $E_x; H_y$, определяемых (1.5).

Уравнение (1.8a) называется волновым, в частности, из-за того, что его решением является³ плоская электромагнитная волна, определённая выше соотношением (1.3) для колебаний вектора напряжённости электрического поля:

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \varphi_E), \quad (1.9a)$$

где волновое число

$$k = \sqrt{\varepsilon \mu} \omega / c, \quad (1.9b)$$

- зависящее в общем случае от относительных диэлектрических и магнитных ε, μ проницаемостей среды распространения электромагнитной волны.

Аналогичным образом можно убедиться, что решением волнового уравнения являются колебания вектора напряжённости магнитного поля H_x в виде плоской волны:

$$H_x = H_m \cos(\omega t - kx + \varphi_H); \quad (1.9c)$$

В выражениях (1.9) E_m, H_m - амплитуды электрической и магнитной компонент плоской волны;

φ_E, φ_H - начальные фазы колебаний векторов напряжённости электрического и магнитного полей;

ω - частота волны.

Между амплитудами и фазами колебаний электрической и магнитной компонент электромагнитной волны имеются соотношения, следующие из системы уравнений (1.6) для горизонтальной поляризации E_y, H_x и системы уравнений (1.5) для волны вертикальной поляризации $E_x; H_y$.

Подставим выражения (1.9) в (1.6):

$$kE_m \sin(\omega t - kx + \alpha_E) = \omega\mu\mu_0 H_m \sin(\omega t - kx + \alpha_H); \quad (1.10a)$$

$$kH_m \sin(\omega t - kx + \alpha_H) = \omega\varepsilon\varepsilon_0 E_m \sin(\omega t - kx + \alpha_E). \quad (1.10b)$$

Очевидно, для того, чтобы эти соотношения были справедливы для любых x, t *начальные фазы электрической и магнитной компоненты электромагнитной волны* должны быть равными:

$$\alpha_E = \alpha_H. \quad (1.11a)$$

Если это соотношение имеет место, то из (1.10) следуют два равенства, связывающие амплитуды электрической и магнитной компоненты E_m, H_m :

$$kE_m = \omega\mu\mu_0 H_m;$$

$$kH_m = \omega\varepsilon\varepsilon_0 E_m.$$

Перемножая эти равенства, получаем *соотношение между амплитудами электрической и магнитной компонент плоской электромагнитной волны*:

$$E_m = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} H_m. \quad (1.11b)$$

Размерность коэффициента пропорциональности в соотношении (1.11b) между амплитудами электрической и магнитной компонент плоской волны, совпадает с размерностью 'сопротивления'. Действительно: размерность величины E/H , обозначаемая символом $[E/H]$, равна:
 $[E/H] = (\text{вольт/метр}) / (\text{ампер/метр}) = \text{вольт/ампер} = \text{ом}.$

По этой причине величина

$$\zeta = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} \quad (1.12)$$

называется волновым сопротивлением среды распространения электромагнитных волн.

Для волны, распространяющейся в вакууме (в сухом воздухе) $\varepsilon = 1, \mu = 1$:

$$\zeta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi \approx 377 \text{ ом} \quad (1.13)$$

Величина ζ_0 называется *волновым сопротивлением вакуума*.

Для вертикальной поляризации плоской волны с компонентами электрического и магнитного полей $E_x; H_y$ имеют место аналогичные соотношения (1.11), связывающие их амплитуды и фазы их колебаний.

Определим единичный вектор \vec{n} в направлении распространения волны, и одновременно перпендикулярный плоскости её волнового фронта.

Рассматривая (1.11) для двух возможных поляризаций плоской электромагнитной волны можно сделать вывод, что тройка векторов, состоящая из $\vec{E}, \vec{H}, \vec{n}$ является правой. Это обозначает, что при наблюдении векторов \vec{E}, \vec{H} с конца вектора \vec{n} вектор \vec{E} может быть совмещен с вектором \vec{H} вращением против часовой стрелки в сторону меньшего угла.

С помощью вектора \vec{n} и выражений (1.12) могут быть получены соотношения для плоской гармонической электромагнитной волны, связывающие вектора $\vec{E}, \vec{H}, \vec{n}$ друг с другом с помощью векторного произведения (рис.1.3):

$$\vec{E} = c\vec{H} \times \vec{n}. \quad (1.12a)$$

Верным является и обратное соотношение:

$$\vec{H} = \vec{n} \times \vec{E} / c. \quad (1.12b)$$

И кроме того,

$$\vec{n} = \vec{E} \times \vec{H} / (cH^2). \quad (1.12c)$$

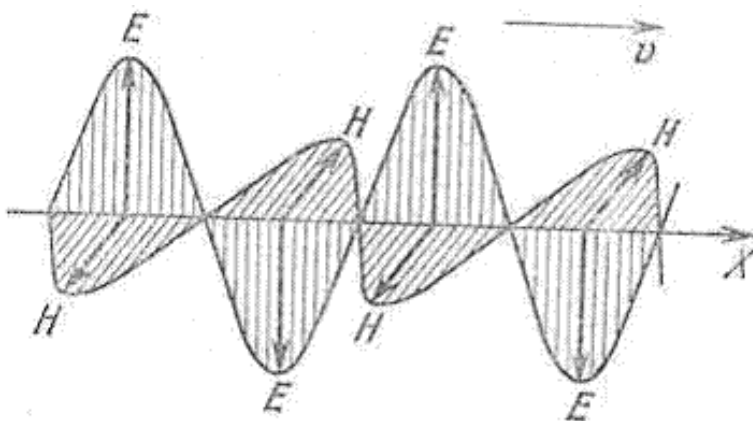


Рис. 1.8.

На рис.1.8 изображена "мгновенная фотография" колебаний векторов напряжённости плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси Ox .

В дальнейшем при изучении свойств электромагнитных волн с вектором \vec{n} связывается **волновой вектор** \vec{k}

$$\vec{k} = (2\pi / \lambda)\vec{n} = k\vec{n},$$

модуль которого определяется волновым числом (длиной волны), а направление совпадает с направлением распространения электромагнитной волны. В соответствии со сказанным выше тройка векторов, состоящая из $\vec{E}, \vec{H}, \vec{k}$, является правой.

Фазовая и групповая скорости электромагнитной волны.

Электромагнитная волна, колебания векторов электрического и магнитного поля которой задаются уравнениями (1.9), представляет собой физический процесс, протекающий с конечной скоростью, равной скорости света c в среде, где она распространяется. Чтобы в этом убедиться рассмотрим волновое уравнение (1.8), в котором обозначим $F = E_y$:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = (1/v_{\text{фаз}})^2 \frac{\partial^2 F}{\partial t^2}, \quad (1.13a)$$

где имеющий размерность скорости коэффициент

$$v_{\text{фаз}} = c / \sqrt{\epsilon\mu}, \quad (1.13b)$$

определяет, как будет показано ниже, фазовую скорость распространения электромагнитной волны, зависящую от значений диэлектрической и магнитной проницаемостей среды её распространения.

Можно показать, что *решением волнового уравнения (1.13a)* является произвольная дважды дифференцируемая функция $F(s(x,t))$, например, изображённая на рис.1.9a, зависящая от линейной комбинации координаты и времени

$$s(x,t) = x \pm v_{\text{фаз}} t. \quad (1.13c)$$

Знак \pm в выражении (1.13c) означает, что решением уравнения (1.13a) является как функция $F(x - v_{\text{фаз}} t)$, так и функция $F(x + v_{\text{фаз}} t)$.

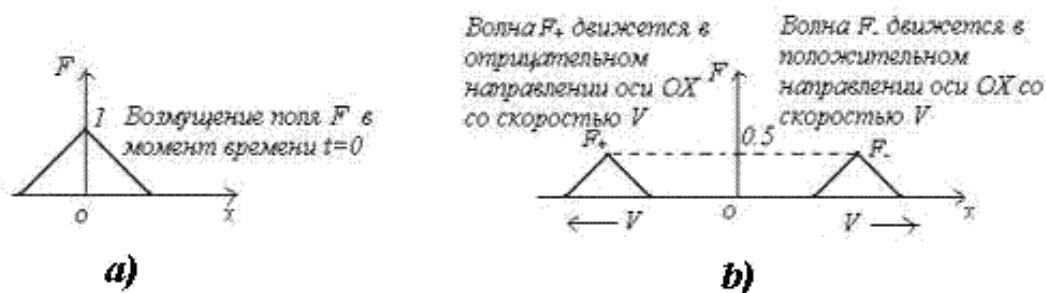


Рис. 1.9.

Функция $F(s(x,t))$, изображённой на рис. 1.9a, при изменении времени перемещается вдоль оси Ox (рис.1.9b) в соответствии с нашими интуитивными представлениями о перемещении гребня волны. Это свойство решения уравнения (1.13b) явилось основанием назвать его волновым (Д'Аламбер).

Аргумент рассматриваемой функции F , называется, как и в частном случае плоской гармонической волны, полной фазой $\varphi_{\text{полн}}$:

$$\varphi_{\text{полн}} = s(x,t) = x \pm v_{\text{фаз}} t.$$

Множество точек в пространстве, в которых фаза волны имеет постоянное значение, называется *волновым фронтом волны*. Для рассматриваемого случая плоской волны (1.9) волновым фронтом является любая плоскость, параллельная плоскости ZOY .

Физический смысл полной фазы $\varphi_{\text{волн}}$ состоит в том, что с её помощью можно определить перемещение волнового фронта волны из исходной точки x за время, равное t .

Решение волнового уравнения (1.13а) в виде плоской гармонической волны (1.9), очевидно, является частным случаем рассмотренного выше, когда в качестве произвольной функции F выбрана функция косинуса. Выражение для полной фазы плоской гармонической волны $\varphi_{\text{плплгорм}}$ получается из выражения для полной фазы $\varphi_{\text{волн}} = s(x, t)$ произвольной волны при умножении её величины, измеряемой в единицах длины (метрах), на волновое число $k = 2\pi / \lambda$ для пересчёта в радианы:

$$\varphi_{\text{плплгорм}} = ks(x, t) = kx \pm kv_{\text{фаз}}t = kx \pm \omega t,$$

где

$$kv_{\text{фаз}} = \omega. \quad (1.13d)$$

Очевидно, полная фаза для рассматриваемой волны имеет постоянное значение $\varphi_{\text{плплгорм}} = \text{const}$ на любой плоскости, параллельной плоскости ZOY :

$$\varphi_{\text{волн}} = x \pm v_{\text{фаз}}t = \text{const}.$$

Это соотношение можно рассматривать, как уравнение для определения изменения положения выбранной плоскости постоянной фазы $\varphi_{\text{волн}} = \text{const}$ волны во времени:

$$x = \text{const} \pm v_{\text{фаз}}t.$$

С помощью дифференцирования найдём *скорость перемещения плоскости постоянной фазы*, называемой фазовой скоростью $v_{\text{фаз}}$:

$$\frac{dx}{dt} = \pm v_{\text{фаз}} = \pm \sqrt{\epsilon\mu}c,$$

совпадающей с (1.13b).

Отсюда следует, что любая плоскость равной фазы для волны, представляемой функцией $F(x - v_{\text{фаз}}t)$, перемещается со скоростью $v_{\text{фаз}}$ в положительном направлении оси OX . Плоскость равной фазы для волны $F(x + v_{\text{фаз}}t)$, перемещается со скоростью $v_{\text{фаз}}$ в отрицательном направлении оси OX .

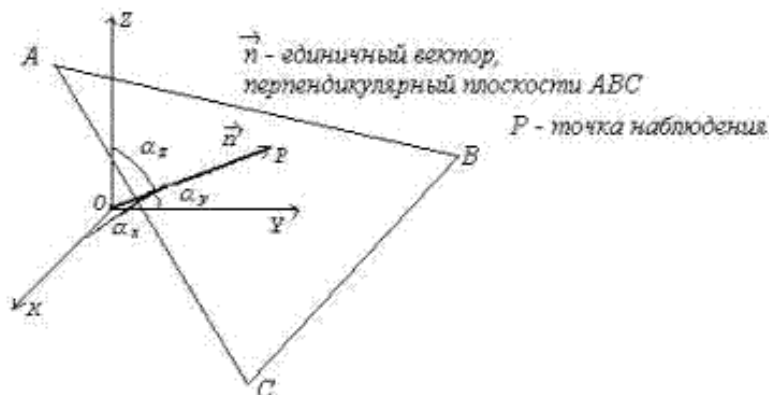


Рис. 1.10.

При рассмотрении свойств плоских электромагнитных волн мы ограничились случаем распространения волн вдоль оси OX . Это не ограничивает строгость полученных результатов, поскольку с помощью поворота (вращения) осей используемой системы координат можно совместить направление распространения волн с одной из координатных осей, например, с осью OX . Очевидно, величина перемещения плоскости равной фазы за время наблюдения не зависит от ориентации осей выбранной системы координат. Перемещение плоскости равной фазы волны отсчитывается вдоль перемещения волны, в направлении нормали к плоскости равной фазы, задаваемом единичным вектором \vec{n} . Если учесть, что уравнение плоскости, нормаль которой задаётся вектором \vec{n} (рис.1.10), имеет вид $(\vec{n}, \vec{r}) = \text{const}$, где значение константы равно расстоянию от плоскости до начала координат, то величина перемещения волнового фронта, проходящего через начало координат при $t = 0$, за время наблюдения t будет равно $s(x, t) = \text{const} \pm v_{\text{фаз}} t$.

С учётом сказанного, выражение для плоской волны, распространяющейся в произвольном направлении, будет иметь вид $F((\vec{n}, \vec{r}) \pm v_{\text{фаз}} t)$. В частности для плоской гармонической электромагнитной волны (1.9a):

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - (\vec{k}, \vec{r}) + \varphi_E), \quad (1.9d)$$

где \vec{E}_m - вектор амплитуды колебаний напряжённости электрического поля волны, располагающийся в плоскости перпендикулярной направлению распространения волны.

Рассмотрим зависимость фазовой скорости электромагнитной волны от относительных значений диэлектрической и магнитной проницаемостей ϵ, μ от параметров среды распространения. Из формулы (1.13c) следует, что в вакууме при $\epsilon = 1, \mu = 1$ фазовая скорость распространения электромагнитной волны равна скорости света c в вакууме. Это свойство электромагнитных волн является основанием одним из доказательств электромагнитной природы света.

В любой среде, где $\epsilon > 1, \mu > 1$ скорость распространения электромагнитной волны в $\sqrt{\epsilon\mu}$ раз меньше, чем скорость света в вакууме.

Величина

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}, \quad (1.14)$$

определяющая изменение скорости света в среде по сравнению с вакуумом, называется абсолютным показателем преломления⁴ среды или оптической плотностью среды.

Выражение (1.14) известно, как *соотношение Максвелла*, впервые установившего зависимость скорости электромагнитных волн от параметров среды их распространения.

Из-за уменьшения в n раз фазовой скорости электромагнитной волны в среде по сравнению со скоростью света в вакууме уменьшается её *длина волны в среде* в n раз по сравнению со своим значением в вакууме. Действительно, за период колебаний волны T волна проходит с меньшей скоростью меньший путь:

$$\lambda_{\text{среды}} = v_{\text{фаз}} T = c / (nT) = \lambda / n,$$

где $\lambda = cT$ - длина волны в вакууме.

По этой причине электромагнитная волна, прошедшая некоторое расстояние l в среде с оптической плотностью $n > 1$ получит приращение своей фазы в n раз большее, чем при распространении в вакууме на то же расстояние.

В заключении рассмотрим понятие *групповой скорости электромагнитной волны*. Необходимость рассмотрения наряду с фазовой скоростью также групповой скорости связана с негармоническими электромагнитными волнами. Оказывается, что электромагнитная волна с произвольной зависимостью от времени и координат точки наблюдения может быть представлена в виде суперпозиции плоских гармонических волн всевозможных частот.

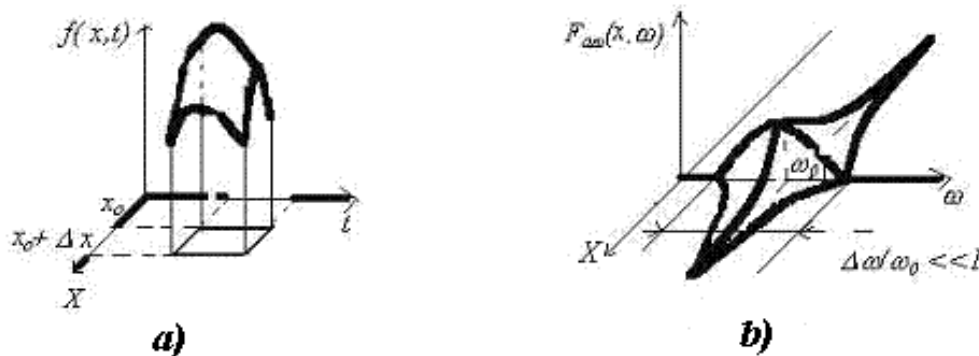


Рис. 1.11.

В ряде случаев такая волна представляет собой некоторое 'возмущение' электромагнитного поля, например, в виде импульса, равного нулю за пределами некоторого интервала Δx (объема V) и промежутка времени T (рис.1.11а). Такое волновое поле называют *волновым пакетом*, если амплитуды гармонических волн, составляющих рассматриваемое возмущение, 'заметно' отличаются от нуля лишь внутри некоторого интервала $\Delta\omega$ 'вблизи' средней частоты ω_0 (рис.1.11b). Если

$\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$, то волна называется почти гармонической или квазигармонической. Волновые пакеты представляют большой практический интерес при рассмотрении взаимодействия электромагнитных волн с веществом, широко используются для передачи информации и пр. Поэтому имеет физический

смысл оценка скорости движения волнового пакета или группы волн.

Такая скорость называется групповой и обозначается символом $v_{гр}$. Оказывается, *перенос энергии электромагнитной волной* осуществляется со скоростью, равной групповой.

Расчет групповой скорости $v_{гр}$ электромагнитной волны приводят к следующей формуле (см. задачу 1.3):

$$v_{гр} = \frac{d\omega}{dk}. \quad (1.17a)$$

Это выражение отличается от *формулы для расчета фазовой скорости* $v_{фаз}$ плоской гармонической волны частоты ω :

$$v_{фаз} = \omega/k. \quad (1.17b)$$

Это различие имеет очевидную физическую причину, поскольку каждая из составляющих волновой пакет гармонических волн вследствие различия их частот (2.13d) имеет свою фазовую скорость.

Можно показать, что фазовая и групповая скорости связаны между собой соотношением:

$$v_{фаз} v_{гр} = c^2, \quad (1.17c)$$

где c - скорость света в среде распространения электромагнитной волны.

Для плоских гармонических электромагнитных волн значения фазовой и групповой скоростей, рассчитываемых по формулам (1.17a) и (1.17b), совпадают.

Задачи

Задача 1.1

Показать, что

а) *амплитуда цилиндрической волны* убывает обратно пропорционально корню квадратному из расстояния от центра её излучения.

б) *амплитуда сферической волны* убывает обратно пропорционально расстоянию от центра её излучения;

Решение.

а) В самом деле, если бы амплитуда волны, излучаемой точечным источником, зависела от направления распространения, то среда распространения волны не могла бы считаться однородной и изотропной. Следовательно, амплитуда и фаза волны должны зависеть от расстояния от точки наблюдения до точки расположения источника. Далее, из изотропности среды распространения следует, что в единицу телесного угла точечный источник излучает одинаковую мощность не зависимо от ориентации рассматриваемого угла. Это обозначает, что через единичную площадку на поверхности волнового фронта волны, ориентированную

перпендикулярно направлению распространения волны проходит мощность p_I , излучаемая точечным источником, которая уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния от этой площадки до источника излучения. Действительно, через всю поверхность сферы радиуса r_0 распространяется мощность p_0 , равная мощности излучения источника. Следовательно, мощность p_I , проходящая через единицу поверхности сферы радиуса r_0 может быть определена из закона сохранения энергии :

$$4\pi r_0^2 p_I = p_0 .$$

Откуда следует, что

$$p_I = p_0 / 4\pi r_0^2 .$$

Как будет показано в дальнейшем мощность излучения, проходящая через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно направлению распространения волны представляет собой интенсивность излучения, пропорциональную квадрату амплитуды волны f . Следовательно, амплитуда волны убывает обратно пропорционально расстоянию от точки излучения волны, т.е.:

$$f = f_0 / r ,$$

где f_0 - коэффициент пропорциональности, определяемый мощностью источника волны.

Без потери общности можно считать, что источник помещается в начало координат, т.е. координаты точек источника $x_s = 0, y_s = 0, z_s = 0$. Тогда расстояние r от точки расположения источника до точки наблюдения колебаний волны с координатами x_0, y_0, z_0 , равно:

$$r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} \quad (1.18a)$$

Таким образом, амплитуда сферической волны имеет вид:

$$f_m(\vec{r}) = f_m / r , \quad (1.18b)$$

где f_m - амплитуда колебаний источника волны, а **пространственная составляющая полной фазы сферической волны** определяется выражением:

$$\varphi(\vec{r}) = kr . \quad (1.18c)$$

Амплитуда и фаза сферической волны имеет постоянное значение на любой из сфер с центром в точке расположения источника (в нашем случае в начале координат), поскольку для $r = r_0 = const$ из (1.23a) следует, что

$$r_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$$

-уравнение сферы радиуса r_0 . Это свойство волны и послужило основанием для ее названия.

б) Повторим все рассуждения о соответствующих свойствах сферических волн, но с учетом цилиндрической симметрии амплитуды волн излучаемых источниками, расположенными на прямой.

Цилиндрическая симметрия означает, что амплитуда волны одинакова на любой цилиндрической поверхности, ось которой совпадает с прямой расположения источников. Вследствие этого распределение амплитуд цилиндрической волны одинаково в любой плоскости перпендикулярной линии расположения источников. По этой причине при рассмотрении свойств цилиндрической волны будем рассматривать волну в одном из сечений, перпендикулярных линии расположения источников. Без ограничения общности линию расположения источников можно выбрать вдоль оси OZ декартовой системы координат XYZ , а в качестве плоскости наблюдения волны плоскость XOY . Поскольку источник излучения в плоскости наблюдения XOY точечный, то на любой окружности с центром в начале координат мощность волны равна p_0 мощности излучения источника. Для интенсивности рассматриваемой цилиндрической волны p_I , представляющей собой мощность волны, проходящую через единицу длины окружности радиусом с центром в начале координат, из закона сохранения энергии получается уравнение $2\pi r_0 p_I = p_0$.

Откуда следует, что

$$p_I = p_0 / 2\pi r_0.$$

Поскольку амплитуда волны f пропорциональна корню квадратному из интенсивности волны, отсюда следует сформулированное выше утверждение:

$$f = f_0 / \sqrt{r_0},$$

где f_0 коэффициент пропорциональности, определяемый мощностью источника волны.

Пространственная составляющая полной фазы цилиндрической волны, очевидно, определяется выражением:

$$\varphi(\vec{r}) = kr.$$

Задача 1.2

Плоская гармоническая электромагнитная волна, распространяющаяся вдоль оси OZ в вакууме, имеет в плоскости $z = 0$ следующие компоненты вектора напряжённости электрического поля: $E_x = E_{0x} \cos(\omega t + \varphi_x)$; $E_y = E_{0y} \cos(\omega t + \varphi_y)$. Найти характер поляризации рассматриваемой электромагнитной волны.

Решение.

Введём новые прямоугольные координаты (a', b') для обозначения компонент полей:

$$a = E_{0x} \cos(\omega t + \varphi_x); b = E_{0y} \cos(\omega t + \varphi_y).$$

Выразим из этих соотношений $\cos(\omega t)$, $\sin(\omega t)$:

$$\cos(\omega t) = a \frac{\sin \varphi_y}{E_{0x} \sin \Delta\varphi} - b \frac{\sin \varphi_x}{E_{0y} \sin \Delta\varphi};$$

$$\sin(\omega t) = a \frac{\cos \varphi_y}{E_{0x} \sin \Delta\varphi} - b \frac{\cos \varphi_x}{E_{0y} \sin \Delta\varphi},$$

где $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$.

Возводя в квадрат каждое из равенств и складывая, получим в координатах (a', b') уравнение эллипса:

$$\left(\frac{a}{E_{0x} \sin \Delta\varphi}\right)^2 + \left(\frac{b}{E_{0y} \sin \Delta\varphi}\right)^2 - 2ab \frac{\cos \Delta\varphi}{E_{0x} E_{0y} \sin^2 \Delta\varphi} = 1.$$

Наиболее простой вид это выражение имеет после поворота системы координат (a', b') на угол δ , определяемый из соотношения:

$$\operatorname{tg} 2\delta = \cos(2\Delta\varphi).$$

В повернутой системе координат (a', b') имеем каноническое уравнение эллипса:

$$\left(\frac{a'}{a_0}\right)^2 + \left(\frac{b'}{b_0}\right)^2 = 1,$$

где a_0, b_0 - полуоси эллипса, определяемые выражениями:

$$a_0 = \sqrt{0.5(E_{0x}^2 + E_{0y}^2) + \sqrt{(0.5(E_{0x}^2 - E_{0y}^2))^2 + (E_{0x}E_{0y} \cos \Delta\varphi)^2}}$$

$$b_0 = \sqrt{0.5(E_{0x}^2 + E_{0y}^2) - \sqrt{(0.5(E_{0x}^2 - E_{0y}^2))^2 + (E_{0x}E_{0y} \cos \Delta\varphi)^2}}.$$

Отсюда следует, что поляризация рассматриваемой электромагнитной волны является эллиптической. Эллиптическая поляризация характеризуется т.н. коэффициентом эллиптичности $k_{эл}$, по определению равным отношению полуосей эллипса:

$$k_{эл} = a_0 / b_0 = \frac{1}{2 \sin \Delta\varphi} \left[\frac{E_{0x}}{E_{0y}} + \frac{E_{0y}}{E_{0x}} + \sqrt{\left(\frac{E_{0x}}{E_{0y}} - \frac{E_{0y}}{E_{0x}}\right)^2 + 4 \cos^2 \Delta\varphi} \right].$$

Ориентация осей эллипса определяется углом (по отношению к оси Ox , отсчитываемым против часовой стрелки), если смотреть с конца единичного вектора, ориентированного вдоль оси Oz .

Ответ: рассматриваемая в задаче электромагнитная волна имеет эллиптическую поляризацию с определённым выше коэффициентом эллиптичности.

Задача 1.3

Доказать, что групповая скорость $v_{гп}$ электромагнитной волны может быть вычислена по формуле:

$$v_{гп} = \frac{d\omega}{dk}$$

Решение.

Рассмотрим вывод формулы для расчета групповой скорости, исходя из определения скорости движения максимума волнового пакета.

Прежде всего, рассмотрим, как образуется максимум волнового пакета. Для конкретности предположим, что составляющие волновой пакет гармонические волны - плоские, распространяющиеся вдоль оси OX . Тогда выражение для волнового пакета будет иметь вид:

$$f(x, t) = \sum_{\omega} f_{\omega} \cos(\omega t - kx). \quad (1.19)$$

Для образования максимума все составляющие волновой пакет гармонические волны должны сложиться в фазе в точке максимума. Таким образом, максимум связан со стационарным значением фазы, что является прямым следствием принципа наименьшего действия, в оптике известного как принцип Ферма, согласно которому волна распространяется по траектории, длина которой (фаза) имеет наименьшее значение. Следовательно, в максимуме достигается минимум значения фазы волны (1.19), условием которого является следующее равенство:

$$\frac{d}{d\omega}(\omega \delta t - k \delta x) = 0. \quad (1.20)$$

Пусть максимум волнового пакета имеет место при $t=0$ при $x=0$. Тогда при перемещении максимума за время δt на δx его положение можно определить из выражения (1.20) после соответствующего дифференцирования:

$$\frac{d}{d\omega}(\omega \delta t - k \delta x) = \delta t - \delta x \frac{dk}{d\omega} = 0.$$

Отсюда находим предел отношения $\frac{\delta x}{\delta t}$ при $\delta t \rightarrow 0$, являющийся искомым значением групповой скорости волнового пакета:

$$v_{gp} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta x}{\delta t} = \frac{d\omega}{dk}.$$

Рассчитаем групповую скорость плоской гармонической волны, исходя из (1.17a):

$$v_{gp} = \frac{d(v_{фаз} k)}{dk} = v_{фаз}. \quad (1.21)$$

Таким образом, в однородной среде плоская гармоническая волна имеет одинаковые фазовую и групповую скорости, равные скорости света в среде, где эта волна распространяется. Легко показать, что сказанное выше справедливо также для сферических и для цилиндрических волн.

1) См. том 3 настоящего пособия

2) Необходимо отметить, что плоские волны в общем случае могут быть негармоническими.

3) В этом можно убедиться непосредственной подстановки (1.9a) в (1.8a) и дифференцирования по x и t .

4) Очень часто показателем преломления среды называют относительный показатель преломления, равный отношению абсолютного показателя среды к абсолютному показателю преломления сухого воздуха, который с большой степенью можно считать равным единице.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[S]ote



[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)



ГЛАВА 1. Электромагнитные волны**1.2 Энергия и импульс электромагнитного поля****Плотность энергии электромагнитного поля.**

Электромагнитные волны переносят энергию из одной точки пространства в другую за конечное время из-за конечности скорости распространения электромагнитной волны, равной, как мы убедились выше, скорости света в той среде, где она распространяется.

Энергия W электромагнитной волны внутри некоторого объёма V определяется плотностью энергии w электромагнитного поля волны в соответствии с выражением¹:

$$W = \int_V w dV. \quad (1.22)$$

Оказывается плотность энергии электромагнитной волны находится в связи с плотностью потока энергии, импульса, связанных с феноменом давления электромагнитных волн.

Рассмотрим определение плотности энергии электромагнитной волны.

Пусть среда, в которой распространяется электромагнитная волна, не является ферромагнетиком или сегнетоэлектриком, неподвижна и не обладает проводимостью ($\sigma = 0$). В этом случае можно считать равными нулю токи проводимости, поскольку в соответствии с законом Ома эти токи пропорциональны проводимости: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$. Вследствие этого нет расхода части энергии электромагнитной волны на увеличение внутренней энергии среды распространения волны из-за выделения Джоулева тепла.

В частном случае однородных сред распространения в соответствии с материальными уравнениями (1.1a) $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}$ и $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$ объёмная плотность энергии электромагнитной волны может быть рассчитана по формуле²

$$w = \frac{1}{2} \left[\epsilon\epsilon_0 (\vec{E})^2 + \mu\mu_0 (\vec{H})^2 \right]. \quad (1.23a)$$

Или в другом виде

$$w = \frac{1}{2} \left[(\vec{E}, \vec{D}) + (\vec{H}, \vec{B}) \right]. \quad (1.23b)$$

Исходя из этих выражений, получим для объёмной плотности энергии плоской гармонической волны:

$$w = w_E + w_H, \quad (1.24a)$$

где: 1) w_E - *объёмная плотность энергии электрического поля*, равная

$$w_E = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 (\vec{E}, \vec{E}) = \frac{1}{2} (\vec{E}, \vec{D}) = \frac{1}{2\varepsilon \varepsilon_0} (\vec{D}, \vec{D}); \quad (1.24b)$$

2) w_H - *объёмная плотность энергии магнитного поля*, равная

$$w_H = \frac{1}{2} \mu \mu_0 (\vec{H}, \vec{H}) = \frac{1}{2} (\vec{H}, \vec{B}) = \frac{1}{2\mu \mu_0} (\vec{B}, \vec{B}). \quad (1.24c)$$

Используя соотношения между амплитудами и фазами векторов напряжённости электрического и магнитного полей плоской гармонической электромагнитной волны, получаем, что

$$w_E = w_H \quad (1.25a)$$

В этом случае

$$w = 2w_E = 2w_H = \varepsilon \varepsilon_0 E^2 = \mu \mu_0 H^2 = DB = \mu \varepsilon \mu_0 \varepsilon_0 EH \quad (1.25b)$$

Отсюда следует вывод, что *энергия электромагнитной волны* делится поровну между её электрической и магнитной составляющими.

Поскольку $v_p = 1/\sqrt{\mu \varepsilon \mu_0 \varepsilon_0}$ скорость распространения электромагнитной волны, из (1.25b) следует, что произведение плотности её энергии на скорость

$$w v_p = EH = S \quad (1.26a)$$

определяет физическую величину, называемую *плотностью потока энергии* S , переносимой плоской электромагнитной волной.

Действительно, по определению плотности потока энергии S за единицу времени перпендикулярно единичной площадке проходит энергия, сосредоточенная в объёме параллелепипеда с основанием единичной площади и высотой v , равная $v \times w \times 1_{\mathcal{M}}^2$ в полном соответствии с (1.26a).

С другой стороны, если известна плотность потока энергии S электромагнитной волны, то из (1.26a) можно найти *плотность энергии*

$$w = \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0} EH = \frac{1}{v_p} EH = \frac{S}{v_p}. \quad (1.26b)$$

Плотность потока энергии на самом деле \vec{S} электромагнитной волны, является векторной величиной, величина которой определяется (1.30a), а направление - направлением распространения волны. В этом можно убедиться из следующего более подробного изучения свойств физической величины, представляющей собой плотность потока энергии, и вывода её векторного выражения.

Вектор плотности потока электромагнитной энергии. Теорема Умова-Пойнтинга.

Для этой цели вначале рассмотрим **закон сохранения энергии при распространении электромагнитных волн**. Преобразуем систему уравнений Максвелла (1.1b) для чего первое уравнение умножим на \vec{E} , а второе на \vec{H} и после этого вычтем из первого преобразованного уравнения второе. В результате получим:

$$\left(\vec{E}, \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) + \left(\vec{H}, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = \left(\vec{E}, \text{rot} \vec{H}\right) - \left(\vec{H}, \text{rot} \vec{E}\right)$$

Заметим, что

$$\left(\vec{E}, \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) + \left(\vec{H}, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\epsilon \epsilon_0}{2} (\vec{E}, \vec{E}) + \frac{\mu \mu_0}{2} (\vec{H}, \vec{H}) \right] = \frac{\partial w}{\partial t}$$

в соответствии с (1.25) определяет скорость изменения плотности энергии электромагнитной волны w .

Если использовать векторное тождество

$$\text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) = (\vec{H}, \text{rot} \vec{E}) - (\vec{E}, \text{rot} \vec{H}), \quad (1.27)$$

и ввести вектор

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}, \quad (1.28)$$

называемый вектором Пойнтинга, получаем уравнение, представляющее собой не что иное как **баланс энергии, переносимой электромагнитной волной**

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \text{div} \vec{S} = 0 \quad (1.29a)$$

Рассмотрим физический смысл вектора Пойнтинга, исходя из аналогии (1.29a) уравнению непрерывности тока

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0, \quad (1.29b)$$

в котором ρ - плотность электрического заряда, а \vec{j} - плотность тока.

Формальная аналогия уравнений (1.29a) и (2.29b) приводит к представлению, что энергия течет подобно жидкости, электрическому току, причем вектор Пойнтинга играет роль вектора плотности потока энергии. Иными словами, модуль вектора \vec{S} равен энергии, переносимой электромагнитным полем за единицу времени через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно направлению распространения поля, указываемому направлением вектора \vec{S} .

Чтобы в этом убедиться, рассмотрим интегральную форму (1.29a). После интегрирования этого соотношения по объёму и применения теоремы Остроградского-Гаусса получается **теорема Умова - Пойнтинга**:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V w dV \right) = - \oint_F S_N dF, \quad (1.29c)$$

где V - произвольный объём среды распространения электромагнитных волн, ограниченный некоторой поверхностью F ; \vec{N} - внешняя нормаль к поверхности F (рис.1.12); w - плотность энергии электромагнитного поля; S_N - проекция вектора Пойнтинга на направление нормали к поверхности F .

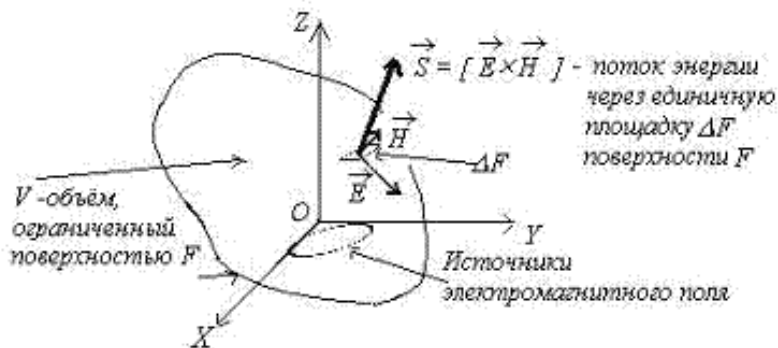


Рис. 1.12.

Соотношение (1.29c) является одной из форм закона сохранения энергии, связанной с переносом излучения и называется теоремой Умова-Пойнтинга. Правая часть этого выражения представляет собой скорость изменения энергии в объёме распространения электромагнитного поля, а левая часть этого выражения оценивает поток энергии через поверхность, ограничивающую рассматриваемый объём. Иными словами, изменение энергии внутри объёма V происходит за счет притока/оттока электромагнитной энергии через поверхность F , ограничивающей объём.

Выведенная теорема остаётся справедливой и при учете свойств теплопроводности, а также упругости среды, но к плотности потока электромагнитной энергии следует добавить дополнительные слагаемые, ответственные за плотность потока тепловой и упругой энергии.

Общее представление о потоке энергии в пространстве было введено в физику **Н. А. Умовым** в 1874г.. **Пойнтинг** получил формулу для расчета потока электромагнитной энергии на одиннадцать лет позднее Н. А. Умова, не рассматривавшего расчёты потока энергии электромагнитного поля.

Из соотношения (1.29a) следует, что уравнение энергетического баланса, используемое для определения вектора Пойнтинга по формуле (1.28), будет выполнено, если к вектору Пойнтинга прибавить ротор произвольного вектора \vec{A} ($rot \vec{A}$). Отсюда следует неоднозначность определения вектора Пойнтинга из уравнения (1.29). Однако, в круге рассматриваемых физических задач в настоящем учебном пособии это обстоятельство не приводит к каким-либо недоразумениям.

Среднее значение плотности энергии и плотности потока энергии плоской гармонической электромагнитной волны.

Обратим внимание также на то, что плотность энергии представляет собой функцию, зависящую как от времени, так и от точек пространства и называемую **мгновенным значением плотности энергии** $w(t, x)$:

$$w(t, x) = \varepsilon \varepsilon_0 E_m^2 \cos^2(\omega t - kx) = \mu \mu_0 H_m^2 \cos^2(\omega t - kx) = \frac{\eta}{c} E_m H_m \cos^2(\omega t - kx). \quad (1.30a)$$

Помимо мгновенного значения можно определить также и *максимальное значение плотности энергии* w_m :

$$w_m = \varepsilon \varepsilon_0 E_m^2 = \mu \mu_0 H_m^2 = \frac{\eta}{c} E_m H_m \quad (1.30b)$$

Из соотношения (1.30a) следует, что мгновенная плотность энергии плоской электромагнитной волны представляет собой пульсирующую во времени и в пространстве величину около среднего значения.

По этой причине рассмотрим определение среднего значения плотности энергии плоской электромагнитной волны.

Среднее значение плотности энергии электромагнитной волны \bar{w} может быть найдено в соответствии со следующей формулой:

$$\bar{w} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_0^T w dt \right), \quad (1.31a)$$

где T - время измерения w .

В результате расчета по формуле (1.31a) среднего значения плотности энергии электромагнитной волны в общем случае произвольного электромагнитного поля среднее значение может оказаться функцией координат. Обычно это проявляется при взаимодействии электромагнитных волн со средой их распространения, неоднородностями, границами разделов сред с различными параметрами и пр., например, в результате их интерференции, дифракции, отражения и других явлений которые будут изучаться далее в этом пособии в главах 3-7.

Перейдём к *расчету среднего значения плотности энергии* \bar{w} *плоской гармонической электромагнитной волны* с частотой ω и амплитудой E_m по формуле (1.31a). Подставляя формулы (1.9), (1.25b) в (1.31a), получаем:

$$\bar{w} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} E_m^2 \varepsilon_0 \frac{T}{T} + \frac{\varepsilon_0 E_m^2}{4\omega T} \sin(2\omega T - 2kx) \right) = \frac{1}{2} E_m^2 \varepsilon_0 \quad (1.32)$$

Из этой формулы следует, что на практике для нахождения \bar{w} достаточно взять время измерения T порядка нескольких периодов колебаний волны, чтобы обеспечить заданную величину малости второго слагаемого в выражении (1.32) по сравнению с первым:

$$\left| \frac{\sin(2\omega T - 2kx)}{2\omega T} \right| \ll 1 \quad (1.33)$$

Из проведенных расчетов следует, что:

1. средняя плотность энергии электромагнитной гармонической волны равна половине её

максимального значения;

2. средняя плотность энергии плоской электромагнитной гармонической волны имеет постоянное значение в любой точке пространства и не зависит от времени;

Оба свойства являются очевидными следствиями того, что рассматривается плоская гармоническая волна с частотой ω , амплитуда которой постоянна в любой точке пространства и в любой момент времени, а мгновенная плотность энергии пульсирует с удвоенной частотой 2ω , от нулевого значения до максимального $2\bar{w}$ относительно среднего значения \bar{w} .

Давление и импульс электромагнитных волн.

Гипотеза о световом давлении на отражающие и поглощающие тела впервые была высказана *И. Кеплером* (1619г.) для объяснения отклонения хвостов комет, пролетающих вблизи Солнца. Впоследствии Дж. К. Максвелл (1873г.) предсказал величину светового давления, которая оказывается очень малой даже для света, испускаемого такими мощными источниками света как Солнце или электрическая дуга. При проведении измерения в земных условиях действие светового давления оказывается в тысячу раз меньше действия побочных факторов, основными из которых является конвекционные токи и радиометрические эффекты.

Впервые экспериментальное исследование давления света на твердые тела впервые было проведено *П. И. Лебедевым* в 1899г. Им же в 1910г было измерено давление на газы.

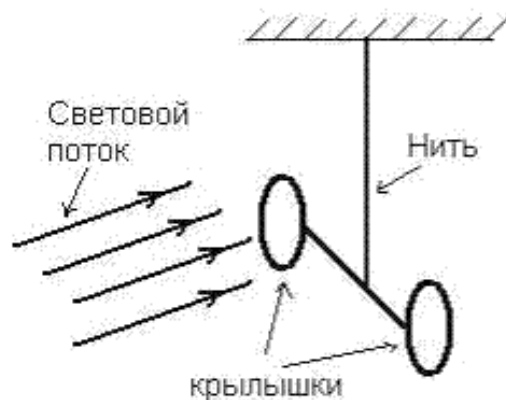


Рис. 1.13.

Основную часть *прибора П. И. Лебедева для измерения давления света* составляли лёгкие крылышки диаметром 5мм, подвешиваемые на упругой нити (рис.1.13) внутри вакуумированного сосуда. Крылышки изготавливались из различных металлов, слюды и их можно было заменять при проведении экспериментов. На крылышки с помощью системы линз, на показанной на рисунке, направлялся свет от сильной электрической дуги. В результате воздействия света на крылышки нить закручивалась и крылышки отклонялись. Опыты П. И. Лебедева полностью согласовывались с электромагнитной теорией Максвелла.

Явление давления света состоит в том, что при поглощении электромагнитной волны в некотором теле ему передаётся импульс со стороны волны. Для оценки величины давления электромагнитных волн, таким образом, необходимо оценить импульс (количество движения), переносимый волной.

Рассмотрим следующий пример. Пусть плоская электромагнитная волна падает перпендикулярно на

плоскую поверхность некоторого слабо проводящего тела со значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей, равными единице, т.е. $\epsilon = 1; \mu = 1$.

В соответствии с уравнениями Максвелла (1.1b) в облучаемом теле возбудится ток, плотность которого может быть вычислена по формуле:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}.$$

Магнитное поле волны будет действовать на ток с силой, величину которой в расчете на единицу объема тела можно найти по формуле Лорентца:

$$\vec{F}_{\text{эл}} = \vec{j} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \times \vec{H}. \quad (1.34)$$

Ввиду взаимной ортогональности векторов напряженности электрического и магнитного полей волны упрощается расчет величины искомой силы:

$$F_{\text{эл}} = \mu_0 j H$$

Поверхностному слою тела, объем которого dV , сообщается в единицу времени импульс dK в соответствии со вторым законом Ньютона, равный:

$$dK = F_{\text{эл}} dV = \mu_0 j H dV. \quad (1.35)$$

В том же слое в единицу времени поглотится (выделится в виде тепла) энергия электромагнитной волны, равная:

$$dW = j E dV. \quad (1.36)$$

Из выражений (1.35) и (1.36) с учетом соотношения между амплитудами электрического и магнитного полей плоской гармонической волны (1.11b) следует, что:

$$\frac{dK}{dW} = \mu_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 1/c,$$

где c - скорость света в вакууме.

Отсюда следует, что плоская электромагнитная волна с плотностью энергии w имеет *импульс $K_{\text{эл}}$ в единице объема, переносимый плоской электромагнитной волной за единицу времени*, определяемый по формуле:

$$K_{\text{эл}} = w/c. \quad (1.37)$$

В курсе механики³ уже встречалось похожее соотношение между импульсом и энергией релятивистских частиц с нулевой массой покоя. Подобное совпадение не удивительно, ибо согласно современным представлениям электромагнитная волна представляет собой поток обладающих нулевой массой *фотонов*, движущихся со скоростью света.

Из выражения (1.26b) следует, что поток энергии и импульс в единице объема электромагнитной волны связаны между собой:

$$\vec{K}_{\text{об}} = \vec{S}/c^2. \quad (1.38)$$

Итак, для оценки давления электромагнитной волны надо подсчитать импульс, передаваемый телу за единицу времени со стороны волны, падающей на единичную площадку поверхности тела. Такая сила, как известно, и есть давление электромагнитной волны.

Если K импульс электромагнитной волны в единице объёма, то в единицу времени единичной площадке на поверхности полностью поглощающего тела в соответствии с (1.37) будет передан импульс, содержащейся в объёме параллелепипеда, имеющего единичную площадь основания и высоту c :

$$K = cw$$

Расчет конкретного значения давления электромагнитной волны зависит от состояния поверхности тела, которое она облучает. Так, для полностью отражающего тела (зеркальной поверхности) импульс $\Delta K_{\text{зерк}}$, передаваемый телу, определяется изменением импульса \vec{K}_1 электромагнитной волны до отражения и после отражения $\vec{K}_2 = -\vec{K}_1$:

$$\Delta K_{\text{зерк}} = 2K_1 = 2cw.$$

Из этих выражений следует, что давление на поверхность полностью поглощающего волну тела в два раза меньше давления на зеркально отражающую поверхность того же тела.

Таким образом, в зависимости от состояния отражающей поверхности (зеркальной, поглощающей или занимающей среднее положение между указанными крайними случаями) **давление электромагнитной волны** p может быть оценено с помощью следующего соотношения:

$$w < p < 2w. \quad (1.39)$$

При рассмотрении давления плоской гармонической волны необходимо осознавать, что давление $p(t)$ представляет собой величину, зависящую от времени и для волн с большой частотой, например, световых с частотой $\approx 10^{15}$ колебаний в секунду, частота пульсаций давления оказывается того же порядка $\approx 2 \cdot 10^{15}$. По этой причине для характеристики давления вводят понятие среднего давления \bar{p} , по аналогии определяемого по формуле (1.31a), в которую вместо $w(t)$ надо подставить $p(t)$.

Рассчитаем **среднее давление плоской гармонической волны** с амплитудой E_m , падающей на зеркально отражающую поверхность тела. Тогда, с помощью (1.9), (1.25b) получаем:

$$\bar{p}_{\text{зерк}} = E_m^2 \varepsilon_0 = 2\bar{w}, \quad (2.40a)$$

где \bar{w} - среднее значение плотности энергии электромагнитной волны.

Аналогично может быть получена оценка давления излучения на поглощающее тело:

$$\bar{p}_{\text{погл}} = 0.5 E_m^2 \varepsilon_0 = \bar{w} \quad (2.40b)$$

Проведенный расчет среднего давления позволяет переписать соотношение (2.39) для оценки среднего давления при облучении электромагнитной волной тела:

$$0.5\epsilon_0 E_{\text{ж}}^2 < \bar{p} < \epsilon_0 E_{\text{ж}}^2. \quad (2.41)$$

Расчет давления электромагнитных волн по этим формулам приводит к очень малой его величине даже для очень мощных источников электромагнитных волн. Как показывают расчеты, подтвержденные в эксперименте, для светового источника мощностью в миллион свечей давление составляет на расстоянии 1м от источника всего лишь - 10^{-7} ПА.

Необходимо отметить, что давление света не всегда имеет достаточно малое значение. Так, *давление сфокусированного лазерного излучения* на поверхность тонкой металлической пластинки может привести к её пробою, т.е. к появлению отверстия в пластинке. *Давление внутри горячих звезд* играет существенную роль при их взрывах. Если температура внутри звезды достигает величины 10^{12}K^0 , то световое давление сравнивается по величине с давлением плазмы, из которой состоит звезда.

Световое давление играет большую роль в астрофизических процессах. Световое давление наряду с давлением газов обеспечивает стабильность звёзд, противодействуя силам гравитационного сжатия. В атомной физике к эффекту светового давления близки процессы передачи части импульса от высокоэнергетического фотона электронам атомов вещества, на которых происходит их рассеяние (*эффект Комптона*).

- 1) См. том 3 настоящего учебного пособия
- 2) См. том 3 настоящего учебного пособия
- 3) См.1 том настоящего пособия.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 1. Электромагнитные волны

1.3 Шкала электромагнитных волн

Спектр электромагнитных волн.

Электромагнитные волны классифицируются по длине волны λ или связанной с ней частотой волны f . Отметим также, что эти параметры характеризуют не только волновые, но и квантовые свойства электромагнитного поля. Соответственно в первом случае электромагнитная волна описывается классическими законами, изучаемыми в данном томе, а во втором - квантовыми законами, изучаемыми в томе 5 настоящего пособия.

Рассмотрим понятие спектра электромагнитных волн. *Спектром электромагнитных волн* называется полоса частот электромагнитных волн, существующих в природе.

Спектр электромагнитного излучения в порядке увеличения частоты составляют:

- 1) Радиоволны;
- 2) Инфракрасное излучение;
- 3) Световое излучение;
- 4) Рентгеновское излучение;
- 5) Гамма излучение.

Различные участки электромагнитного спектра отличаются по способу излучения и приёма волн, принадлежащих тому или иному участку спектра. По этой причине, между различными участками электромагнитного спектра нет резких границ.

Радиоволны изучает классическая электродинамика. Инфракрасное световое и ультрафиолетовое излучение изучает как классическая оптика, так и квантовая физика. Рентгеновское и гамма излучение изучается в квантовой и ядерной физике.

Рассмотрим спектр электромагнитных волн более подробно.

Радиоволны.

Радиоволны представляют собой электромагнитные волны, длины которых превосходят 0.1мм (частота меньше $3 \cdot 10^{12}$ Гц = 3000 Гц).

Радиоволны делятся на:

1. Сверхдлинные волны с длиной волны больше 10км(частота меньше $3 \cdot 10^4$ Гц=30кГц);

2. Длинные волны в интервале длин от 10 км до 1 км (частота в диапазоне $3 \cdot 10^4$ гц - $3 \cdot 10^5$ гц = 300 кГц);
3. Средние волны в интервале длин от 1 км до 100 м (частота в диапазоне $3 \cdot 10^5$ гц - $3 \cdot 10^6$ гц = 3 мГц);
4. Короткие волны в интервале длин волн от 100 м до 10 м (частота в диапазоне $3 \cdot 10^6$ гц - $3 \cdot 10^7$ гц = 30 мГц);
5. Ультракороткие волны с длиной волны меньше 10 м (частота больше $3 \cdot 10^7$ гц = 30 МГц).

Ультракороткие волны в свою очередь делятся на :

- а) метровые волны;
- б) сантиметровые волны;
- в) миллиметровые волны;
- г) субмиллиметровые или микрометровые.

Волны с длиной волны меньше, чем 1 м (частота меньше чем 300 мГц) называются микроволнами или волнами сверхвысоких частот (СВЧ - волны).

Из-за больших значений длин волн радиодиапазона по сравнению с размерами атомов распространение радиоволн можно рассматривать без учета атомистического строения среды, т.е. феноменологически, как принято при построении теории Максвелла. Квантовые свойства радиоволн проявляются лишь для самых коротких волн, примыкающих к инфракрасному участку спектра и при распространении т.н. сверхкоротких импульсов с длительностью порядка 10^{-12} сек - 10^{-15} сек, сравнимой со временем колебаний электронов внутри атомов и молекул.

Инфракрасное и световое излучения.

Инфракрасное, световое, включая ультрафиолетовое, излучения составляют *оптическую область спектра электромагнитных волн* в широком смысле этого слова. Близость участков спектра перечисленных волн обусловило сходство методов и приборов, применяющихся для их исследования и практического применения. Исторически для этих целей применяли линзы, дифракционные решетки, призмы, диафрагмы, оптически активные вещества, входящие в состав различных оптических приборов (интерферометров, поляризаторов, модуляторов и пр.).

С другой стороны излучение оптической области спектра имеет общие закономерности прохождения различных сред, которые могут быть получены с помощью геометрической оптики, широко используемой для расчетов и построения, как оптических приборов, так и каналов распространения оптических сигналов.

Оптический спектр занимает диапазон длин электромагнитных волн в интервале от $2 \cdot 10^{-6}$ м = 2 мкм до 10^{-8} м = 10 нм (по частоте от $1.5 \cdot 10^{14}$ гц до $3 \cdot 10^{16}$ гц). *Верхняя граница оптического диапазона* определяется длинноволновой границей инфракрасного диапазона, а *нижняя коротковолновой границей ультрафиолета* (рис.2.14).

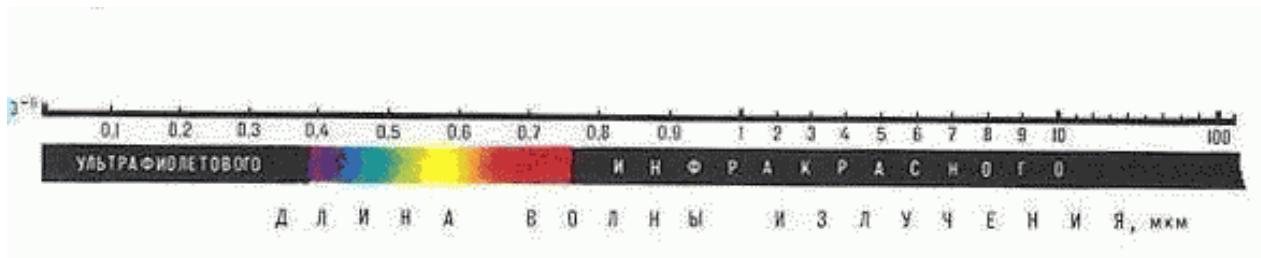


Рис. 1.14.

Ширина оптического диапазона по частоте составляет примерно 18 октав¹, из которых на оптический диапазон приходится примерно одна октава ($\lambda = 400 - 760 \text{ нм}$); на ультрафиолет - 5 октав ($\lambda = 10 - 400 \text{ нм}$), на инфракрасное излучение - 11 октав (

$$\lambda = 760 \text{ нм} - 2 \text{ мм}).$$

В оптической части спектра становятся существенными явления, обусловленные атомистическим строением вещества. По этой причине наряду с волновыми свойствами оптического излучения проявляются квантовые свойства.

Рентгеновское и гамма излучение.

В области рентгеновского и гамма излучения на первый план выступают квантовые свойства излучения.

Рентгеновское излучение возникает при торможении быстрых заряженных частиц (электронов, протонов и пр.), а также в результате процессов, происходящих внутри электронных оболочек атомов.

Гамма излучение является следствием явлений, происходящих внутри атомных ядер, а также в результате ядерных реакций. Граница между рентгеновским и гамма излучением определяются условно по величине кванта энергии $E = h\nu$ ², соответствующего данной частоте ν излучения.

Рентгеновское излучение составляют электромагнитные волны с длиной от 50 нм до 10^{-3} нм, что соответствует энергии квантов от 20 эВ до 1 МэВ.

Гамма излучение составляют электромагнитные волны с длиной волны меньше 10^{-2} нм, что соответствует энергии квантов больше 0.1 МэВ.

Электромагнитная природа света.

Свет представляет собой видимый участок спектра электромагнитных волн, длины волн которых занимают интервал от 0.4 мкм до 0.76 мкм. Каждой спектральной составляющей оптического излучения может быть поставлен в соответствие определенный цвет. *Окраска спектральных составляющих оптического излучения* определяется их длиной волны. Цвет излучения изменяется по мере уменьшения его длины волны следующим образом: красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий, фиолетовый.

Красный свет, соответствующий наибольшей длине волны, определяет красную границу спектра. Фиолетовый свет - соответствует фиолетовой границе.

Естественный свет не окрашен и представляет суперпозицию электромагнитных волн из всего видимого спектра. Естественный свет появляется в результате испускания электромагнитных волн возбужденными атомами. Характер возбуждения может быть различным: тепловой, химический,

электромагнитный и др. В результате возбуждения атомы излучают хаотическим образом электромагнитные волны примерно в течении 10^{-8} сек. Поскольку энергетический спектр возбуждения атомов достаточно широкий, то излучаются электромагнитные волны из всего видимого спектра, начальная фаза, направление и поляризация которых имеет случайный характер. По этой причине естественный свет не поляризован. Это означает, что "плотность" спектральных составляющих электромагнитные волны естественного света, имеющих взаимно перпендикулярные поляризации одинаково.

Гармонические электромагнитные волны светового диапазона называются *монохроматическими*. Для световой монохроматической волны одной из главных характеристик является интенсивность. *Интенсивность световой волны* J представляет собой среднее значение величины плотности потока энергии (1.25) переносимого волной:

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_0^T |\vec{S}| dt \right) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_0^T \vec{E} \times \vec{H} dt \right), \quad (1.42)$$

где $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ - вектор Пойнтинга.

Расчет интенсивности световой, плоской, монохроматической волны с амплитудой электрического поля E_m в однородной среде с диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями по формуле (1.35) с учетом (1.30) и (1.32) дает :

$$J = 0.5nE_m^2 / \zeta_0 = 0.5\zeta_0 n H_m^2, \quad (1.43)$$

где $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ - коэффициент преломления среды; $\zeta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \Omega$ - волновое сопротивление вакуума.

Традиционно оптические явления рассматриваются с помощью лучей. Описание оптических явлений с помощью лучей называется *геометрооптическим*. Правила нахождения траекторий лучей, разработанные в геометрической оптике, широко используются на практике для анализа оптических явлений и при построении различных оптических приборов.

Дадим определение луча, исходя из электромагнитного представления световых волн. Прежде всего, лучи - это линии, вдоль которых распространяются электромагнитные волны. По этой причине *луч* - это линия, в каждой точке которой усредненный вектор Пойнтинга \vec{S} электромагнитной волны направлен по касательной к этой линии.

В однородных изотропных средах направление среднего вектора Пойнтинга \vec{S} совпадает с нормалью к волновой поверхности (эквифазной поверхности), т.е. вдоль волнового вектора \vec{k} .

Таким образом, в однородных изотропных средах лучи перпендикулярны соответствующему волновому фронту электромагнитной волны.

Для примера рассмотрим лучи, испускаемые точечным монохроматическим источником света. С точки зрения геометрической оптики из точки источника исходит множество лучей в радиальном направлении. С позиции электромагнитной сущности света из точки источника распространяется сферическая электромагнитная волна. На достаточно большом расстоянии от источника кривизной

волнового фронта можно пренебречь, считая локально сферическую волну плоской. Разбивая поверхность волнового фронта на большое количество локально плоских участков, можно через центр каждого участка провести нормаль, вдоль которого распространяется плоская волна, т.е. в геометрооптической интерпретации луч. Таким образом, оба подхода дают одинаковое описание рассмотренного примера.

Основная задача геометрической оптики состоит в нахождении направления луча (траектории). Уравнение траектории находится после решения вариационной задачи нахождения минимума т.н. действия на искомым траекториях. Не вдаваясь в подробности строгой формулировки и решения указанной задачи, можно полагать, что лучи представляют собой траектории с наименьшей суммарной оптической длиной. Данное утверждение является следствием принципа Ферма.

Вариационный подход определения траектории лучей может быть применен и к неоднородным средам, т.е. таким средам, у которых показатель преломления $n(x, y, z)$ является функция координат точек среды. Если описать функцией $\Psi(x, y, z)$ форму поверхности волнового фронта в неоднородной среде, то её можно найти исходя из решения уравнения в частных производных, известного как *уравнение эйконала*, а в аналитической механике как уравнение *Гамильтона - Якоби*:

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z}\right)^2 = n^2(x, y, z).$$

Таким образом, математическую основу геометрооптического приближения электромагнитной теории составляют различные методы определения полей электромагнитных волн на лучах, исходя из уравнения эйконала или каким - либо другим способом. Геометрооптическое приближение широко используется на практике в радиоэлектронике для расчета т.н. квазиоптических систем.

В заключение заметим, что возможность описать свет одновременно и с волновых позиций путем решения уравнений Максвелла и с помощью лучей, направление которых определяется из уравнений Гамильтона - Якоби, описывающих движение частиц, является одним из проявлений дуализма света, приведшего, как известно, к формулировке основных принципов квантовой механики.

1) Октавой по определению называется диапазон частот между произвольной частотой ω и её второй гармоникой, равной 2ω .

2) $h=6.6310^{-34}$ Джсек - постоянная Планка.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[S]ote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 2. Излучение электромагнитных волн

В этой главе изучается излучение электромагнитных волн на примере задачи определения электромагнитного поля, возникающего при неравномерном движении электрического заряда. Задача решается исходя из представления о том, что электромагнитные поля, возникающие при движении заряда должны иметь волновой характер. Наиболее просто в этом случае можно найти магнитное поле электромагнитной волны на расстоянии от движущегося заряда, во много раз превышающем размеры заряда. Показано, что в этом случае электромагнитная волна является сферической и, вследствие этого на большом расстоянии от заряда её фронт волны может с большой степенью точности считаться плоским. Это позволяет определить электрическое поле электромагнитной волны, излучаемой движущимся зарядом, на основании взаимосвязи векторов электромагнитной волны, следующей из уравнений Максвелла и рассмотренной в предыдущей главе. Анализируются основные свойства электромагнитной волны: отсутствие излучения в направлении движения, поляризация электромагнитной волны, определяемая направлением движения заряда, закон обратно пропорционального пройденному волной от источника расстоянию убывания амплитуды векторов электромагнитного поля, возможность излучения электромагнитных волн только при неравномерном движении заряда. Исследуется задача об излучении электромагнитной волны рамкой с током, а также щелью, прорезанной в плоском проводящем экране, по которому протекает ток. В ходе решения этой задачи указывается на взаимосвязь решений задач об излучении рамки с током и движущегося заряда. Эта взаимосвязь составляет основу принципа двойственности, широко используемого в электродинамике для решения задач дифракции на дополнительных экранах. В частности, в оптике принцип двойственности в упрощённой формулировке известен, как принцип Бабинне, изучаемый в главе 6. Рассматривается расчет средней мощности электромагнитной волны, излучаемой движущимся зарядом или рамкой с током. Отмечается анизотропный характер распределения излучаемой мощности в пространстве. Вводится понятие сопротивления излучения устройств, которые используются для излучения электромагнитных волн (диполя Герца, рамки с током). Обсуждается зависимость излучаемой мощности от частоты электромагнитной волны, имеющая значение при изучении в главе 4 взаимодействия электромагнитных волн со средой, в которой распространяется электромагнитная волна. В главе описываются экспериментальные исследования излучения электромагнитных волн, проведенные Г. Герцем.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[]Sote

ГЛАВА 2. Излучение электромагнитных волн**2.1 Волновой характер электромагнитного поля движущегося заряда**

В предыдущей главе мы рассмотрели основные свойства электромагнитных волн, оставив в стороне "механизм" их возникновения. В этой главе мы обсудим проблему излучения электромагнитных волн, источниками которых, как мы установили выше, являются изменяющиеся во времени токи и/или неравномерно движущиеся электрические заряды.

Рассмотрим для определённости движущийся неравномерно электрический заряд. Неравномерное движение электрического заряда эквивалентно протеканию изменяющегося во времени электрического тока, меняющегося во времени магнитное поле которого, в свою очередь, создаст в окружающем пространстве электрическое поле и т.д. В результате этого процесса возникнет электромагнитная волна, источником которой является неравномерно движущийся заряд. Для определения электрического и магнитного поля возникающей волны необходимо решить систему уравнений Максвелла (1.1b), которая определяется распределением эквивалентного движению заряда тока. Необходимо отметить, что решение системы уравнений Максвелла для произвольно изменяющихся во времени и произвольно распределённых в пространстве токов и/или неравномерно движущихся зарядов представляет собой сложную математическую задачу. Однако при некоторых сделанных ниже разумных предположениях о характере движения заряда можно рассчитать его электромагнитное излучение и получить представление не только о механизме излучения электромагнитных волн, но и его основных свойствах.

В соответствии со сказанным выше рассмотрим задачу об излучении электромагнитной волны движущимся электрическим зарядом. Пусть заряд, распределённый в некотором, достаточно малом объёме V с плотностью $\rho(x_s, y_s, z_s)$, движется в вакууме как целое со скоростью \vec{u} , зависящей от времени, вдоль оси OZ выбранной системы координат (рис.2.1). Это движение заряда будет эквивалентно протеканию электрического тока с плотностью $\vec{j}(x_s, y_s, z_s)$, равной:

$$\vec{j}(x_s, y_s, z_s) = \vec{u}\rho(x_s, y_s, z_s). \quad (2.1)$$

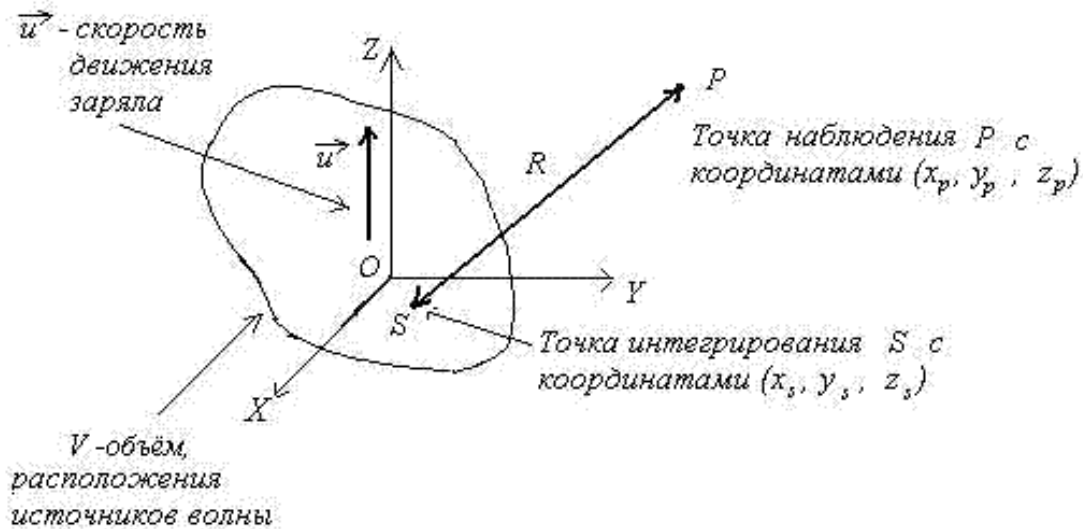


Рис. 2.1.

Как следует из уравнений Максвелла, в пространстве вокруг изменяющегося во времени тока возникнет электромагнитная волна. Рассчитаем электрическое и магнитное поле электромагнитной волны, излучаемой движущимся зарядом. Наиболее просто найти магнитное поле электромагнитной волны, создаваемое током, эквивалентным движению заряда. Электрическое же поле излучаемой волны, связанное с магнитным полем в силу уравнений Максвелла (1.1b), оказывается можно определить с помощью соотношений (1.12a), связывающих амплитуды векторов напряжённости электрического и магнитного полей в плоской гармонической электромагнитной волне.

Как известно, вектор индукции магнитного поля \vec{B} , создаваемый распределением тока с плотностью $\vec{j}(x_s, y_s, z_s)$, может быть вычислен на основании закона Био - Савара - Лапласа с помощью принципа суперпозиции по формуле:

$$\vec{B} = \mu_0 / 4\pi \int_V [\vec{j} \times \vec{R}] / R^3 dV \quad (2.2)$$

где \vec{R} - радиус вектор, проведённый из точки интегрирования, принадлежащей объёму V , в точку наблюдения P с координатами x_p, y_p, z_p (рис. 2.1).

Для упрощения следующих далее расчётов магнитного поля выражение (2.2) может быть преобразовано с помощью правил дифференцирования сложных функций и свойств оператора пространственного дифференцирования $\nabla = (\frac{\partial}{\partial x} \vec{i}, \frac{\partial}{\partial y} \vec{j}, \frac{\partial}{\partial z} \vec{k})$ (см. задачу 2.1 в конце параграфа) следующим образом:

$$\vec{B} = \mu_0 / 4\pi \text{rot} \left(\int_V (\vec{j} / R) dV \right), \quad (2.3)$$

где $R = \sqrt{(x_p - x_s)^2 + (y_p - y_s)^2 + (z_p - z_s)^2}$ - расстояние между точкой объёма V и точкой наблюдения P (рис.2.1).

В главе 1 мы отметили характерную особенность зависимости векторов напряжённости электрического и магнитного полей электромагнитных волн от координат и времени в виде следующих их комбинаций:

$$s_{\pm} = t \pm R/v, \quad (2.4)$$

где $v = c / \sqrt{\epsilon\mu}$ - фазовая скорость электромагнитной волны в среде с диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями; c - скорость света в вакууме; R - расстояние, проходимое волной от источника до точки её наблюдения.

Напомним, что электромагнитная волна, вектора напряжённости электрического и магнитного полей которых зависят от комбинации s_{-} , распространяются от источника (объёма V) в окружающее пространство. Напротив, электромагнитная волна, вектора напряжённости электрического и магнитного полей которых зависят от комбинации s_{+} распространяется к источнику (объёму V) из окружающего пространства. При решении задачи об излучении волн из объёма V должен выполняться принцип причинности, в соответствии с которым электромагнитные волны, приходящие из окружающего объём V пространства должны быть исключены.

Следовательно, **вектор индукции \vec{B} электромагнитной волны, возникающей при движении заряда в объёме V** , может быть найден с помощью выражения:

$$\vec{B} = \mu_0 / 4\pi \text{rot} \left(\int_V (\vec{j}(t - R/v) / R) dV \right), \quad (2.5)$$

Из формулы (2.5) следует, что вектор индукции магнитного поля электромагнитной волны в точке наблюдения запаздывает по отношению к значениям этого вектора в точках объёма V . Это **запаздывание** является следствием распространения электромагнитной волны с конечной скоростью $v_{\text{ф}}$ от точки источника в объёме V до точки наблюдения P .

Решение задачи об излучении электромагнитных волн в ограниченную область пространства, окружающего объём V , или в пространство, включающего неоднородности в виде некоторых объектов, способных отражать электромагнитные волны, в том числе назад к их источникам, более сложно, поскольку в этом случае решение волнового уравнения представляется с помощью с помощью функций, зависящих как от s_{-} , так и от s_{+} , определяемых выражением (2.4), и представляющих собой математическое выражение волн, распространяющихся навстречу друг другу в соответствии с решением волнового уравнения по **методу Д'Аламбера**.

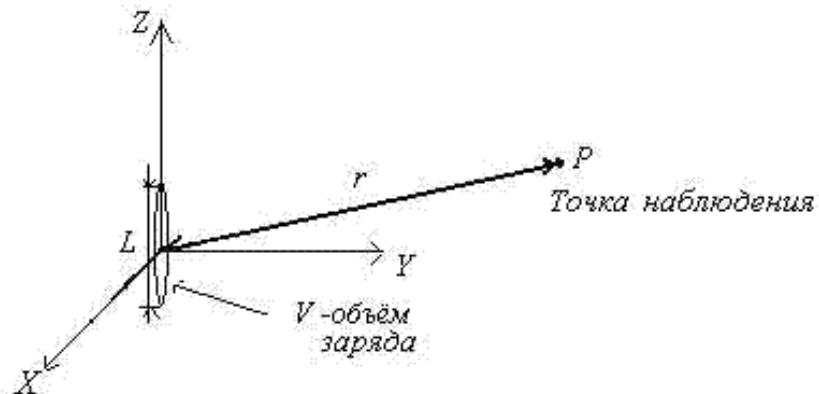


Рис. 2.2.

Определим размер L области пространства, занимаемой зарядом, величиной диаметра наименьшей

сферы, внутри которой находится эта область. Предположим, что размеры L (рис.2.2) области пространства, занимаемой зарядом во много раз меньше расстояния r от 'центра' заряда до точки наблюдения, т.е. $L \ll r$. Кроме того, будем полагать, что скорость движения заряда во много раз меньше скорости света, т.е. $u \ll v$. В результате этих предположений выражение (2.5) упрощается:

$$\vec{B} \approx (\mu_0 / 4\pi) \text{rot} \left(\frac{1}{r} \int_V \vec{u} \rho(t - \frac{r}{v}) dV \right).$$

Учитывая, что скорость всех точек объёма, занимаемого зарядом, одинакова, в результате очевидных упрощений получим следующее выражение для расчёта \vec{B} :

$$\vec{B} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \text{rot} \left(\frac{\vec{u}}{r} \int_V \rho \left(t - \frac{r}{v} \right) dV \right) = (\mu_0 / 4\pi) \text{rot} \left(\frac{\vec{u}}{r} Q(t - \frac{r}{v}) \right),$$

где $Q(t - \frac{r}{v}) = \int_V \rho(t - \frac{r}{v}) dV$ - полный заряд в движущемся объёме V .

Но

$$\vec{u} Q(t - \frac{r}{v}) = \frac{d\vec{z}}{dt} Q(t - \frac{r}{v}) = \frac{d\vec{P}(t - \frac{r}{v})}{dt} = \dot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v})$$

где

$$\vec{P} = \vec{z} Q \quad (2.6)$$

- дипольный момент объёмного заряда, имеющего малый размер,

С учетом этих упрощений получим:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \text{rot} \left(\frac{\dot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v})}{r} \right) \quad (2.7)$$

Задачи

Задача 2.1

Показать, что вектор индукции магнитного поля \vec{B} , создаваемого током с плотностью $\vec{j}(x, y, z)$ в объёме V , может быть вычислен в точке наблюдения P с координатами x_p, y_p, z_p по формуле (2.3):

$$\vec{B} = \mu_0 / 4\pi \text{rot} \left(\int_V (\vec{j} / R) dV \right)$$

где $R = \sqrt{(x_p - x_s)^2 + (y_p - y_s)^2 + (z_p - z_s)^2}$ - расстояние между точкой объёма V и точкой наблюдения P (рис.2.1).

Решение.

Для преобразования исходной формулы (2.2) используем оператор ∇ пространственного дифференцирования по координатам точки наблюдения P , определяемый формулой

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_p} \vec{i}, \frac{\partial}{\partial y_p} \vec{j}, \frac{\partial}{\partial z_p} \vec{k} \right),$$

где \vec{i} - единичный вектор в направлении оси OX , \vec{j} - единичный вектор в направлении оси OY , \vec{k} - единичный вектор в направлении оси OZ (рис.2.1).

Определим $\text{grad}(1/R) = \nabla(1/R)$, используя правило дифференцирования сложной функции

$$R = \sqrt{(x_p - x_s)^2 + (y_p - y_s)^2 + (z_p - z_s)^2} :$$

$$\text{grad}(1/R) = -\vec{R}/R^3.$$

С помощью этого соотношения формула (2.2) будет иметь вид:

$$\vec{B} = (\mu_0 / 4\pi) \int_V [\nabla(1/R) \times \vec{j}] dV$$

Замечая, что вектор плотности тока $\vec{j}(x_s, y_s, z_s)$ не зависит от координат точки наблюдения, можно преобразовать подынтегральное выражение, определяющее вектор \vec{B} , с помощью дифференцирования произведения функций $1/R, \vec{j}$ по переменным x_p, y_p, z_p :

$$\nabla \times \{(1/R)\vec{j}\} = \{\nabla(1/R) \times \vec{j}\} - (\nabla \times \vec{j})(1/R) = \nabla(1/R) \times \vec{j}.$$

С учётом этого соотношения после цепочки очевидных преобразований получаем формулу (2.3):

$$\vec{B} = (\mu_0 / 4\pi) \int_V \nabla \times \{\vec{j}/R\} dV = (\mu_0 / 4\pi) \nabla \times \int_V \{\vec{j}/R\} dV = (\mu_0 / 4\pi) \text{rot} \left\{ \int_V \{\vec{j}/R\} dV \right\}.$$

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

ГЛАВА 2. Излучение электромагнитных волн**2.2 Определение электромагнитных полей колеблющегося заряда**

С помощью выражения (2.7) найдем индукцию магнитного поля, принимая во внимание, что вектор \vec{P} имеет отличную от нуля z составляющую, а остальные его компоненты равны нулю. Следовательно, вектор индукции \vec{B} расположен в плоскости перпендикулярной оси OZ (рис.2.3).

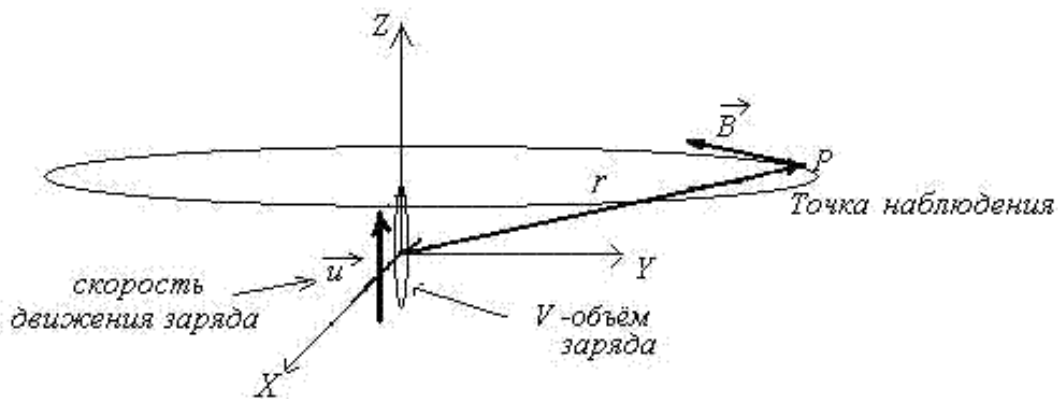


Рис. 2.3.

Выполняя дифференцирование в (2.7), получим выражение для x - ой компоненты вектора индукции магнитного поля:

$$B_x = -(\mu_0 / 4\pi) \frac{y}{r^2} \left[\frac{1}{r} \ddot{P}_z(t - \frac{r}{v}) + \frac{1}{v} \dot{P}_z(t - \frac{r}{v}) \right], \quad (2.8a)$$

где при выводе использовались следующие очевидные формулы дифференцирования

$\frac{\partial}{\partial y} (1/r) = -y/r^3$; $\frac{\partial}{\partial y} = y/r$; а также введено обозначение для второй производной от вектора дипольного момента по времени:

$$\ddot{P}_z(t - r/v) = \frac{\partial^2 P_z(t - \frac{r}{v})}{\partial t^2}.$$

Аналогичным образом может быть рассчитана y - ая компонента вектора индукции магнитного поля:

$$B_y = (\mu_0 / 4\pi) \frac{x}{r^2} \left[\frac{1}{r} \dot{P}_z(t - \frac{r}{v}) + \frac{1}{v} \ddot{P}_z(t - \frac{r}{v}) \right], \quad (2.8b)$$

С помощью (2.8) можно написать векторное равенство:

$$\vec{B} = (\mu_0 / 4\pi) \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{r} \dot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) + \frac{1}{v} \ddot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) \right] \times \vec{r}. \quad (2.9a)$$

Отметим очевидный факт, что если бы не зависимость аргумента первого слагаемого в этом выражении от $t - \frac{r}{v}$, то оно точно определяло бы магнитное поле $d\vec{B}$, возбуждаемое, протекающим в 'малом' объёме dV стационарным током с плотностью \vec{j} и рассчитываемое исходя из закона Био - Савара - Лапласа:

$$d\vec{B} = (\mu_0 / 4\pi) \frac{\vec{j} \times \vec{r}}{r^3} dV, \quad (2.9b)$$

где \vec{j} - плотность тока, эквивалентного движению заряда вдоль оси OZ и в соответствии с (2.6) равного:

$$\dot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) = Q\vec{u} = \vec{j}dV.$$

Таким образом, выражение (2.9a), определяющее магнитное поле движущегося заряда, отличается от (2.9b), следующего из закона Био - Савара - Лапласа для расчёта магнитного поля стационарного тока. Во-первых, в (2.9a) имеется дополнительное (второе) слагаемое, отсутствующее в (2.9b). Во-вторых, магнитное поле, определяемое (2.9a), имеет волновой характер, поскольку учитывает конечную скорость волны при её движении от заряда до точки наблюдения.

Рассмотрим роль второго слагаемого в (2.9a) для расчёта магнитного поля движущегося заряда. Очевидно, на малых расстояниях r от движущегося заряда ($tv \gg r$) можно пренебречь волновым характером его магнитного поля (влиянием запаздывания) и его можно рассчитывать исходя из закона Био - Савара - Лапласа (2.9b). Действительно, можно показать, что вблизи движущегося заряда второе слагаемое в (2.9a) стремится компенсировать эффект запаздывания первого слагаемого. В этом нетрудно убедиться, разлагая для малых значений $r \ll tv$ в ряд Тейлора функцию $\dot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right)$

$$\dot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) = \dot{\vec{P}}(t) - \frac{r}{v} \ddot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) + \dots,$$

и, принимая во внимание, что в том же порядке малости справедливо равенство $\dot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) = \dot{\vec{P}}(t)$, из (2.9a) получается (2.9b).

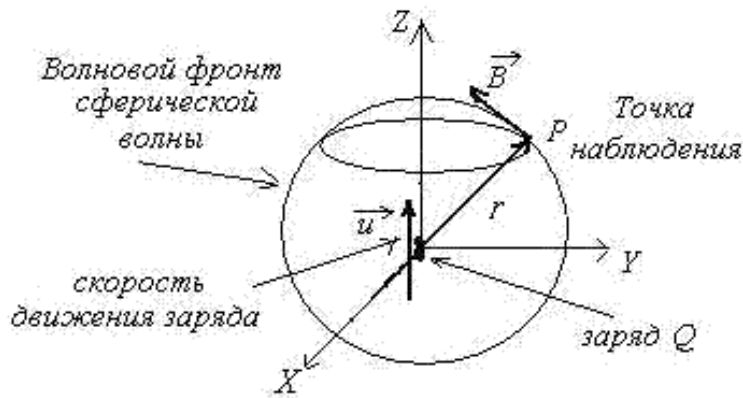


Рис. 2.4.

Рассмотрим магнитное поле движущегося заряда на большом расстоянии от него ($r \rightarrow \infty$). Тогда из формулы (2.9а) следует, что индукция магнитного поля определяется вторым слагаемым, превышающим по порядку величины первое слагаемое, которым можно пренебречь. В результате **индукция магнитного поля движущегося** заряда при $r \rightarrow \infty$ может быть рассчитана по формуле, которая с учётом очевидного обобщения на случай излучения электромагнитных волн в среде с диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостью, может быть записана следующим образом:

$$\vec{B} = (\mu\mu_0 / 4\pi v) \frac{1}{r^2} [\ddot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v})] \times \vec{r} \quad (2.10a)$$

Учитывая связь вектора напряженности магнитного поля \vec{H} и вектора индукции магнитного поля \vec{B} в вакууме, отсюда следует, что:

$$\vec{H} = (1 / 4\pi v) \frac{1}{r^2} [\ddot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v})] \times \vec{r}. \quad (2.10b)$$

Из полученных выражений следует, что магнитное поле электромагнитной волны движущегося заряда убывает на значительном расстоянии от него обратно пропорционально расстоянию. Следовательно, электромагнитная волна, возникающая при движении заряда, в соответствии со сказанным в гл.2 является сферической (рис.2.4)¹, излучаемой из точки расположения заряда ввиду малости размеров занимаемого им объёма. Это обстоятельство облегчает нахождение вектора напряженности \vec{E} электрического поля электромагнитной волны движущегося заряда .



Рис. 2.5.

В самом деле, на значительном расстоянии от центра излучения заряда сферическая волна локально в окрестности произвольной точки наблюдения может быть представлена как плоская волна (рис.2.5), распространяющаяся в направлении луча от центра к точке наблюдения. В плоской волне вектора напряженности электрического \vec{E} , магнитного поля \vec{H} и направление распространения волны образуют правую тройку векторов, что позволяет однозначно определить направление и величину вектора \vec{E} по известному вектору \vec{H} с помощью соотношения (1.12a). Следовательно, *напряжённость электрического поля в электромагнитной волне, излучаемой движущимся зарядом* в среде с диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостью, определяется формулой:

$$\vec{E} = -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} (1/4\pi\epsilon_0 r^3 c^2) [\dot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v}) \times \vec{r}] \times \vec{r}, \quad (2.11a)$$

где при преобразованиях были использованы формулы для волнового сопротивления вакуума (1.13) и скорости света (1.7), выражающие эти величины через электрическую ϵ_0 и магнитную μ_0 постоянные.

Учитывая связь (1.1a) между вектором напряженности электрического поля и вектором смещения электрического поля \vec{D} , получаем:

$$\vec{D} = -(n/4\pi r^3 c^2) [\ddot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v}) \times \vec{r}] \times \vec{r}, \quad (2.11b)$$

где $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ - показатель преломления среды, определяемый (1.14).

Из выражений (2.10) и (2.11) следуют четыре важные свойства электромагнитного излучения движущегося заряда, справедливые и при более общих предположениях, чем были сделаны выше при их выводе.

Во-первых, электромагнитная волна, излучаемая движущимся зарядом, возникает только при условии *неравномерного движения электрического заряда*, поскольку в противном случае $\ddot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v}) = 0$.

Во вторых амплитуды векторов электрического и магнитного полей электромагнитной волны, излучаемой движущимся зарядом, убывают обратно пропорционально расстоянию по мере удаления точки наблюдения от заряда, как и должно быть в *сферической волне*, излучаемой точечным зарядом.

В-третьих, электромагнитная волна имеет определённую пространственную ориентацию векторов напряжённости электрического и магнитных полей по отношению к направлению движения заряда. Иными словами, *электромагнитная волна, излучаемая движущимся зарядом, поляризована*.

Рассмотрим поляризацию сферической электромагнитной волны, излучаемой движущимся зарядом, более подробно. Для этого вообразим сферу (рис.2.5), описанную вокруг заряда как из центра. В любой точке сферы в соответствии с выражениями (2.10) и (2.11) вектора \vec{E} и \vec{H} электромагнитной волны располагаются в плоскости, касательной к поверхности сферы в точке наблюдения.

Вектор напряжённости магнитного поля \vec{H} направлен по касательной к окружности, представляющей собой сечение сферы плоскостью, проведенной через точку наблюдения перпендикулярно оси OZ , вдоль которой движется заряд. Направление вектора \vec{H} совпадает с направлением обхода указанной выше окружности против часовой стрелки, если смотреть на нее со стороны положительного направления оси OZ в соответствии с правилом вычисления направления вектора результата векторного произведения (2.10).



Рис. 2.6.

Вектор напряжённости электрического поля \vec{E} направлен по касательной к окружности, представляющей собой меридиональное сечение сферической поверхности, т.е. сечение сферы плоскостью, проходящей через ось OZ и точку наблюдения. Направление вектора \vec{E} совпадает с направлением обхода указанной окружности по часовой стрелки.

Наиболее наглядно можно представить направление векторов напряжённости электрического и магнитного полей в *сферической системе координат* r, θ, φ с центром в начале декартовой системы координат XYZ (рис.2.6):

$$\begin{aligned}
 E_{\varphi} &= -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} P_x''(t - \frac{r}{v}) \sin(\theta) / (4\pi\epsilon_0 r v^2); H_{\varphi} = 0 \\
 E_r &= 0; H_r = P_x''(t - \frac{r}{v}) \sin(\theta) / (4\pi r v) \\
 E_{\theta} &= 0; H_{\theta} = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

Четвёртое свойство электромагнитного излучения движущегося заряда заключается в том, *вдоль*

направления его движения электромагнитное излучение отсутствует. В самом деле, из (2.12) следует, что по мере приближения точки наблюдения на поверхности сферы к её полярным областям, т.е. к тем местам сферической поверхности, где она пересекается с осью OZ , что имеет место при $\theta = 0; \vartheta = \pi$, амплитуда векторов электрических и магнитных полей сферической волны стремится к нулю и обращается в нуль в точках пересечения поверхности сферы с осью OZ (рис.2.6).

Если обратить внимание на то, что все электрические и магнитные поля в формулах (2.10) и (2.11) определяются дипольным моментом колеблющегося заряда, то становится понятным, почему его электромагнитное излучение называется дипольным.

Дипольное электромагнитное излучение может быть реализовано на практике с помощью диполя Герца, представляющего собой элементарный электрический излучатель электромагнитных волн с длиной волны λ , возникающих в результате протекания переменного тока частотой $\omega = 2\pi c / \lambda$ по проводнику длиной l .

Если предположить, что ток в проводнике изменяется во времени по гармоническому закону $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$, то ему будет соответствовать изменяющийся во времени дипольный момент $p(t) = q(t)l = p_0 \sin(\omega t)$, где $p_0 = I_0 l / \omega$. Как видим, колебательному движению заряда в проводнике соответствует гармоническое изменение во времени дипольного момента заряда. Тогда, отлична от нуля вторая производная дипольного момента в (2.12):

$$p''(t) = -\omega^2 p_0 \sin(\omega t).$$

Используя это соотношение (2.12), выпишем в сферической системе координат *компоненты векторов напряжённости электрического и магнитного полей электромагнитной волны, излучаемой диполем Герца:*

$$\begin{aligned} E_\theta &= -\omega^2 p_0^2 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sin(\omega t - (2\pi / \lambda)x) \sin(\theta) / (4\pi\epsilon_0 r^2); H_\theta = 0 \\ E_\varphi &= 0; H_\varphi = \omega^2 p_0^2 \sin(\theta) \sin(\omega t - (2\pi / \lambda)x) / (4\pi r^2) \\ E_r &= 0; H_r = 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Экспериментальное исследование излучения и приёма электромагнитных волн, проведенные *Г. Герцем.*

Открытие, а также теоретическое и экспериментальное исследование свойств электромагнитных волн было сделано Г. Герцем (1887-1888). В качестве источника электромагнитных волн Г. Герц использовал изобретённый им излучатель (рис.2.7), впоследствии названный в его честь диполем Герца.

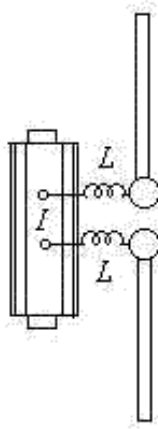


Рис. 2.7.

Как следует из рисунка диполь Герца представляет собой два соосных проводника (полых внутри), разделённых небольшим промежутком, который называется искровым. Два ближайших конца проводников подключены к выходным клеммам источника электрического напряжения (*индуктора*), величина которого может плавно изменяться. При достаточно большом значении напряжения генератора возникает электрический пробой промежутка между вибраторами, в результате которого проскакивала искра в искровом промежутке. Катушки индуктивности L предназначены для предотвращения попадания колебаний тока на вибраторе обратно в индуктор.

Как следствие этого в двух проводниках диполя Герца возникают собственные затухающие колебания электрического тока, имеющие узлы на концах проводников. Из всех возможных типов колебаний тока (мод) наибольшую амплитуду имеют колебания с пучностью тока посередине диполя. Длина волны λ такого колебания примерно равна удвоенной длине диполя $2l$.

Итак, колебания электрического тока в вибраторах диполей Герца вызываются искрой, представляющей собой достаточно быстро меняющийся во времени электрический ток, который в соответствии с системой уравнений Максвелла (1.1b) и является источником электромагнитной волны.

В опытах Герца электромагнитная волна обнаруживалась с помощью т.н. резонаторов, которые в современном представлении являются ничем иным, как антеннами. Так, Г. Герц использовал изобретённый им *резонатор* (рис.2.8) в виде точной копии по размерам диполя, используемого для излучения электромагнитной волны, который предстоит обнаружить. О наличии колебаний токов в вибраторах резонатора можно было судить о проскакивании электрической искры или свечении *газоразрядной трубки* GT (рис.2.8), подключаемой к искровому промежутку резонатора.

Для исследования свойств электромагнитных волн, изучению которых мы посвящаем следующие главы, необходимы более мощные и стабильные во времени источники электрического напряжения, чем рассмотренный выше индуктор. В качестве таковых в настоящее время используются *генераторы гармонических колебаний*, частота ω которых выбирается соответствующей длине волны λ , равной удвоенной длине диполей $2l$ для резонансного увеличения амплитуды токов в приёмном и передающем диполях. Для опытов Герца использовались колебания, частота которых f составляла примерно $5 \cdot 10^8$ колебаний в секунду, что соответствует длине волны $\lambda = 0.6\text{ м}$ при длине вибраторов $l = 0.3\text{ м}$.

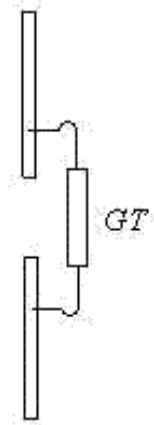


Рис. 2.8.

Для определения наличия или отсутствия электромагнитных волн вокруг передающего вибратора вместо газоразрядной трубки, включаемой между плечами приёмного вибратора, использовался прибор, называемый *когерер*, с последовательно подсоединённым к нему амперметру в соответствии с рис.2.9а. Когерер представляет собой запаянную стеклянную трубку внутри которой находятся окисленные металлические опилки.

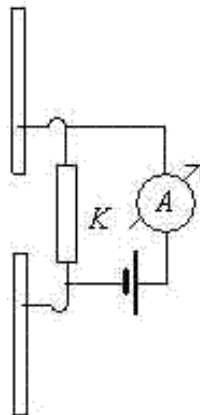


Рис. 2.9а.

В обычных условиях сопротивление опилок по постоянному току очень велико. По этой причине при отсутствии в месте нахождения приёмного вибратора электромагнитной волны амперметр в цепи когерера имеет нулевые показания. При приёме электромагнитной волны между плечами приёмного вибратора проскакивает искра, вызывающая внутри когерера "спекание" металлических опилок. В результате сопротивление когерера резко уменьшается и амперметр отмечает отклонением стрелки протекание электрического тока. По величине тока, пропорционального значению напряжённости электрического поля принимаемой волны, можно сделать вывод об интенсивности электромагнитной волны, излучаемой передающим вибратором на разных расстояниях от него и при разных ориентациях плеч приёмного и передающего вибраторов. Отметим свойство когерера восстанавливать состояние своего большого сопротивления после окончания протекания электрического тока в результате лёгкого "потряхивания" стеклянной трубки.

В современных демонстрациях опытов Г. Герца вместо когерера или газоразрядной трубки может быть использован *полупроводниковый диод*. Благодаря свойству односторонней проводимости диода электромагнитная волна принимается только в моменты времени, соответствующие положительным значениям напряжённости электрического поля волны. По этой причине амперметр, включённый в

цепь с диодом (рис.2.9b), отметит протекание постоянного тока, величина которого пропорциональна интенсивности электромагнитной волны.

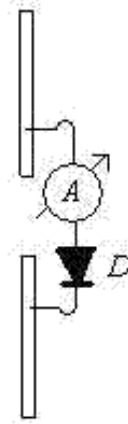


Рис. 2.9b.

Для упрощения изложения оригинальных опытов Г. Герца в дальнейшем при их описании будем предполагать, что между плечами приёмного вибратора включается *электрическая лампа накаливания* малой мощности. По величине или отсутствию накала этой лампы можно судить об интенсивности принимаемой электромагнитной волны.

В опытах Герца по исследованию законов излучения электромагнитных волн на некотором расстоянии от вибратора, излучающего волны, помещался приёмный вибратор, в промежуток между плечами которого присоединяется лампочка накаливания Δ малой мощности (рис.2.10).

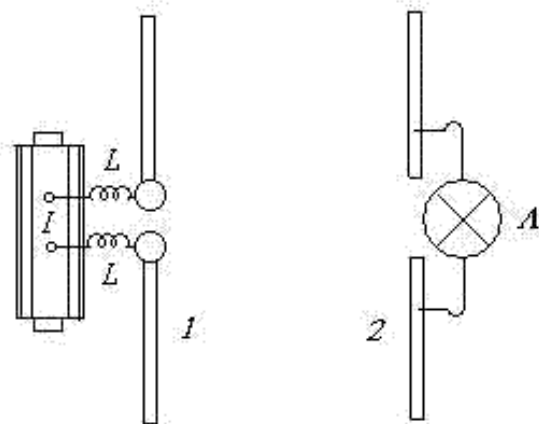


Рис. 2.10.

При вращении приёмного вибратора вокруг своей оси в плоскости, параллельной плоскости расположения передающего излучения, наблюдается монотонное изменение накала лампы. Максимум накала имеет место при расположении приёмного вибратора параллельно передающему. Накал уменьшается до нуля, когда приёмный и передающий вибраторы взаимно перпендикулярны. Это имеет место, вследствие излучения передающим вибратором линейно поляризованных электромагнитных волн, направление колебаний вектора напряжённости электрического поля которых параллельно плечам передающего вибратора. Таким образом, токи, возбуждаемые в приёмном вибраторе, оказываются пропорциональными косинусу угла между плечами приёмного и передающего вибратора. При перемещении приёмного вибратора параллельно передающему происходят затухающие колебания интенсивности накала по мере удаления приёмного вибратора от плоскости перпендикулярной плечам вибратора и проходящей через его середину. Колебания

объясняются образованием в пространстве вокруг передающего вибратора суперпозиции волн, отражённых от окружающих передающий вибратор предметов (стен лаборатории, где проводится опыт, главным образом). В результате в пространстве, окружающем вибраторы, образуется подобие стоячей электромагнитной волны с чередующимися максимумами и минимумами, при прохождении которых меняется сила тока, возбуждаемого электромагнитным полем в приёмном вибраторе, пропорционально проекции вектора напряжённости электрического поля волны на направление плеч вибратора.

В ходе дальнейших исследований свойств электромагнитных волн Г. Герц обнаружил, что они полностью совпадают с известными в то время свойствами света. Более того, в ходе экспериментальных исследований было установлено, что законы распространения электромагнитных волн и света одинаковы. В частности, например, имеет место одинаковый характер отражения и преломления от диэлектрических и металлических тел, подробнее изучаемые в главе 4.

1 в соответствии с выражением [\(1.18b\)](#)

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[]Sote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 2. Излучение электромагнитных волн**2.3 Электромагнитное поле рамки с током**

Расчёт электромагнитного поля рамки с током

Следствием симметрии уравнений Максвелла (1.1b) относительно векторов напряжённостей электрических и магнитных полей является генерация электрического поля при изменении магнитного и наоборот, имеющая место при распространении электромагнитных волн.

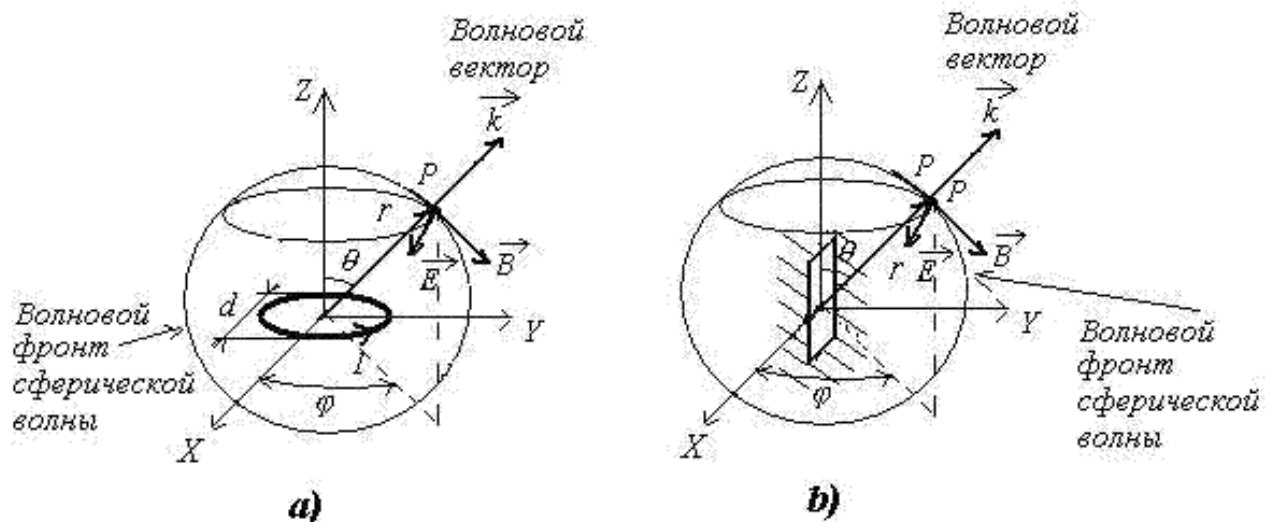


Рис. 2.11.

По этой причине наряду с дипольным излучением движущегося электрического заряда с длиной волны λ существует электромагнитное излучение, источником которого является элементарный магнитный излучатель, представляющего собой замкнутый контур (рис.2.11а) с протекающим по нему переменным током с частотой $\omega = 2\pi / \lambda$, при условии, что диаметр контура $d \ll r$, где r - расстояние от центра рамки до точки наблюдения. Другой моделью магнитного излучателя может служить щелевой излучатель (рис.2.11b) в виде щели, прорезанной поперёк направления линий тока, протекающего по поверхности проводящей плоскости.

Для определения электромагнитных полей магнитного излучателя можно использовать результаты уже решенной задачи для излучения диполя Герца. В соответствии с этим магнитный излучатель на расстояниях, значительно превышающих его размеры, представляет собой источник сферической электромагнитной волны, поляризация излучения которой будет определяться направлением вектора индукции магнитного поля, создаваемого на своей оси контуром с током. Пусть ось контура совпадает с осью OZ декартовой системы координат, в плоскости XOY которой расположена плоскость контура с током (рис.2.11а), причём, направление тока в нём выбрано таким, чтобы оно было против часовой стрелки, если смотреть с конца орта оси OZ . Тогда, электрическое поле сферической

волны магнитного излучателя будет всюду направлено по касательной к окружностям (рис.2.11а), центр которых расположен на оси OZ , а плоскость параллельна плоскости контура. *Магнитное поле магнитного излучателя* будет направлено перпендикулярно электрическому полю и направлению распространения волны, так, чтобы эти векторы образовывали правую тройку векторов. Сравнение *структуры силовых линий магнитного излучателя* и дипольного приводит к выводу, что структура силовых линий электрического поля одна такая же, как структура силовых линий магнитного поля другого. Отличие имеется в направлении электрических силовых линий магнитного излучателя, которые противоположны направлению магнитных силовых линий дипольного излучателя. Это обусловлено различной природой источников электромагнитного излучения в рассматриваемых излучателях. Так в магнитных излучателях напряженность вихревого электрического поля должно иметь такое направление, чтобы в соответствии с законом электромагнитной индукции ослабить магнитный поток, пронизывающий контур силовой линии.

Для количественных оценок полей магнитного излучателя можно использовать формулы (2.10) и (2.11), в которых следует сделать замены $\vec{E}_d \rightarrow \zeta \vec{H}_{mag}; \zeta \vec{H}_d \rightarrow -\vec{E}_{mag}$, где ζ - волновое сопротивление среды, определяемое (1.12).

Для того чтобы убедиться в этом, рассмотрим расчет по формуле (2.5) вектора индукции магнитного поля \vec{B} , создаваемого рамкой с протекающим по ней током $I(t)$. Из решения задачи 2.2 в конце параграфа:

$$\vec{B} = (\mu_0 \mu / 4\pi v) \text{rot} \left\{ \dot{\vec{m}} \left(t - \frac{R'}{v} \right) \times \vec{R}' / (R')^2 \right\}, \quad (2.14)$$

где точка над символом магнитного момента обозначает его производную по времени;

$\dot{\vec{m}} \left(t - \frac{R'}{v} \right) = I \left(t - \frac{R'}{v} \right) \vec{S}$ - магнитный момент рамки с током; R' - расстояние от центра рамки (начала декартовой системы координат XYZ) до точки наблюдения; \vec{S} - вектор ориентированной площади контура.

Из (2.14) следует, что магнитное поле рамки с током, расположенной в плоскости XYZ ,

определяется векторным произведением $\left\{ \dot{\vec{m}} \left(t - \frac{R'}{v} \right) \times \vec{R}' / (R')^2 \right\}$, единственной отличной от нуля компонентой которого в сферической системе координат является его φ -ая компонента, т. е. :

$$\left\{ \dot{\vec{m}} \left(t - \frac{R'}{v} \right) \times \vec{R}' / (R')^2 \right\}_{\varphi} = \dot{m} \left(t - \frac{R'}{v} \right) \sin(\theta) / R'.$$

Тогда в сферической системе координат, центр которой совмещён с центром рамки и началом декартовой системы координат, получаем, что $r = R'$. После выполнения дифференцирования приходим к следующим формулам для компонент вектора индукции магнитного поля электромагнитной волны, излучаемой рамкой с током:

$$B_{\theta} = (\mu\mu_0 / 4\pi v^2 r) \sin(\theta) \left(\ddot{m}(t - \frac{r}{v}) + \frac{v}{r} \dot{m}(t - \frac{r}{v}) \right)$$

$$B_{\varphi} = (\mu\mu_0 / 4\pi v r^2) \cos(\theta) \dot{m}(t - \frac{r}{v})$$

$$B_r = 0.$$

На больших расстояниях от рамки с током ($r \rightarrow \infty$) радиальная компонента B_r вектора индукции магнитного поля убывает быстрее, чем B_{θ} , соответствующая координате θ . Отсюда следует вывод о том, что у *магнитного поля рамки с током* на большом расстоянии от неё единственной, отличной от нуля компонентой является θ -ая, т. е.:

$$B_r = 0; B_{\varphi} = 0; B_{\theta} = (\mu\mu_0 / 4\pi v^2 r) \sin(\theta) \ddot{m}(t - \frac{r}{v}).$$

Как видим, что магнитное поле вдали от излучателя имеет характер сферической волны, которая при $r \rightarrow \infty$ локально в каждой точке может рассматриваться как плоская волна. Исходя из этого обстоятельства, найдём вектор напряжённости электрического поля \vec{E} , полагая его связь с магнитным полем такой, как это имеет место в плоской волне в соответствии с (1.12a).

Для рассматриваемой плоской волны вектор \vec{k} параллелен радиус вектору \vec{r} , проведённому в точку наблюдения из начала координат, где находится рамка с током, и единственной отличной от нуля компонентой \vec{E} будет φ -ая, т. е.:

$$E_r = 0; E_{\theta} = 0; E_{\varphi} = -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ddot{m}(t - \frac{r}{v}) \sin(\theta) / (4\pi r \epsilon_0 v^3).$$

Таким образом, как и электромагнитное поля диполя Герца, так и *электромагнитное излучение рамки с током является поперечным*.

Магнитный излучатель в виде рамки радиуса $R_{\text{рам}}$, по которой протекает переменный ток

$I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ частотой $\omega = 2\pi c / \lambda$, имеет магнитный момент $m(t) = \pi R_{\text{рам}}^2 I_0 \cos(\omega t)$.

Соответствующие значения компонент векторов напряженностей его электрического и магнитного полей будут равны:

$$H_r = 0; E_r = -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} I_0 \pi R_{\text{рам}}^2 \omega^2 \sin(\theta) \cos(\omega t - (2\pi / \lambda)r) / (4\pi r \epsilon_0 v^3)$$

$$E_{\theta} = 0; H_{\theta} = -I_0 \pi R_{\text{рам}}^2 \omega^2 \sin(\theta) \cos(\omega t - (2\pi / \lambda)r) / (4\pi r v^2);$$

$$E_{\varphi} = 0; H_{\varphi} = 0;$$

Интересно отметить *общность формул для расчета электромагнитных полей диполя Герца и рамки с током*. Для этого в формулах для полей диполя Герца надо заменить дипольный момент p на m / v - магнитный момент рамки, делённый на скорость света. И, кроме того, в формулах надо заменить напряженность электрического поля на напряженность магнитного поля и наоборот.

Возможность рассчитать поле магнитного излучателя по известным полям электрического и наоборот имеет фундаментальное значение в теории электромагнитных волн и известна как принцип двойственности. *Принцип двойственности* был предложен в 1944 г. выдающимся российским

учёным в области антенн *А. А. Пистолькорсом*.

Принцип двойственности явился электродинамическим обобщением известного *принципа Бабине*, используемого в оптике для расчёта дифракции света на плоских непрозрачных экранах и отверстиях, совпадающих по форме с экраном, подробнее рассматриваемого в гл.6.

Согласно принципу двойственности решение основных уравнений электромагнитного поля для вектора напряжённости электрического поля при заданных граничных условиях для этого вектора справедливо для вектора напряжённости магнитного поля при том же граничном условии, но принимаемом для вектора напряжённости магнитного поля. Выше мы говорили о том, что к магнитным типам излучателей относятся щелевые излучатели. Проиллюстрируем применение принципа двойственности для расчёта поля щелевого излучателя, представляющего собой щель в плоском экране, являющегося бесконечно проводящим (рис.2.11b). Пусть известно распределение напряженности электрического поля между краями щели. Если теперь взять пластинку, совпадающую по форме со щелью и считать, что магнитное поле на пластинке распределено так же, как электрическое между краями щели, то согласно принципу двойственности электрическое поле в пространстве над экраном будет совпадать с магнитным полем вокруг пластинки, если граничные условия для вектора напряженности электрического и магнитного полей в обоих случаях совпадают. Граничным условием для вектора напряженности электрического поля на экране является требование обращения в нуль тангенциальной составляющей на нём. Тангенциальная составляющая вектора напряженности магнитного поля в той же плоскости также равна нулю. Действительно, появление магнитного поля на пластинке обусловлено протеканием по ней тока. Причём, вектор напряженности магнитного поля будет перпендикулярен направлению тока на пластинке, т. е. будет иметь тоже направление, что и электрическое поле между краями щели. Отсюда следует совпадение структур электрического поля щели и магнитного поля пластинки, имеющей одинаковую форму со щелью.

Задачи.

Задача 2.2

Показать, что вектор индукции \vec{B} магнитного поля рамки с током на больших расстояниях от рамки, может быть вычислен по формуле:

$$\vec{B} = (\mu_0 \mu / 4\pi v) \text{rot} \left\{ \dot{\vec{m}} \left(t - \frac{R'}{v} \right) \times \vec{R}' / (R')^2 \right\}$$

где $\dot{\vec{m}} \left(t - \frac{R'}{v} \right) = I \left(t - \frac{R'}{v} \right) \vec{S}$ - магнитный момент рамки с током $I(t)$; R' - расстояние от центра рамки (начала декартовой системы координат XYZ) до точки наблюдения.

Решение.

Рассмотрим расчет по формуле (2.5) вектора индукции магнитного поля \vec{B} , создаваемого контуром \mathcal{L} , по которому протекает ток $I(t)$. Производя интегрирование в этой формуле по поперечному сечению проводника рамки в предположении малого размера рамки по сравнению с расстоянием до точки наблюдения поля, получим выражение для \vec{B} через интеграл по контуру рамки:

$$\vec{B} = (\mu_0 \mu / 4\pi v) \text{rot} \left\{ I \left(t - \frac{R'}{v} \right) \int_i \frac{d\vec{l}}{R} \right\},$$

где R' - расстояние от центра рамки (начала декартовой системы координат XYZ) до точки наблюдения; R - расстояние от точки интегрирования, расположенной на контуре l , до точки наблюдения.

Для расчёта контурного интеграла умножим его скалярно на произвольный вектор \vec{a} и применим теорему Стокса, выбирая в качестве вспомогательной поверхности S , натянутой на контур рамки, ограничиваемый ею круг:

$$\int_i \frac{(\vec{a}, d\vec{l})}{R'} = \int_S (\text{rot}_s, \frac{\vec{a}}{R}, d\vec{S}),$$

где $\vec{S} = S\vec{e}_z$ - ориентированная площадь рамки, расположенной в плоскости XOY ; \vec{e}_z - единичный вектор в направлении оси OZ ; нижний индекс 's' у символа ротора означает, что необходимые для его определения дифференцирования производятся по координатам точек поверхности; R - расстояние от точки интегрирования, расположенной на поверхности рамки S , до точки наблюдения.

Учитывая, что вектор \vec{a} постоянный, для значения ротора следует формула:

$$\text{rot}_s (\vec{a} / R) = \text{grad}_s \left(\frac{1}{R} \right) \times \vec{a}.$$

Перейдём к дифференцированию по координатам точки наблюдения, сопровождающемуся изменением знака производной u , принимая во внимание малость размеров рамки ($R' \approx R$), получаем после применения теоремы о среднем к интегралу по поверхности рамки, получим:

$$\int_i \left(\frac{\vec{a}}{R} d\vec{l} \right) = -(\text{rot}(\vec{a} / R'), \vec{S}),$$

Принимая во внимание инвариантность смешанного произведения по отношению к циклической перестановке его сомножителей, в виду произвольности вектора \vec{a} имеем:

$$\vec{B} = -(\mu\mu_0 / 4\pi) \text{rot} \left\{ I \left(t - \frac{R'}{v} \right) \vec{S} \times \text{grad} (1/R) \right\}.$$

Замечая, что $\vec{m} \left(t - \frac{R'}{v} \right) = I \left(t - \frac{R'}{v} \right) \vec{S}$ - магнитный момент рамки с током, приходим к выражению:

$$\vec{B} = -(\mu\mu_0 / 4\pi) \text{rot} \left\{ \vec{m} \left(t - \frac{R'}{v} \right) \times \text{grad} (1/R) \right\}.$$

Дальнейшие преобразования полученного выражения состоят в применении для расчёта векторного произведения правила дифференцирования произведения двух функций, использованного в задаче 2.1.1, в результате которых получаем:

$$\vec{B} = (\mu\mu_0 / 4\pi) \text{rot} \text{rot} \left\{ \vec{m} \left(t - \frac{R'}{v} \right) / R \right\}.$$

Для расчёта внутреннего ротора можно использовать те же выкладки, что и при нахождении магнитного поля электромагнитной волны, излучаемой движущимся зарядом с помощью выражения (2.7) ввиду формальной аналогии, используемых для расчёта формул. Тогда с помощью (2.10a) получаем, что на значительном удалении точки наблюдения от рамки с током, создаваемый ей вектор индукции магнитного поля \vec{B} может быть вычислен по формуле (2.14).

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[.]Sote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 2. Излучение электромагнитных волн**2.4 Средняя мощность электромагнитной волны, излученной движущимся зарядом**

Мощность излучения движущегося заряда представляет собой поток излучаемой им электромагнитной энергии за единицу времени через любую замкнутую поверхность, внутри которой находится заряд. Для упрощения расчётов далее выбирается сферическая поверхность. Радиус сферической поверхности предполагается достаточно большим, поскольку на больших расстояниях от движущегося заряда нам известно его поле излучения.

В соответствии со сказанным в главе 1 для расчёта мощности излучения необходимо найти *вектор Пойнтинга* \vec{S} , представляющего собой *мощность электромагнитной волны*, переносимой через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению волны. По формуле (1.23) с помощью подстановок туда выражений (2.10) и (2.11) для векторов \vec{E} , \vec{H} получим:

$$\vec{S} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} (\ddot{p} \sin(\theta) / 4\pi r)^2 \frac{\vec{r}}{\epsilon_0 v^3}, \quad (2.15)$$

где θ - полярный угол, который составляет с осью OZ вектор \vec{r} , направленный в точку наблюдения (рис.2.12).

Из выражения (2.15) следует, что *поток энергии, излучаемой движущимся зарядом, зависит от направления излучения электромагнитной волны*. Так максимальный поток энергии имеет место для $\theta = \pi / 2$, т.е. через экваториальную часть сферы 'наблюдения'. Через полюсные части сферы ($\theta = 0, \pi$) поток равен нулю.

Следовательно, излучение колеблющегося зарядов распределено в пространстве не изотропно. Так, движущийся заряд не излучает вдоль направления своего движения. *Максимум излучения* имеет место в плоскости симметрии, перпендикулярной направлению движения зарядов. В пространстве направленность излучения движущегося заряда можно представить в виде тела вращения, полученного вращением 'восьмерки' вокруг оси OZ , являющейся её осью симметрии (рис.2.12). Такая поверхность представляет собой тороид.

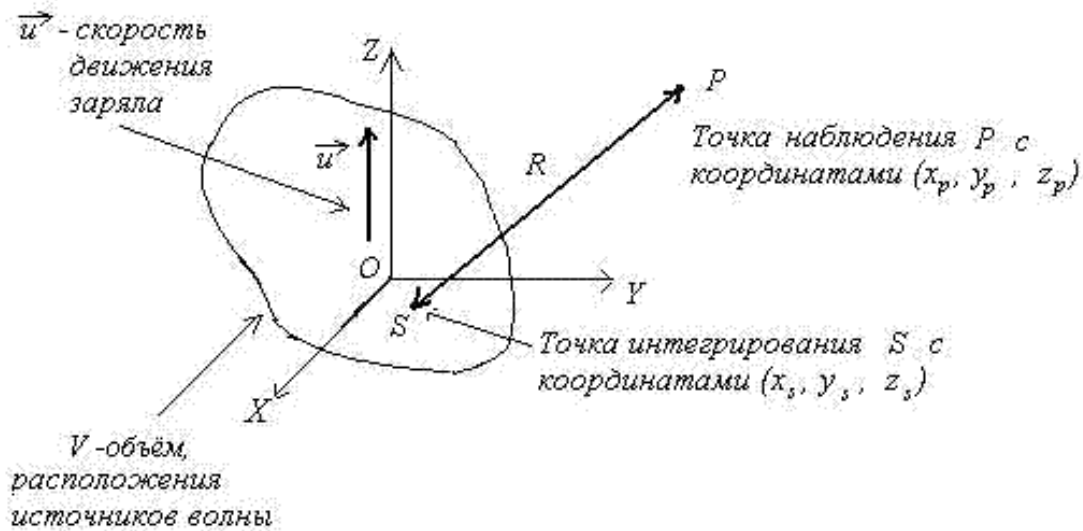


Рис. 2.12.

Плотность потока энергии по амплитуде убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от заряда, что является следствием излучения зарядом сферической электромагнитной волны. Заметим, что различие между сферическими электромагнитной (векторной) и акустической (скалярной) волнами состоит в том, что последняя имеет изотропное распределение по полярному углу θ .

Найдём **суммарную мощность излучения** P_{Σ} по всем направлениям через поверхность сферы наблюдения радиуса r . Для этого надо рассчитать поток вектора Пойнтинга \vec{S} через поверхность указанной выше сферы, которую обозначим символом Σ :

$$P_{\Sigma} = \int_{\Sigma} (\vec{S}, d\Sigma) = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} [(p'')^2 / (16\epsilon_0 \pi^2 v^3)] \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin^3 \theta d\theta d\varphi = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} (p'')^2 / (6\pi\epsilon_0 v^3), \quad (2.16a)$$

где $d\Sigma = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi (\vec{r}/r)$ - ориентированный элемент сферической поверхности на сфере радиуса r , определенный полярным углом θ и азимутальным углом φ ;

$$\int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta = \int_0^{\pi} (1 - \cos^2 \theta) d \cos \theta = 4/3.$$

Преобразуем формулу (2.16a), явно определяя дипольный момент движущегося заряда: $p = zQ$. В результате после двойного дифференцирования по времени: $\ddot{p} = \ddot{z}Q = Q\alpha$, где $\alpha = \ddot{z}$ - ускорение движущегося заряда, получаем искомый результат: мощность излучения P_{Σ} движущегося заряда определяется его ускорением α :

$$P_{\Sigma} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} Q^2 \alpha^2 / (6\pi\epsilon_0 v^3). \quad (2.16b)$$

При равномерном движении заряда ускорение заряда $\alpha = 0$ и, следовательно, электромагнитное излучение отсутствует, поскольку $P_{\Sigma} = 0$. Однако, имеется исключение, которое имеет место при движении зарядов с релятивистскими скоростями, превышающими фазовую скорость распространения электромагнитной волны в среде. Этот **феномен излучения электромагнитных волн равномерно движущимися зарядами** был открыт Вавиловым и Черенковым и получил название

эффекта Вавилова-Черенкова, подробнее рассматриваемый ниже в главе 4.

До сих пор мы не делали специальных предположений о конкретной зависимости дипольного момента от времени. Рассмотрим гармонические колебания дипольного момента во времени, которые, как мы увидим ниже в главе 4, определяют *взаимодействие гармонического электромагнитного излучения с электронами атомов и молекул среды распространения волн*. Под действием периодически меняющейся во времени напряженности электрического поля электроны испытывают вынужденные колебания с частотой электрического поля и излучают электромагнитные волны, о чем говорилось выше при рассмотрении излучения диполя Герца.

Оценим *мощность излучения заряда Q при его гармоническом колебании* вдоль оси OZ вблизи начала координат декартовой системы координат XYZ . Пусть координата 'центра' заряда меняется во времени по гармоническому закону:

$$z(t) = z_0 \cos(\omega t), \quad (2.17a)$$

где ω - частота колебаний; z_0 - амплитуда колебаний заряда.

Тогда дипольный момент заряда p , фигурирующий в формулах (2.10) и (2.11), будет равен:

$$p(t) = p_0 \cos(\omega t), \quad (2.17b)$$

где $p_0 = Qz_0$ - амплитуда колебаний дипольного момента заряда.

Для излучателя электромагнитных волн с длиной волны λ в виде диполя Герца, как было показано под [разделе 2.3](#), амплитуда колебаний дипольного момента обусловлена протеканием переменного электрического тока частоты $\omega = 2\pi/\lambda$ по проводнику длиной l и оказывается равной $p_0 = Il_0/\omega$.

Подставляя (2.17b) в (2.18a), получим, что *мощность излучения гармонически колеблющегося заряда с частотой ω* представляет собой пульсирующую во времени с частотой 2ω около среднего значения величину:

$$P_{\Sigma} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \omega^4 p_0^2 \cos^2(\omega t - (2\pi/\lambda)x) / (6\pi\epsilon_0 v^3). \quad (2.18)$$

Для нахождения среднего значения мощности излучения \bar{P}_{Σ} электромагнитных волн используем подход, примененный в главе 1 при оценке средней плотности энергии и давления электромагнитного поля соответственно по формулам (1.32) и (2.40). Согласно этому подходу среднее во времени квадрата гармонической величины равно половине квадрата ее амплитудного значения, т. е. для *средней по времени мощности (2.18)* получим:

$$\bar{P}_{\Sigma} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \omega^4 p_0^2 / (12\pi\epsilon_0 v^3), \quad (2.19a)$$

Из этой формулы следует, что излучаемая мощность гармонически колеблющегося заряда с частотой ω пропорциональна четвертой степени частоты колебаний ω^4 . Практическое значение этого результата имеет большое значение. В частности для *эффективного излучения электромагнитных волн* целесообразно использовать короткие волны или волны микроволновой части спектра

электромагнитного излучения.

С другой стороны при прохождении через среду *электромагнитная волна взаимодействует со средой распространения*, возбуждая гармонические колебания электронов атомов и молекул среды, которые приводят к переизлучению волны электронами на той же частоте. Таким образом, часть энергии электромагнитной волны будет теряться, интенсивность волны будет уменьшаться. Этот эффект называется *рассеянием*. Вопросы взаимодействия электромагнитных волн с веществом будут изучаться далее в главе 4.

В соответствии с формулой (2.19) рассеяние электромагнитной волны будет тем больше, чем больше будет её частота. При восходе и заходе солнца в случае ясной погоды можно наблюдать окрашенное в красные тона небо. Такая окраска есть следствие практически полного рассеяния более высокочастотных компонент в спектре солнечного излучения. По этой причине *естественный, т.е. неокрашенный - белый, солнечный свет* после рассеяния в среде распространения в основном на неоднородностях коротковолновой части излучения приобретает красную, соответствующую длинноволновой части оптического спектра окраску.

Повторяя рассуждения, проведенные выше, получим, что *средняя мощность магнитного излучателя*, в виде рамки площадью S , по которой протекает переменный ток $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$, равна:

$$\bar{P}_Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \omega^4 m_0^2 / (12\pi \epsilon_0 v^3), \quad (2.19b)$$

где $m_0 = I_0 S$ - магнитный момент рамки с током.

Рассмотрим практическое применение формул (2.19) для расчёта т.н. сопротивлений излучения диполя Герца и магнитного излучателя.

Сопротивление излучения R_{rad} излучателя можно найти исходя из средней мощности \bar{P}_Z излучаемых им гармонических электромагнитных волн либо с помощью амплитуды тока в излучателе I_0 , либо с помощью амплитуды напряжения в излучателе U_0

В самом деле, предположим, что средой распространения электромагнитных волн является вакуум. Тогда по закону сохранения энергии при условии отсутствия сопротивления проводников, составляющих излучатель, составляющих излучатель, средняя мощность излучения электромагнитных волн \bar{P}_Z будет равна средней мощности колебаний тока $\bar{P}_I = 0.5 R_{rad} I_0^2$ или напряжения $\bar{P}_U = 0.5 U_0^2 / R_{rad}$ в излучателе в зависимости от конкретного устройства возбуждения колебаний в излучателя.

Отсюда следуют формулы для расчёта сопротивления излучения:

$$R_{radI} = 2\bar{P}_Z / I_0^2, \quad (2.20a)$$

$$R_{radU} = 0.5 U_0^2 / \bar{P}_Z. \quad (2.20b)$$

С помощью формулы (2.18a) найдём :

а) *сопротивление излучению* $R_{\text{раде}}$ *диполя Герца* длиной l :

$$R_{\text{раде}} = 20(2\pi l / \lambda)^2. \quad (2.21a)$$

б) *сопротивление излучению* R *изл* P *рамки с током* площадью S :

$$R_{\text{раде}} = 20(S(2\pi / \lambda)^2)^2. \quad (2.21b)$$

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote]



[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)



ГЛАВА 3. Распространение электромагнитных волн в веществе

В третьей главе рассматривается распространение электромагнитных волн в материальных средах. Изложение ведётся с помощью понятий комплексных относительной и магнитной проницаемостей материальных сред, позволяющих изучить особенности распространения электромагнитных волн в магнитно-диэлектрических средах, проводниках и плазме. Вводится широко применяемое в ходе дальнейшего изложения свойств электромагнитных волн понятие комплексной амплитуды для векторов электрического и магнитного полей. Достаточно подробно рассматривается скин - эффект, отражение и прохождение плоской ЭМВ от плоской границы раздела двух сред в случае нормального падения, а также падение на границу раздела двух сред под произвольным углом для волн произвольной поляризации. Подробно разбирается эффект Брюстера и его связь со свойствами дипольного излучения, рассмотренными во второй главе. Завершается глава рассмотрением особенностей стоячих электромагнитных волн на примере отражения плоской электромагнитной волны от плоской границы проводящего тела. Большую роль в изложении материала, посвящённого исследованию распространения электромагнитных волн, играет ознакомление с оригинальными опытами Г. Герца, в которых было дано экспериментальное доказательство электромагнитной природы света, прямолинейного распространения электромагнитных волн подобно световым лучам, свойства поляризации колебаний электромагнитных волн, а также подтверждено установленное Дж. К. Максвеллом соотношение, связывающее показатель преломления среды с её относительной диэлектрической и магнитной проницаемостями.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote]

ГЛАВА 3. Распространение электромагнитных волн в веществе**3.1 Уравнение гармонической электромагнитной волны в веществе***Комплексная форма уравнений Максвелла*

Как было показано в главе 1, при распространении плоской гармонической электромагнитной волны в однородном веществе с постоянными диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями напряженности электрического и магнитного полей могут быть записаны с помощью выражений (1.9), которые с учетом векторных обозначений перепишем в виде :

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kx); \quad (3.1a)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_m \cos(\omega t - kx), \quad (3.1b)$$

где \vec{E}_m, \vec{H}_m - векторные амплитуды, определяющие направление колебаний электрического и магнитного полей в электромагнитной волне, распространяющейся в направлении оси Ox ; ω - частота колебаний волны; k - волновое число, рассчитываемое в соответствии с (1.9b) и (1.17) по формуле:

$$k = n\omega/c, \quad (3.2)$$

где c - скорость света в вакууме; $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ - показатель преломления среды.

Направление векторов \vec{E}_m, \vec{H}_m и направление распространения электромагнитной волны образуют правую тройку векторов, а соотношение амплитуд векторов полей в соответствии со сказанным в главе 1 о свойствах плоской гармонической волны равно волновому сопротивлению среды распространения (:

$$E_m / H_m = \zeta = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} \quad (3.3)$$

Выражения (3.1) называются уравнениями плоской гармонической электромагнитной волны в веществе и позволяют рассчитать в любой точке вещества в любой момент времени её напряженности электрического и магнитного поля.

Рассмотрим обобщение уравнений плоской волны на среды, в которых энергия электромагнитной волны может поглощаться. Поглощение электромагнитной волны в однородной среде имеет место за счет её проводимости ($\sigma \neq 0$), благодаря которой электромагнитная волна возбуждает токи

проводимости в веществе в соответствии с уравнениями Максвелла (1.1b), а также потерь на поляризацию диэлектриков и намагничивания магнетиков, если среда имеет отличные от единицы значения ϵ и μ .

Для упрощения изучения распространения электромагнитных волн в веществе целесообразно *комплексное представление векторов напряжённости электрического и магнитного полей электромагнитной волны* (3.1):

$$\vec{E}_c = \vec{E}_m \exp(ikx - i\omega t); \quad (3.4a)$$

$$\vec{H}_c = \vec{H}_m \exp(ikx - i\omega t), \quad (3.4b)$$

от которых к выражениям (3.1) переходят взятием действительной части от комплексных выражений \vec{E}_c и \vec{H}_c .

Вместе с комплексным представлением используются *комплексные амплитуды* $\vec{E}_a(\omega)$ и $\vec{H}_a(\omega)$, соответственно равные:

$$\vec{E}_a(\vec{r}) = \vec{E}_m \exp(ikx); \quad (3.5a)$$

$$\vec{H}_a(\vec{r}) = \vec{H}_m \exp(ikx), \quad (3.5b)$$

являющимися выражениями (3.4), в которых опущена экспонента, зависящая от времени.

Для векторов смещения электрического \vec{D} и индукции \vec{B} магнитного полей электромагнитной волны, очевидно, справедливы выражения для комплексных представлений и амплитуд, соответствующие (3.4) и (3.5):

$$\vec{D}_c = \vec{D}_m \exp(ikx - i\omega t); \quad (3.6a)$$

$$\vec{B}_c = \vec{B}_m \exp(ikx - i\omega t); \quad (3.6b)$$

$$\vec{D}_a = \vec{D}_m \exp(ikx); \quad (3.7a)$$

$$\vec{B}_a = \vec{B}_m \exp(ikx), \quad (3.7b)$$

Отметим, что остаются справедливыми материальные уравнения (1.1 а), связывающие комплексные представления и амплитуды векторов \vec{E} и \vec{D} , а также \vec{B} и \vec{H} .

Получим *комплексную форму системы уравнений Максвелла* (1.1a), связывающую между собой комплексные амплитуды $\vec{E}_a, \vec{D}_a, \vec{B}_a, \vec{H}_a$. Для этого подставим выражения (3.4), (3.6) в (1.1b) и после дифференцирования по времени получим :

$$\begin{aligned}
 \operatorname{rot} \vec{H}_a(\vec{r}) &= -i \omega \vec{D}_a(\vec{r}) + \vec{j}_a(\vec{r}) \\
 \operatorname{rot} \vec{E}_a(\vec{r}) &= i \omega \vec{B}_a(\vec{r}) \\
 \operatorname{div} \vec{D}_a(\vec{r}) &= \rho_a(\vec{r}) \\
 \operatorname{div} \vec{B}_a(\vec{r}) &= 0 \\
 \vec{j}_a(\vec{r}) &= \sigma \vec{E}_a(\vec{r}) + \vec{j}_a(\vec{r})
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

где $\vec{j}_a^{\text{cm}}(\vec{r})$ - комплексная амплитуда плотности стороннего тока, в дальнейшем полагаемая равной нулю, т. е. $\vec{j}_a^{\text{cm}}(\vec{r}) = 0$.

Комплексная диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества

Используя материальные уравнения (1.1a), связывающие комплексные амплитуды векторов напряжённости полей, а также закон Ома в дифференциальной форме, преобразуем первое уравнение системы (3.8) к следующему виду

$$\operatorname{rot} \vec{H}_a(\vec{r}) = -i \omega \epsilon \epsilon_0 \vec{E}_a + \sigma \vec{E}_a = -i \omega \epsilon_0 [\epsilon + i(\sigma / \omega \epsilon_0)] \vec{E}_a = -i \omega \epsilon_0 \epsilon_c(\omega) \vec{E}_a \tag{3.9a}$$

где $\epsilon_c(\omega)$ - комплексная диэлектрическая проницаемость, равная

$$\epsilon_c(\omega) = \epsilon + i \sigma / (\omega \epsilon_0). \tag{3.10}$$

С помощью материальных уравнений (1.1a) второе уравнение системы преобразуем второе уравнение системы (3.8) к следующему виду

$$\operatorname{rot} \vec{E}_a(\vec{r}) = i \omega \mu_c(\omega) \mu_0 \vec{H}_a(\vec{r}), \tag{3.9b}$$

где $\mu_c(\omega)$ - комплексная магнитная проницаемость, появляющаяся в уравнении (3.9b) по аналогии с комплексной диэлектрической проницаемостью, но о которой подробнее говорится ниже.

Комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости связывают комплексные амплитуды векторов напряженности и индукции электрического и магнитного полей по формулам, являющихся обобщением материальных уравнений (1.1a):

$$\vec{D}_a(\vec{r}) = \epsilon_c(\omega) \epsilon_0 \vec{E}_a(\vec{r}), \tag{3.11a}$$

$$\vec{B}_a(\vec{r}) = \mu_c(\omega) \mu_0 \vec{H}_a(\vec{r}). \tag{3.11b}$$

Очевидно, что эти соотношения справедливы даже в отсутствии проводимости среды $\sigma = 0$. Они имеют глубокий физический смысл и являются следствием процессов поляризации и намагничивания среды, протекающих с конечной скоростью и приводящих к некоторому запаздыванию по времени изменения вектора смещения электрического поля $\vec{D}(t, \vec{r})$ относительно вектора напряженности электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$, а также вектора индукции магнитного поля $\vec{B}(\vec{r}, t)$ относительно вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}(\vec{r}, t)$. Такое взаимодействие электромагнитной волны со средой распространения составляет основу явлений дисперсии электромагнитных волн и

рассматривается подробнее в главе 4.

Таким образом, комплексная диэлектрическая и магнитные проницаемости среды позволяют учесть такие сопровождающие распространения электромагнитной волны явления как проводимость, дисперсию.

С учётом сказанного комплексная диэлектрическая и магнитные проницаемости могут иметь отличную от нуля мнимую часть даже в отсутствии проводимости среды :

$$\varepsilon_c(\omega) = \varepsilon' + i\varepsilon''; \quad (3.12a)$$

$$\mu_c(\omega) = \mu' + i\mu'', \quad (3.12b)$$

где $\varepsilon' = \operatorname{Re} \varepsilon_c$, $\mu' = \operatorname{Re} \mu_c$ - действительные части, а $\varepsilon'' = \operatorname{Im} \varepsilon_c$, $\mu'' = \operatorname{Im} \mu_c$ мнимые части соответственно ε_c, μ_c .

Формулы (3.12) могут быть переписаны в тригонометрической форме:

$$\varepsilon_c(\omega) = \operatorname{Re} \varepsilon_c + i \operatorname{Im} \varepsilon_c = |\varepsilon_c| \exp(i \delta_\varepsilon); \quad (3.13a)$$

$$\mu_c(\omega) = \operatorname{Re} \mu_c + i \operatorname{Im} \mu_c = |\mu_c| \exp(i \delta_\mu), \quad (3.13b)$$

где

$|\varepsilon_c(\omega)| = \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}$; $|\mu_c(\omega)| = \sqrt{\mu'^2 + \mu''^2}$ модули соответственно диэлектрической и магнитной проницаемости;

$\delta_\varepsilon = \operatorname{arctg}(\varepsilon'' / \varepsilon')$; $\delta_\mu = \operatorname{arctg}(\mu'' / \mu')$ - аргументы соответственно комплексной диэлектрической и магнитной проницаемостей, определяющие соответственно время запаздывания вектора смещения $\vec{D}(\vec{r}, t)$ относительно вектора напряженности электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$, а также вектора индукции магнитного поля $\vec{B}(\vec{r}, t)$ относительно вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}(\vec{r}, t)$, наблюдаемое на достаточно высоких частотах (колебаний электромагнитной волны).

Если диэлектрик обладает проводимостью, которая в общем случае также может зависеть от частоты, т.е. $\sigma = \sigma(\omega)$, то **комплексная диэлектрическая проницаемость среды** распространения в соответствии с формулой (3.10) будет иметь вид

$$\varepsilon_c(\omega) = \varepsilon' + i(\varepsilon'' + \sigma(\omega) / (\omega \varepsilon_0)); \quad (3.14)$$

Пренебрегая эффектами запаздывания, т.е. полагая, что $|\varepsilon''| \ll |\sigma(\omega) / (\omega \varepsilon_0)|$, из формулы (3.10) следует, что комплексная диэлектрическая проницаемость имеет действительную часть, совпадающую с электростатической диэлектрической проницаемостью, а мнимая часть определяется проводимостью вещества, обратно пропорциональной ω при $\sigma(\omega) = \text{const}$.

Все перечисленные выше физические причины появления мнимой части у комплексной диэлектрической и магнитной проницаемостей с макроскопической точки зрения не различимы друг от друга, т.к. вследствие любой из них происходят потери энергии распространяющейся волны в

веществе из-за выделения тепла в объеме распространения волны .

В теорию электромагнитного поля комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости были введены *В. К. Аркадьевым* в 1913г.

Комплексность диэлектрической и магнитной проницаемостей среды приводит в общем случае к комплексности их произведения, а следовательно, и к *комплексности показателя преломления* n , в силу соотношения Максвелла (1.17) равного:

$$n = \sqrt{\epsilon \mu} \exp(i(\delta_\epsilon + \delta_\mu + (\sigma(\omega) / (\omega \epsilon_0))) / 2). \quad (3.15a)$$

Отсюда в случае комплексных диэлектрических и магнитных проницаемостей среды распространения следует *комплексный характер волнового числа* k электромагнитной волны в этой среде в соответствии с формулой (3.2), равного:

$$k = k_0 \sqrt{\epsilon \mu} \exp(i(\delta_\epsilon + \delta_\mu + (\sigma(\omega) / (\omega \epsilon_0))) / 2) = k_{\text{Re}} + k_{\text{Im}}, \quad (3.15b)$$

где $k_0 = \omega / c$ - волновое число волны при её распространении в вакууме;

$k_{\text{Re}} = k_0 \sqrt{\epsilon \mu} \cos(i(\delta_\epsilon + \delta_\mu + (\sigma(\omega) / (\omega \epsilon_0))) / 2)$ - действительная часть волнового числа;

$k_{\text{Im}} = k_0 \sqrt{\epsilon \mu} \sin(i(\delta_\epsilon + \delta_\mu + (\sigma(\omega) / (\omega \epsilon_0))) / 2)$ - мнимая действительная часть волнового числа.

Комплексность диэлектрической и магнитной проницаемостей влечёт за собой также *комплексность волнового сопротивления* среды распространения электромагнитных волн, определяемого в соответствии с формулами (3.3) и (3.13) следующим образом:

$$\zeta = E_m / H_m = \zeta_0 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \exp(i(\delta_\mu - \delta_\epsilon - (\sigma(\omega) / (\omega \epsilon_0))) / 2), \quad (3.15c)$$

где $\zeta_0 = 120\pi \Omega$ - волновое сопротивление вакуума.

На практике находят применение различные вещества, особенности распространения в которых электромагнитных волн определяются зависимостью от их частоты (длины волны) комплексной диэлектрической и магнитной проницаемостей. Это предполагает также зависимость показателя преломления среды, и, следовательно, и фазовой скорости электромагнитных волн от их частоты при распространении в рассматриваемых средах.

Совокупность эффектов распространения электромагнитных волн в средах с зависимостью их оптической плотности от частоты (длины волны) называется *дисперсией электромагнитных волн*. Явление дисперсии более подробно рассматривается далее в главе 4.

Ниже кратко рассматриваются свойства различных сред распространения электромагнитных волн, позволяющие представить вид частотной зависимости их комплексной диэлектрической (магнитной) проницаемости.



ГЛАВА 3. Распространение электромагнитных волн в веществе**3.2 Классификация сред распространения электромагнитных волн**

Наиболее простой средой с точки зрения эффектов, сопровождающих распространение электромагнитных волн, является вакуум. *Вакуум* представляет собой единственную среду распространения электромагнитных волн, в которой нет дисперсии и потерь, а скорость распространения электромагнитных волн не зависит от частоты. Волновое число k определяет пространственную периодичность (длину волны λ) электромагнитной волны частоты ω в направлении своего распространения:

$$k = 2\pi / \lambda = \omega / c. \quad (3.16a)$$

Отметим, что из этой формулы следует фундаментальный вывод о связи пространственной λ и временной периодичности (периода $T = 2\pi / \omega$) волны, определяемой своей частотой. Фундаментальность этого вывода связана тем, что это является лишь частным случаем проявления *взаимосвязи временных и пространственных характеристик электромагнитных волн* более сложной структуры, чем плоские, в чем мы убедимся ниже в главе 5 при изучении явления *когерентности электромагнитных волн*.

На практике вакуум может являться достаточно адекватной моделью распространения электромагнитных волн в сухом воздухе и в разреженных газообразных средах.

В *диэлектриках*, не являющихся проводниками электричества, при постоянных электрических и магнитных полях проводимостью можно пренебречь. При малых частотах электромагнитного поля значение диэлектрической и магнитной проницаемости можно считать не зависящими от частоты и равными статическим значениям, имеющим место для постоянных полей. В этом случае пространственная и временная периодичности электромагнитной волны имеют качественно такой же характер связи, как и в вакууме. Количественное отличие касается зависимости величины фазовой скорости распространения волны от оптической плотности среды $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, в результате которой длина волны $\lambda_{\text{ср}}$ электромагнитной волны в среде оказывается в n раз меньше волны λ в вакууме:

$$\lambda_{\text{ср}} = \lambda / n \quad (3.16b)$$

Это свойство электромагнитной волны при распространении на некоторое расстояние l в среде с оптической плотностью n позволяет определить *оптическую длину пути* $l_{\text{опт}}$, проходимого волной в среде, определяемую следующим выражением:

$$l_{\text{опт}} = nl. \quad (3.16c)$$

Понятие оптической длины пути и связанное с ним понятие *оптической разности хода* волн лучей

широко используется для объяснения многих оптических явлений и понимания принципов работы оптических приборов.

При распространении электромагнитной волны в среде изменяется по сравнению с вакуумом также соотношение между амплитудами её векторов напряженностей электрического и магнитного полей ввиду зависимости величины волнового сопротивления среды от отношения электрической и магнитной проницаемостей, даваемой формулой (3.3).

При увеличении частоты необходимо учитывать зависимость комплексных значений электрической и магнитной проницаемостей среды от частоты, вследствие особенностей физических процессов поляризации или/и намагничивания среды при распространении электромагнитной волны в диэлектрике / магнетике.

Для примера можно указать статическое значение относительной *диэлектрической проницаемости воды* для постоянных полей $\epsilon = 81$. Для волн инфракрасного диапазона, соответствующих длине волны $\lambda = 1,74 \text{ мкм}$, значение комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon(\omega) = 1,74$. Объяснение особенностей зависимости $\epsilon(\omega)$ воды от частоты исходит из представлений о воде, как о полярном диэлектрике, поляризация которого происходит вследствие поворота имеющих большую инерцию молекул воды под действием переменного электрического поля электромагнитной волны. Особенно сильная дисперсия резонансного характера отмечается для частот сантиметрового диапазона электромагнитных волн (длина волны $\lambda \approx (1 - 10) \text{ см}$).

Сильную дисперсию имеет водяной пар в диапазоне миллиметровых волн ($\lambda \approx 0,1 \text{ мм}$).

Как правило, сильная дисперсия в некотором диапазоне частот сопровождается значительными потерями энергии распространяющихся электромагнитных волн из-за резонансного характера взаимодействия электромагнитной волны с атомами и молекулами среды.

Для *неполярных диэлектриков*, как то - воздух, бензол, водород, гелий, неон и др. инертные газы, сера, алмаз, соотношение

$$n = \sqrt{\epsilon(0)\mu(0)}, \quad (3.17)$$

определяемое статическими значениями относительных диэлектрических и магнитных проницаемостей, остаётся справедливым вплоть до оптического диапазона электромагнитных волн (частота $10^{14} \dots 10^{15}$ герц).

Объяснение этого факта основано на том, что в неполярных диэлектриках поляризация происходит за счёт *деформации электронной оболочки* составляющих их атомов и молекул. Ввиду малой *инерционности электронов* вектора смещения и напряженности электрического поля колеблются практически в одной фазе вплоть до весьма высоких частот электромагнитных волн, что и приводит к малой дисперсии неполярных диэлектриков.

Можно показать, что *резонансный характер взаимодействия электромагнитных волн с электронами атомов и молекул неполярных диэлектриков* приводит к следующей характерной зависимости их комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon_c(\omega)$ от частоты:

$$\epsilon_c(\omega) = 1 - [\omega_p^2 / (\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_p^2)],$$

где ω_p - резонансная частота; γ - коэффициент, учитывающий потери электромагнитной волны на поляризацию диэлектриков.

В *реальных диэлектриках*, как правило, комплексная диэлектрическая проницаемость может иметь несколько резонансных частот $\{\omega_{pj}\}; j = 1, \dots, N$, которым будет соответствовать сумма в выражении для $\epsilon_c(\omega)$:

$$\epsilon_c(\omega) = 1 - \sum_{j=1}^N \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_{pj}^2}.$$

Следующий рассматриваемый класс сред распространения составляют металлы, являющиеся проводниками электричества.

Для *неферромагнитных материалов* их электродинамические свойства определяются исключительно проводимостью вещества. Как показывает опыт, *проводимость металлов* во всем диапазоне электромагнитных волн радиочастотного диапазона вплоть до миллиметровых волн сохраняет своё значение, имеющее место для статических полей (при постоянном токе). В оптическом диапазоне, начиная с инфракрасного диапазона, электродинамические свойства имеют более сложный характер в зависимости от частоты электромагнитных волн.

Характерной особенностью *комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon_c(\omega)$ металлов* является значительное превосходство по величине мнимой части $\epsilon_{\text{Im}}(\omega)$ над действительной $\epsilon_{\text{Re}}(\omega)$, которой по этой причине обычно пренебрегают, т.е. полагают в соответствии с формулой (3.14), что:

$$\epsilon_c \approx i \text{Im } \epsilon \approx i \sigma(\omega) / \omega \epsilon_0. \quad (3.18)$$

Величина проводимости для хороших и плохих проводников могут отличаться на два порядка. В качестве примера рассмотрим *медь* с величиной удельной проводимости $\sigma_{\text{Cu}} = 6,0 \cdot 10^7 \text{ ом}^{-1}\text{метр}^{-1}$, относящуюся к хорошим проводникам, и *висмут*, являющийся полуметаллом $\sigma_{\text{Bi}} = 8,0 \cdot 10^5 \text{ ом}^{-1}\text{метр}^{-1}$.

Найдем значения модулей мнимых частей комплексной диэлектрической проницаемостей для рассмотренной пары металлов по формуле (3.18) для световых волн (частота $f = 310^{14}$ гц):

$$\epsilon_{\text{Im Cu}}(\omega)_{\text{Cu}} \approx 2000; \epsilon_{\text{Im Bi}}(\omega) = 30.$$

Отсюда следует, что для всех металлов во всем диапазоне радиочастот и отчасти в оптическом диапазоне $\epsilon_{\text{Im}}(\omega) \gg 1$. Это оправдывает пренебрежение действительной части по сравнению с мнимой при расчёте комплексной диэлектрической проницаемости по формуле (3.18).

Из других проводников отметим *электролиты*, проводимость которых обусловлена *ионами*. Проводимость электролитов при низких частотах электромагнитных волн весьма высокая. Однако с ростом частоты проводимость падает и для большинства электролитов для оптического диапазона прозрачны. Отметим, что факт *прозрачности вещества* говорит об отсутствии поглощения электромагнитных волн из-за наличия мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости, обусловленной в основном проводимостью. Для *поваренной соли* проводимость снижается уже в

метровом диапазоне электромагнитных волн.

Отметим, что в зависимости от диапазона электромагнитных волн не только *проводники* могут становиться *изоляторами*, как в примере с поваренной солью, но и наоборот - изоляторы могут становиться проводниками, как это имеет место для этилового спирта, который начинает эффективно поглощать электромагнитные волны в диапазоне длин волн 3 см - 20 см.

Магнитные свойства ферромагнитных веществ весьма сильно изменяются с частотой. Так для ферромагнитных сердечников используемых в радиотехнике значение магнитной проницаемости резко уменьшается с ростом частоты, начиная со звуковых частот (10 - 20 КГц) электромагнитных волн.

Специальные магнитные материалы - *ферриты*, приготовленные на основе порошковой технологии из ферромагнетиков, сохраняют большие значения магнитной проницаемости, характерные для обычных ферромагнетиков для статических полей, и для радиочастот, вплоть до сверхвысокочастотного диапазона электромагнитных волн.

Интересными электродинамическими особенностями обладает *плазма*. Для не слишком интенсивных электромагнитных полей в первом приближении плазму можно считать средой с магнитной проницаемостью $\mu = 1$ и диэлектрической проницаемостью $\epsilon_c(\omega)$, которая может быть вычисляемой по формуле:

$$\epsilon_c(\omega) = 1 - (\omega / \omega_p)^2, \quad (3.19)$$

где $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N / m}$ - т.н. плазменная частота, N - концентрация свободных электронов.

Из формулы (3.19) следует, что электромагнитные волны в плазме, частота которых меньше *плазменной частоты* не распространяются, поскольку диэлектрическая проницаемость плазмы для таких частот отрицательна и, следовательно, показатель преломления и волновое число чисто мнимое.

Понятие комплексной диэлектрической проницаемости среды позволяет рассмотреть с единых позиций комплексных уравнений Максвелла распространение электромагнитных волн в различных средах, что заслуженно имеет большое научно-практическое значение для решения широкого круга естественно - научных и технических задач.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 3. Распространение электромагнитных волн в веществе**3.3 Скин-эффект**

Рассмотрим распространение плоской электромагнитной волны вдоль оси OX (рис. 3.1) в её положительном направлении ($x \geq 0$), поляризованной вдоль оси OY , в однородной среде с комплексным значением диэлектрической проницаемости $\epsilon_c(\omega)$, определяемым по формуле (3.14), и со значением магнитной проницаемости, равным единице: $\mu_c(\omega) = 1$. В дальнейшем при изучении свойств электромагнитных волн для упрощения расчётов мы будем всегда полагать значение магнитной проницаемости среды распространения, равной единице.

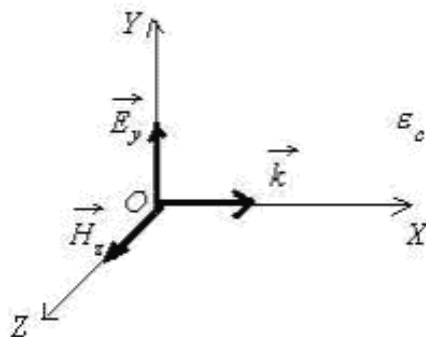


Рис. 3.1.

Также предположим, что комплексный характер диэлектрической проницаемости $\epsilon_c(\omega)$ обусловлен проводимостью среды. Вследствие этого в среде будут возбуждаться токи проводимости и поэтому часть энергии электромагнитной волны превратится в теплоту. В результате следует ожидать уменьшения амплитуды колебаний векторов напряжённости электрического и магнитного полей в электромагнитной волне по мере её распространения вглубь среды. В таких случаях говорят о распространении электромагнитной волны в *среде с потерями*. В рассматриваемой задаче *потери энергии* обусловлены проводимостью среды, а для их нахождения необходимо решить уравнения Максвелла в комплексной форме (3.9).

Решением уравнений Максвелла (3.9) в однородной среде в комплексной форме в виде плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси OX , будут комплексные амплитуды плоских электромагнитных волн, определяемые выражениями (3.5), (3.7), в которых k_c комплексное число (3.15b), зависящее от комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon_c(\omega)$. С учётом выражение для комплексных амплитуд векторов напряжённости электрического и магнитного полей плоской электромагнитной волны в рассматриваемой среде будут иметь вид :

$$E_{y2}(\vec{r}) = A_+ \exp(ik_c x); \quad (3.20a)$$

$$H_{zz}(\vec{r}) = A_+ \exp(ikx) / \zeta. \quad (3.20b)$$

В этих выражениях можно считать также A_+ комплексным числом, если начальная фаза α колебаний электромагнитной волны не равна нулю:

$$A_+ = |A_+| \exp(i\alpha). \quad (3.21c)$$

Учитывая введенные выше обозначения для A_+, k, ζ , получим при их подстановке в (3.21) следующие выражения для искомых комплексных амплитуд электромагнитной волны:

$$E_{yz}(\vec{r}) = |A_+| \exp(-k_{\text{Im}} x) \exp(ik_{\text{Re}} x + i\alpha); \quad (3.22a)$$

$$H_{zz}(\vec{r}) = (1/\zeta) |A_+| \exp(-k_{\text{Im}} x) \exp(ik_{\text{Re}} x + i\alpha). \quad (3.22b)$$

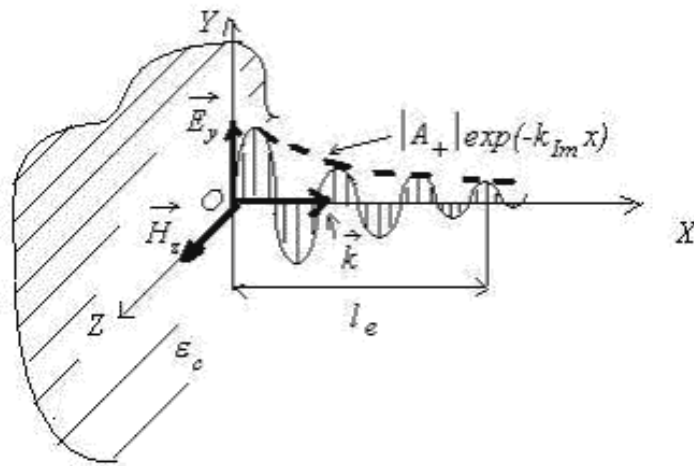


Рис. 3.2.

Для перехода к действительной форме представления колебаний электромагнитной волны необходимо в соответствии с (3.4) определить действительные части выражений (3.22), каждое из которых предварительно умножено на временной фактор $\exp(-i\omega t)$:

$$E_{yz}(\vec{r}) = |A_+| \exp(-k_{\text{Im}} x) \cos(\omega t - k_{\text{Re}} x - \alpha); \quad (3.23c)$$

$$H_{zz}(\vec{r}) = (1/\zeta) |A_+| \exp(-k_{\text{Im}} x) \cos(\omega t - k_{\text{Re}} x - \alpha) \quad (3.23d)$$

Из этих выражений следует, что для сред с комплексным показателем преломления напряжённости электрического и магнитного полей электромагнитной волны по мере своего распространения вглубь среды на расстояние x затухает по экспоненте $\exp(-\beta x)$ (рис. 3.2), степень затухания β которой определяется мнимой частью волнового числа электромагнитной волны в данной среде:

$$\beta = k_{\text{Im}}. \quad (3.24a)$$

Если затухание волны на расстоянии своего распространения x не велико, т. е. для $x k_{\text{Im}} \ll 1$, то электромагнитная волна приближенно может считаться периодической в пространстве (рис. 3.2), причём, её пространственный период l_λ определяется модулем действительной части волнового

числа волны в данной среде:

$$l_s = 2\pi / |k_{\text{Re}}|. \quad (3.24b)$$

В среде без потерь $k_{\text{Im}} = 0$:

$$l_s = \lambda / n \quad (3.24c)$$

где λ - длина волны в вакууме; $n = \sqrt{\epsilon}$ - показатель преломления среды.

При наличии проводимости среды электромагнитная волна будет затухать по мере своего распространения вглубь среды, т. е. амплитуды её электрического и магнитного полей будут стремиться к нулю. Это уменьшение будет сопровождаться ослаблением до нуля потока мощности электромагнитного поля волны. Таким образом, в зависимости от степени затухания волны на какой-то длине своего распространения l_e амплитуды полей волны можно будет считать равными нулю. Это обозначает, что электромагнитное поле проникает в среду с потерями на конечную глубину.

Эффект проникновения электромагнитного поля в среду с потерями на конечную глубину составляет суть скин-эффекта. Количественной характеристикой скин-эффекта является *глубина проникновения электромагнитного поля в среду с потерями*, называемая *толщиной скин-слоя*.

Для оценки толщины скин-слоя l_e определяется расстояние, на котором величина среднего потока мощности электромагнитного поля, переносимого волной, уменьшится в 'e' раз по сравнению с его значением на границе среды (рис. 3.2). Учитывая, что средний поток мощности в соответствии с выражением (1.26) пропорционален квадрату модуля любого из векторов напряженностей электрического и магнитного полей, получаем из (3.23) и (3.24):

$$l_e = 1/(2k_{\text{Im}}). \quad (3.25)$$

Итак, в средах с комплексным значением диэлектрической проницаемости, в частности в средах с потерями, глубина проникновения электромагнитной волны имеет конечное значение и определяется мнимой частью комплексной диэлектрической проницаемости. Действительной частью диэлектрической проницаемости определяется пространственная периодичность электромагнитной волны вблизи границы среды.

Оценим толщину скин-слоя для проводников. Для проводников мнимая часть $\epsilon'' = \text{Im } \epsilon_c$ в соответствии с (3.18) комплексной диэлектрической проницаемости определяется их удельной проводимостью, т.е. $\epsilon'' \approx \sigma(\omega)$. Причем, характерно значительное превышение модуля мнимой части ϵ_c над действительной.

Учитывая эти соображения, для расчёта толщины скин-слоя по формуле (3.25) необходимо рассчитать мнимую часть волнового числа k_{Im} , равную в соответствии с (3.15) и (3.18):

$$k_{\text{Im}} = k_0 \sqrt{\epsilon_c} = k_0 \sqrt{\sigma / (2\omega\epsilon_0)}. \quad (3.26)$$

Отсюда следует выражение для расчёта глубины скин-слоя в среде с удельной проводимостью σ :

$$l_e = \frac{1}{2} \sqrt{c \varepsilon_0 \lambda / (\sigma \pi)}, \quad (3.27)$$

где λ - длина волны в вакууме.

Оценим по порядку величины глубину проникновения электромагнитной волны внутрь хорошего проводника. Хорошо известны *проводящие свойства меди*, широко используемые на практике. Для меди значение удельной проводимости $\sigma = 6,010^7$ ом⁻¹метр⁻¹ в выражении (3.27) приводит в зависимости от длины электромагнитной волны к следующим толщинам скин-слоя:

$$l_e = 0,4 \text{ мм для } \lambda_e = 10 \text{ км};$$

$$l_e = 40 \text{ мкм для } \lambda_e = 100 \text{ м};$$

$$l_e = 4,0 \text{ мкм для } \lambda_e = 1 \text{ м};$$

$$l_e = 0,4 \text{ мкм для } \lambda_e = 1 \text{ см}$$

Результаты расчетов показывают, что при уменьшении длины волны в 100 раз, глубина проникновения волны уменьшается в 10 раз в соответствии с формулой (3.27), отмечающей её зависимость от корня квадратного длины волны.

Для идеального проводника $\sigma \rightarrow \infty$ и толщина скин-слоя $l_e \rightarrow 0$ стремится к нулю, т. е. электромагнитная волна при облучении идеального проводящего тела не проникает внутрь и полностью отражается от его поверхности. Именно этим обстоятельством объясняется характерный блеск металлических тел, являющихся хорошими проводниками.

Для плохих проводников, идеальных диэлектриков, $\sigma \rightarrow 0$ и толщина скин-слоя $l_e \rightarrow \infty$. Иными словами электромагнитная волна может беспрепятственно распространяться внутри идеального диэлектрика без уменьшения амплитуд векторов напряженностей электромагнитных полей по мере её прохождения идеального диэлектрика. По этой причине внешние поверхности хороших диэлектриков не являются столь блестящими при отражении света, как поверхности металлов.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote]

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 3. Распространение электромагнитных волн в веществе**3.4 Отражение и прохождение электромагнитной волны через плоскую границу раздела двух сред с различными значениями их диэлектрических и магнитных проницаемостей**

Понятие о коэффициенте отражения и прохождения электромагнитной волны через плоскую границу раздела двух сред

Рассмотрим задачу об *отражении и прохождении плоской электромагнитной волны с длиной волны λ от плоской границы раздела между двумя средами* (рис. 3.3), одно из которых при $x \geq 0$ заполнено диэлектриком без потерь со значением относительной диэлектрической и магнитной проницаемости соответственно равными ε и μ , а другое при $x \leq 0$ - вакуум ($\varepsilon = 1; \mu = 1$).

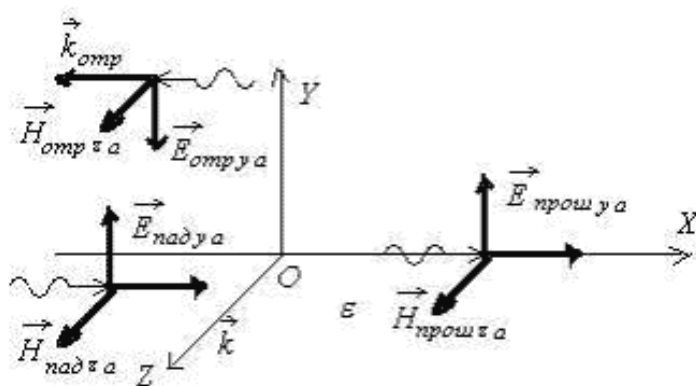


Рис. 3.3.

Предположим, что электромагнитная волна падает на границу раздела перпендикулярно границе раздела, т.е. распространяется в положительном направлении оси OX (рис. 3.3). Для определённости будем считать, падающую волну с вектором напряженности электрического поля, направленным вдоль оси OY . Тогда вектор напряженности магнитного поля будет направлен вдоль оси OZ . Отметим, что в силу симметрии рассматриваемой задачи результат её решения не должен вообще зависеть от выбранной поляризации электромагнитной волны. Действительно для любой электромагнитной волны, падающей нормально к поверхности раздела вакуум/диэлектрик всегда можно ориентировать оси декартовой системы координат, чтобы ось OY была направлена вдоль направления колебаний напряженности электрического поля падающей волны.

Итак, в соответствии со сделанными предположениями можно написать следующие выражения для комплексных амплитуд напряженности электрического E_{yz} и магнитного полей \vec{H}_{xz} :

$$E_{nad,yz}(\vec{r}) = A_+ \exp(ik_0 x); \quad (3.28a)$$

$$H_{xz}(\vec{r}) = A_+ \exp(ik_0 x) / \zeta_0, \quad (3.28b)$$

где A_+ - амплитуда падающей волны¹; $k_0 = 2\pi / \lambda$ - волновое число падающей волны;
 $\zeta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} = 120\pi$ ом - волновое сопротивление вакуума.

В результате взаимодействия падающей волны с границей раздела в левом полупространстве ($x \leq 0$) возникнет отраженная волна с амплитудой A_r , распространяющаяся в отрицательном направлении оси OX . Кроме того, в правом полупространстве ($x \geq 0$) будет распространяться прошедшая волна с амплитудой A_d . Очевидно, направление колебаний векторов напряженности электрического поля всех волн параллельно оси OY , а направление колебаний векторов напряженности магнитного поля параллельно оси OZ , как в падающей волне.

Рассмотрим выражение для комплексных амплитуд векторов напряженностей электрического и магнитного полей слева и справа от границы раздела вакуум/диэлектрик:

а) для левого полупространства $x \leq 0$:

$$E_- = A_+ \exp(ik_0 x) + A_r \exp(-ik_0 x); \quad (3.29a)$$

$$H_- = (A_+ \exp(ik_0 x) - A_r \exp(-ik_0 x)) / \zeta_0; \quad (3.29b)$$

б) для правого полупространства $x \geq 0$:

$$E_+ = A_d \exp(ikx); \quad (3.30a)$$

$$H_+ = A_d \exp(ikx) / \zeta_0, \quad (3.30b)$$

где $k = k_0 n$ - волновое число электромагнитной волны в среде с показателем преломления

$n = \sqrt{\epsilon \mu}$; $\zeta = \zeta_0 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ - волновое сопротивление среды распространения с показателем

преломления n (в частном случае среды с магнитной проницаемостью равной единице

($\mu = 1$; $\zeta = \zeta_0 / n$).

Для решения задачи взаимодействия падающей электромагнитной волны с границей раздела двух сред надо определить неизвестные коэффициенты A_r и A_d . В дальнейшем удобно вместо этих коэффициентов рассматривать их значения r и d , отнормированные на амплитуду падающей волны, т. е.:

$$r = A_r / A_+; d = A_d / A_+. \quad (3.31)$$

Определённые соотношением (3.31) коэффициенты r и d называются соответственно *коэффициентами отражения и прохождения электромагнитной волны по амплитуде*.

Для определения неизвестных коэффициентов r и d используем условия непрерывности тангенциальных компонент векторов напряженности электрического и магнитного полей на границе раздела двух сред. В рассматриваемой задаче компоненты векторов напряженностей всех волн:

падающей, отраженной и прошедшей являются тангенциальными, поскольку они параллельны плоской границе раздела вакуум - диэлектрик, соответствующей плоскости $x = 0$.

Таким образом, неизвестные коэффициенты r и d могут быть найдены из уравнений, получающихся после приравнивания при $x = 0$ соответственно E_- и E_+ , а также H_- и H_+ , каждое из которых определено в (3.29) и (3.30):

$$1 + r = d; \quad (3.32a)$$

$$(1 - r) / \epsilon_0 = d / \zeta. \quad (3.32b)$$

Отсюда находим, что искомые коэффициенты r и d , в случае произвольных ϵ и μ равны:

$$r = (\zeta - \epsilon_0) / (\zeta + \epsilon_0); \quad (3.33a)$$

$$d = 2\zeta / (\zeta + \epsilon_0). \quad (3.33b)$$

В частном случае для $\mu = 1$ имеем $\zeta = \epsilon_0 / n$ и из выражений (3.33) следует, что:

$$r = (1 - n) / (1 + n); \quad (3.34a)$$

$$d = 2 / (1 + n) \quad (3.34b)$$

Из выражения (3.34) следует, что при $n > 1$ коэффициент отражения по амплитуде $r < 0$. Это означает, что при *отражении электромагнитной волны от границы раздела вакуум/диэлектрик фаза отраженной волны отличается на 180° от фазы падающей волны.*

Этот эффект имеет место также и в более общем случае, когда электромагнитная волна распространяется через границу раздела из среды с меньшей оптической плотностью n_1 в среду, где оптическая плотность n_2 больше, т.е. $n_2 > n_1$. В самом деле, если ввести в рассмотрение относительный показатель преломления двух сред с помощью выражения:

$$n_{12} = n_1 / n_2, \quad (3.35)$$

и повторить вывод формул (3.33) и (3.34), то получатся выражения, отличающиеся от полученных ранее тем, что в них вместо показателя преломления n будет относительный показатель преломления n_{12} , а 0 и $($ являются волновыми сопротивлениями сред соответственно с оптической плотностью n_1, n_2 . Тогда отрицательные значения коэффициента отражения r будут иметь место при $n_{12} > 1$, что и является подтверждением справедливости сделанного выше обобщения.

Рассчитаем теперь *средние плотности потоков мощности* $\bar{S}_{\text{пад}}, \bar{S}_r, \bar{S}_d$, которые переносятся соответственно падающей, отражённой и прошедшей через границу раздела двух сред электромагнитными волнами. Для этой цели определим вектора Пойнтинга каждой из перечисленных волн с помощью формулы (1.54), использующей комплексные амплитуды векторов электрического и магнитного поля электромагнитной волны:

$$\vec{S}_{\text{кзд}} = 0.5 |A_{\text{кзд}}|^2 / |\epsilon_0|; \quad (3.36a)$$

$$\vec{S}_r = 0.5 |A_{\text{кзд}}|^2 / r^2 / |\epsilon_0|; \quad (3.36b)$$

$$\vec{S}_d = 0.5 |A_{\text{кзд}}|^2 / d^2 / |\epsilon|. \quad (3.36c)$$

Найдем сумму плотностей потоков энергии, переносимых прошедшей и отражённой волны с учетом выражений (3.34) для коэффициентов r и d :

$$\vec{S}_r + \vec{S}_d = 0.5 |A_d|^2 \{ [(1-n)/(1+n)]^2 + [4n/(n+1)]^2 \} / \epsilon_0 = 0.5 |A_{\text{кзд}}|^2 / \epsilon_0 = \vec{S}_{\text{кзд}}. \quad (3.37)$$

Из этого выражения следует, что при прохождении электромагнитной волны через границу раздела вакуум/диэлектрик выполняется закон сохранения плотностей потоков энергии, поскольку поток энергии падающей волны перераспределяется между потоками энергии отраженной и прошедшей через границу раздела волнами.

В силу замечания, сделанного выше, закон сохранения плотностей потоков энергии (3.37) остаётся справедливым и при распространении волны из одной среды с показателем преломления n_1 в другую среду с показателем преломления n_2 .

Наряду с коэффициентами отражения волны по амплитуде вводятся *коэффициенты отражения R и прохождения D электромагнитной волны по мощности*, определяемые в соответствии с выражениями (3.36) :

$$R = |\vec{S}_r|^2 / |\vec{S}_{\text{кзд}}|^2 = |r|^2; \quad (3.38a)$$

$$D = |\vec{S}_d|^2 / |\vec{S}_{\text{кзд}}|^2 = |d|^2 n. \quad (3.38b)$$

Вследствии *закона сохранения потоков энергии (3.37)* коэффициенты отражения R и прохождения D электромагнитной волны по мощности связаны между собой соотношением

$$R + D = 1, \quad (3.39)$$

позволяющим находить один из неизвестных коэффициентов отражения/прохождения по мощности, если известен другой.

Формулы Френеля.

Рассмотрим обобщение полученных выше формул для расчёта коэффициентов отражения и прохождения электромагнитной волны на случай, когда направление распространения волны составляет произвольный угол φ с нормалью к плоской границе раздела вакуум/диэлектрик с диэлектрической ϵ и магнитной $\mu = 1$ проницаемостями (рис. 3.4). Как и выше, будем считать, что границей является плоскость $x = 0$, разделяющая полупространство $x > 0$, заполненное диэлектриком, и вакуум ($x < 0$).

Для решения этой задачи необходимо принять во внимание поляризацию падающей на границу раздела волны. Для задания поляризации электромагнитной волны относительно границы раздела

вакуум/диэлектрик определим *плоскость падения электромагнитной волны*, образованную направлением распространения волны и вектором нормали к плоской границе.

Выше при обсуждении свойств плоских электромагнитных волн в главе 1 мы отмечали, что произвольная плоская электромагнитная волна может быть представлена в виде суммы двух плоских электромагнитных волн, поляризация которых взаимно перпендикулярна. Следуя этому свойству в нашем случае можно представить падающую на плоскую границу электромагнитную волну в виде суммы двух электромагнитных волн, одна из которых с векторами напряженностей электрического \vec{E}_{\parallel} и магнитного \vec{H}_{\parallel} полей поляризована в плоскости падения, а другая с векторами напряженностей электрического \vec{E}_{\perp} и магнитного \vec{H}_{\perp} полей поляризована в плоскости, перпендикулярной плоскости падения.

Определим компоненты ортогонально поляризованных электромагнитных волн через вектора напряженностей электрического $\vec{E}_{\text{над}}$ и магнитного $\vec{H}_{\text{над}}$ поля падающей волны. Очевидно, выбором системы координат всегда можно выбрать плоскость падения совпадающей с координатной плоскостью XOY . Тогда $H_{\parallel} = H_{\text{над}x}$, а $E_{\parallel} = E_{\text{над}XOY}$. Аналогично рассуждая, получим, что $E_{\perp} = E_{\text{над}z}$; $H_{\perp} = H_{\text{над}XOY}$.

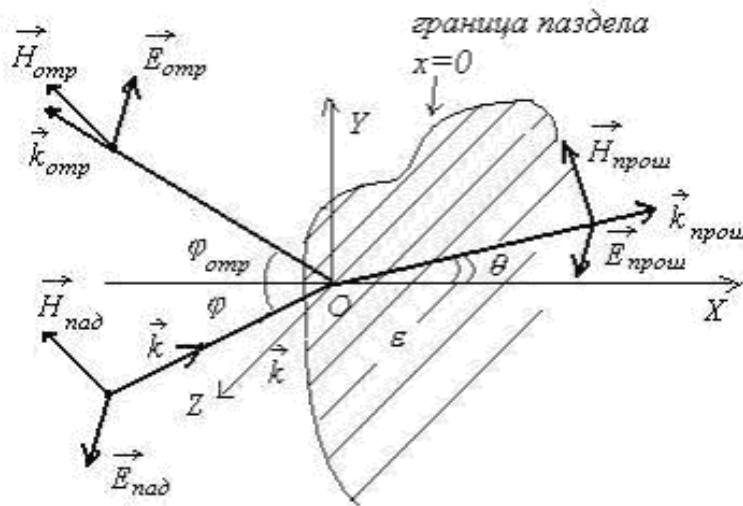


Рис. 3.4.

Рассмотрим для определённости перпендикулярную поляризацию падающей волны (рис. 3.4). В этом случае справедливы следующие *аналитические выражения для комплексных амплитуд компонент векторов полей падающей, отраженной и прошедшей электромагнитных волн, каждая из которых будет поляризована перпендикулярно плоскости падения*:

$$E_{\text{над}za} = A_{\perp} \exp[ik_0 \cos(\varphi)x + ik_0 \sin(\varphi)y]; \quad (3.40a)$$

$$H_{\text{над}XOYz} = A_{\perp} \exp[ik_0 \cos(\varphi)x + ik_0 \sin(\varphi)y] / \epsilon_0; \quad (3.40b)$$

$$E_{\text{отр}} = A_{\perp} \exp[-ik_0 \cos(\varphi_{\text{отр}})x - ik_0 \sin(\varphi_{\text{отр}})y]; \quad (3.40c)$$

$$H_{\text{отр}XOYz} = -A_{\perp} \exp[-ik_0 \cos(\varphi_{\text{отр}})x - ik_0 \sin(\varphi_{\text{отр}})y] / \epsilon_0; \quad (3.40d)$$

$$E_{\text{дзл}} = A_{\text{д}\perp} \exp[ik \cos(\theta)x + ik \sin(\theta)y]; \quad (3.40e)$$

$$H_{\text{дхоуз}} = A_{\text{д}\perp} \exp[ik \cos(\theta)x + ik \sin(\theta)y] / \zeta, \quad (3.40f)$$

где A_{\perp} - амплитуда падающей перпендикулярно поляризованной волны; $A_{\gamma\perp}$ - амплитуда отражённой волны; $A_{\text{д}\perp}$ - амплитуда прошедшей волны; φ_{γ} - подлежащий определению угол, отсчитываемый от направления нормали к поверхности раздела, в котором распространяется отражённая волна; θ - подлежащий определению угол, отсчитываемый от направления нормали к поверхности раздела, в котором распространяется прошедшая волна; k_0, k - волновые числа электромагнитных волн, распространяющиеся соответственно в вакууме и в диэлектрике, определённые выражениями (3.29) и (3.30); ζ_0, ζ - волновые сопротивления соответственно вакуума и диэлектрика, определённые выражениями (3.29) и (3.30).

Амплитуды векторов полей отражённой $A_{\gamma\perp}$ и прошедшей $A_{\text{д}\perp}$ волн в выражениях (3.40) подлежат определению из условия непрерывности тангенциальных, т.е. параллельных границе раздела компонент векторов напряженностей электрического и магнитного полей на границе вакуум/диэлектрик. Для перпендикулярной поляризации тангенциальными компонентами векторов напряженности электрического поля являются их z -вые компоненты, т.е. $E_{\text{надзл}}, E_{\text{рзл}}, E_{\text{дзл}}$. Для векторов напряженности магнитного поля тангенциальными будут их y -вые компоненты, т.е. $H_{\text{надуз}}, H_{\text{руз}}, H_{\text{дюз}}$.

Запишем *уравнения непрерывности тангенциальных компонент комплексных амплитуд векторов напряженности электрического и магнитного полей, которые имеют место в плоскости границы раздела*, т.е. при $x = 0$:

$$E_{\text{надзл}} + E_{\text{рзл}} = E_{\text{дзл}}; \quad (3.41a)$$

$$H_{\text{надуз}} + H_{\text{руз}} = H_{\text{дюз}} \quad (3.41b)$$

Очевидно, уравнения (3.41) представляют собой линейную систему двух уравнений с двумя неизвестными $A_{\gamma\perp}$ и $A_{\text{д}\perp}$, которая получается при подстановке в (3.41) выражений (3.40):

$$A_{\perp} \exp[ik_0 \sin(\varphi)y] + A_{\gamma\perp} \exp[-ik_0 \sin(\varphi_{\gamma})y] = A_{\text{д}\perp} \exp[ik \sin(\theta)]; \quad (3.41a)$$

$$\begin{aligned} & (\cos(\varphi)A_{\perp} \exp[ik_0 \sin(\varphi)y] - \cos(\varphi_{\gamma})A_{\gamma\perp} \exp[-ik_0 \sin(\varphi_{\gamma})y]) / \zeta_0 = \\ & = \cos(\theta)A_{\text{д}\perp} \exp[ik \sin(\theta)] / \zeta \end{aligned} \quad (3.41b)$$

Заметим, что появление косинусов углов, на которые умножаются $A_{\perp}, A_{\gamma\perp}, A_{\text{д}\perp}$ в выражении (3.41b), связано с проектированием на ось OY векторов напряженности магнитных полей рассматриваемых электромагнитных волн.

Решение системы уравнений относительно $A_{\gamma\perp}$ и $A_{\text{д}\perp}$ возможно лишь при условии определённых соотношений между углами распространения падающей прошедшей и отражённой волн, а именно:

$$\varphi_{\gamma} = -\varphi; \quad (3.42a)$$

$$k_0 \sin(\varphi) = k \sin(\theta) . \quad (3.42b)$$

Соотношение (3.42a) представляет собой *закон зеркального отражения*, согласно которому угол падения волны или оптического луча равен углу отражения, если последний отсчитывается от нормали (знак минус в этом соотношении учитывает изменение направления распространения отражённого луча на противоположное падающему).

Соотношение (3.42b) есть не что иное, как *закон преломления*, иначе зазываемый *законом Снеллиуса*, согласно которому отношение синусов углов преломлённой (прошедшей) и падающей волн (лучей) равно показателю преломления волны (луча), если волна падает из вакуума и относительному показателю преломления двух сред (3.35), лежащих по обе стороны от границы раздела . Действительно, выражение (3.42b) может быть преобразовано с помощью соотношения (3.30) между волновыми числами электромагнитной волны в вакууме и в диэлектрике к виду:

$$\sin(\theta) / \sin(\varphi) = k / k_0 = n . \quad (3.43)$$

Отсюда следует вывод, что известные *законы геометрической оптики*, определяющие отражение и преломление световых пучков от границы раздела двух сред являются следствием *волновой природы света*, о чем говорилось в главе 1 при обсуждении *шкалы электромагнитных волн*.

Учитывая выражения (3.42) представим исходную систему уравнений (3.41) относительно неизвестных коэффициентов $A_{r\perp}$ и $A_{d\perp}$ в следующем виде:

$$A_{\perp} + A_{r\perp} = A_d; \quad (3.44a)$$

$$\cos(\varphi)(A_{\perp} - A_{r\perp}) / \zeta_0 = \cos(\theta) A_d / \zeta, \quad (3.44b)$$

Решая эту систему можно получить выражения, определяющие амплитуды отраженной $A_{r\perp}$ и прошедшей $A_{d\perp}$ волн поляризованных перпендикулярно плоскости падения на границу раздела. Как и в случае нормального падения электромагнитной волны на границу раздела вводятся амплитудные коэффициенты отражения r_{\perp} и прохождения d_{\perp} перпендикулярно поляризованной волны, определяемые формулами:

$$r_{\perp} = A_{r\perp} / A_{\perp}; d_{\perp} = A_{d\perp} / A_{\perp}, \quad (3.45)$$

Из (3.45) для этих коэффициентов получим:

$$r_{\perp} = [\zeta \cos(\varphi) - \zeta_0 \cos(\theta)] / [\zeta \cos(\varphi) + \zeta_0 \cos(\theta)]; \quad (3.46a)$$

$$d_{\perp} = 2\zeta \cos(\varphi) / [\zeta \cos(\varphi) + \zeta_0 \cos(\theta)]. \quad (3.46b)$$

Перепишем полученные соотношения, используя формулы (3.3) для ζ_0, ζ :

$$r_{\perp} = [\sqrt{\mu} \cos(\varphi) - \sqrt{\epsilon} \cos(\theta)] / [\sqrt{\mu} \cos(\varphi) + \sqrt{\epsilon} \cos(\theta)]; \quad (3.46c)$$

$$d_{\perp} = 2\sqrt{\mu} \cos(\varphi) / [\sqrt{\mu} \cos(\varphi) + \sqrt{\epsilon} \cos(\theta)]. \quad (3.46d)$$

При $\varphi = 0$ выражения (3.46) совпадают с ранее полученными формулами (3.33) поскольку в соответствии с законом Снеллиуса (3.43) в этом случае $\theta = 0$ и все косинусы в (3.46) равны единицы.

Аналогичным образом можно рассмотреть *распространение через границу раздела электромагнитной волны, поляризованной параллельно плоскости падения* (рис. 3.5). В соответствии со сказанным выше комплексные амплитуды отраженной и прошедшей волн определяются из условия непрерывности на границе раздела z - вых составляющих комплексных амплитуд магнитных полей и y - вых составляющих комплексных амплитуд электрических полей падающей, отраженной и прошедших волн. Иными словами, при $x=0$ должны иметь место следующие соотношения:

$$E_{\text{пад}y\text{z}} + E_{\text{отр}y\text{z}} = E_{\text{про}y\text{z}}; \quad (3.47a)$$

$$H_{\text{пад}zx} + H_{\text{отр}zx} = H_{\text{про}zx}, \quad (3.47b)$$

в которых

$$E_{\text{пад}y\text{z}} = \cos(\varphi) A_{\parallel} \exp[ik_0 \sin(\varphi)y]; \quad (3.48a)$$

$$H_{\text{пад}zx} = A_{\parallel} \exp[+ik_0 \sin(\varphi)y] / \zeta_0; \quad (3.48b)$$

$$E_{\text{отр}y\text{z}} = \cos(\varphi) A_{\parallel} \exp[-ik_0 \sin(\varphi)y]; \quad (3.48c)$$

$$H_{\text{отр}zx} = -A_{\parallel} \exp[-ik_0 \sin(\varphi)y] / \zeta_0; \quad (3.48d)$$

$$E_{\text{про}y\text{z}} = \cos(\theta) A_{\parallel} \exp[ik \sin(\theta)y]; \quad (3.48e)$$

$$H_{\text{про}zx} = A_{\parallel} \exp[ik \sin(\theta)y] / \zeta, \quad (3.48f)$$

приняты обозначения, используемые в выражениях (3.40) применительно к случаю параллельно поляризованной падающей волны, на что указывает нижний индекс '||'.

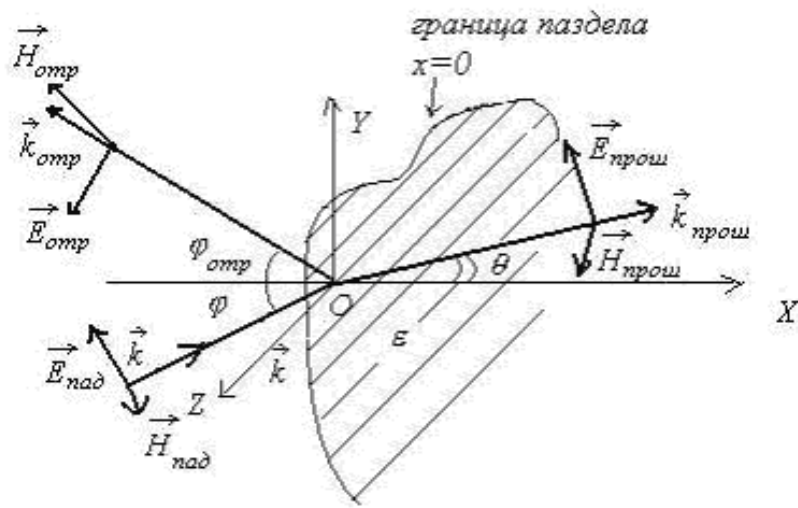


Рис. 3.5.

Для возможности определения решения системы уравнений (3.47) должны также очевидно выполняться соотношения (3.42) между углами распространения падающей, отраженной и прошедшей волн. С учётом этого получим систему линейных уравнений для определения неизвестных коэффициентов $A_{r\perp}$ и $A_{d\perp}$:

$$\cos(\varphi)(A_{\parallel} + A_{r\parallel}) = \cos(\theta)A_{d\parallel}; \quad (3.49a)$$

$$(A_{\parallel} - A_{r\parallel})/\epsilon_0 = A_{d\parallel}/\epsilon. \quad (3.49b)$$

Использование для решения этой системы уравнений амплитудных *коэффициентов отражения r_{\parallel} и прохождения d_{\parallel} параллельно поляризованной волны*

$$r_{\parallel} = A_{r\parallel}/A_{\parallel}; d_{\parallel} = A_{d\parallel}/A_{\parallel}, \quad (3.50)$$

приводит к следующему результату:

$$r_{\perp} = [\epsilon_0 \cos(\varphi) - \epsilon \cos(\theta)] / [\epsilon_0 \cos(\varphi) + \epsilon \cos(\theta)]; \quad (3.51a)$$

$$d_{\parallel} = 2\epsilon \cos(\varphi) / [\epsilon_0 \cos(\varphi) + \epsilon \cos(\theta)]. \quad (3.51b)$$

Эти соотношения могут быть записаны, выражая волновые сопротивления по формуле (3.3) через значения магнитной и диэлектрической проницаемости среды:

$$r_{\perp} = [\sqrt{\epsilon} \cos(\varphi) - \sqrt{\mu} \cos(\theta)] / [\sqrt{\epsilon} \cos(\varphi) + \sqrt{\mu} \cos(\theta)]; \quad (3.51c)$$

$$d_{\perp} = 2\sqrt{\mu} \cos(\varphi) / [\sqrt{\epsilon} \cos(\varphi) + \sqrt{\mu} \cos(\theta)]. \quad (3.51d)$$

Формулы (3.46) и (3.51) называются *формулами Френеля*. Они широко используются на практике и дают хорошее согласие с экспериментом. Эти формулы оказываются очень удобным при анализе распространения волн в *неоднородных средах*. Оказывается возможной *аппроксимация неоднородной среды в виде конечного набора плоских слоев*, в пределах каждого из которых среда

может считаться однородной. В результате применения формул Френеля к каждой из границ однородных слоёв можно с достаточной точностью для правдоподобных оценок получить представление о характере взаимодействия волны, распространяющейся через неоднородные среды.

Рассмотрим ещё одну т.н. *симметричную форму формул Френеля*, которая получается при подстановке в выражения (3.46) и (3.51) соотношения (3.43) для общего случая, когда граница раздела $x = 0$ разделяет две среды - при $x < 0$ показателем преломления n_1 , а при $x > 0$ преломления n_2 :

$$r_{\perp} = \sin(\theta - \varphi) / \sin(\varphi + \theta); \quad (3.52a)$$

$$d_{\perp} = 2 \sin(\theta) \cos(\varphi) / \sin(\varphi + \theta); \quad (3.52b)$$

$$r_{\parallel} = \operatorname{tg}(\varphi - \theta) / \operatorname{tg}(\varphi + \theta); \quad (3.52c)$$

$$d_{\parallel} = 2 \sin(\theta) \cos(\varphi) / \sin(\varphi + \theta) \cos(\varphi - \theta). \quad (3.52d)$$

Экспериментальные исследования распространения электромагнитных волн Г. Герца (1887-1888гг.).

В ряде *оригинальных опытах Г. Герц* изучал законы отражения и преломления электромагнитных волн от диэлектрических и металлических тел. Для этой цели электромагнитная волна от вибратора 1, помещенного в фокальную область *параболического зеркала*, направлялась на диэлектрическое или металлическое зеркало АВ (рис. 3.6). Отражённая от зеркала электромагнитная волна принималась *приёмным вибратором* 2, помещённым в фокальную область второго параболического зеркала. В промежуток плечами приёмного вибратора включалась *лампа накаливания* малой мощности. При приёме электромагнитной волны вторым вибратором отмечался накал лампы, только в том случае, если *углы ориентации оптических осей* первого и второго параболических зеркал соответствовали

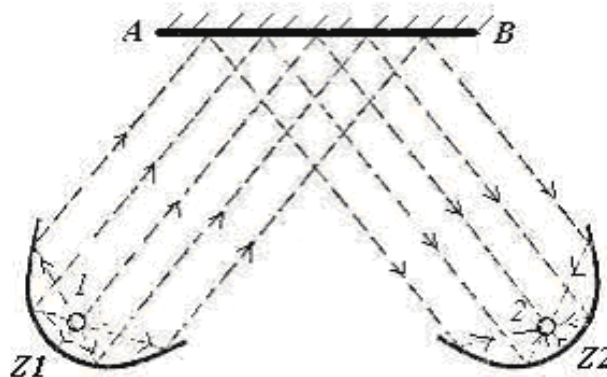


Рис. 3.6.

закону отражения, согласно которому угол отражённой электромагнитной волны от поверхности зеркала АВ равен углу падения электромагнитной волны от передающего вибратора. В опытах было отмечено, что *металлические зеркала* отражают гораздо лучше *диэлектрических зеркал* в связи с тем, что в этом случае часть электромагнитной энергии падающей волны превращается в энергию волны, распространяющейся в диэлектрике.

При облучении плоской электромагнитной волной поверхности *диэлектрической призмы* P (рис. 3.7), изготовленной из различных материалов (сера, парафин, асфальт и др.) наблюдалось преломление электромагнитной волны в соответствии с законом Снеллиуса. В этих опытах была подтверждена *формула Максвелла*, выражающая показатель преломления среды через значения относительных диэлектрических и магнитных проницаемостей среды.

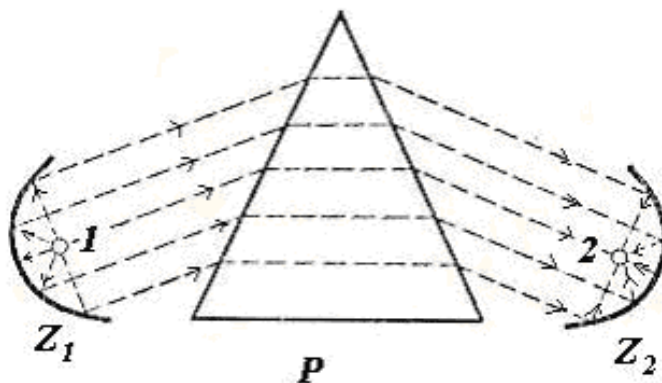


Рис. 3.7.

Используя отражение электромагнитных волн от изогнутых металлических листов, Г. Герц получил *направленные электромагнитные волны*. Для этой цели были изготовлены два параболических цилиндра, обращённые фокальными линиями навстречу друг другу. Вдоль фокальных линий в каждом из цилиндров размещались *передающий 1 и приёмный вибраторы 2* (рис. 3.8a).

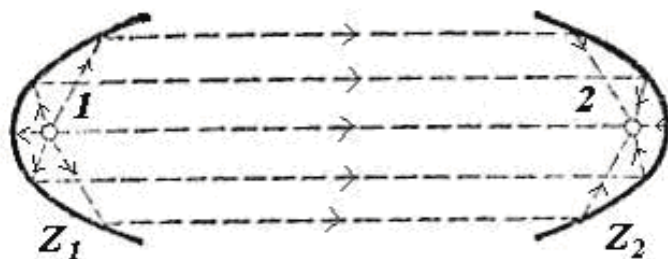


Рис. 3.8a.

Волна, излучаемая передающим вибратором, отражаясь от первого параболического цилиндра, превращалась в параллельную оптической оси цилиндров плоскую электромагнитную волну, которая при достижении второго параболического зеркала фокусировалась в область *фокальной линии*, где и размещался приёмный вибратор, с подсоединённой в промежуток между его плечами лампой накаливания малой мощности. В этом случае наблюдается интенсивное свечение лампы накаливания в приёмном вибраторе. При смещении второго зеркала вместе с вибратором в сторону от поперечника пучка накал лампы пропадает. Это явилось *доказательством прямолинейного распространения электромагнитных волн*, подобно световым лучам. При повороте приемного вибратора вместе с зеркалом вокруг оптической оси наблюдалось монотонное изменение накала от максимума при параллельном расположении вибраторов до нуля при их взаимно перпендикулярной ориентации. Это объясняется *линейной поляризацией электромагнитной волны*, излучаемой передающим вибратором, как было отмечено выше.

Если между передающим и приёмным вибратором помещались диэлектрические листы (рис. 3.8b), то отмечалось прохождение электромагнитных волн по наличию накала лампы в приёмном вибраторе в

соответствии со сказанным в под [разделе 3.4](#). Если вместо диэлектрических листов помещались металлические листы, толщина которых превышала толщину скин слоя, то накал лампы в приёмном вибраторе отсутствовал, что свидетельствовало о *поглощении электромагнитных волн в проводящих средах*.

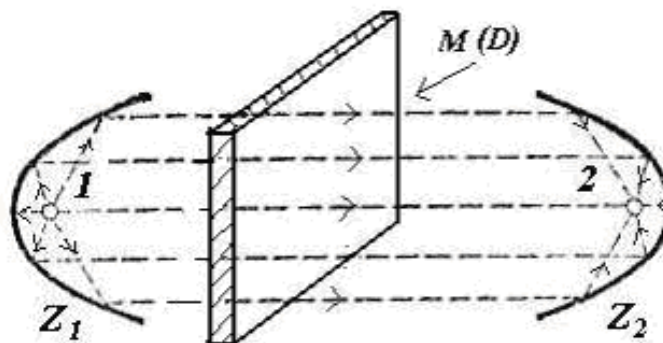


Рис. 3.8b.

Вместо сплошных металлических листов помещалась между параллельными друг другу приёмным и передающим вибраторами поверхность, состоящая из достаточно близко расположенных, параллельных друг другу металлических полосок S , стержней или проводов (рис. 3.8с).

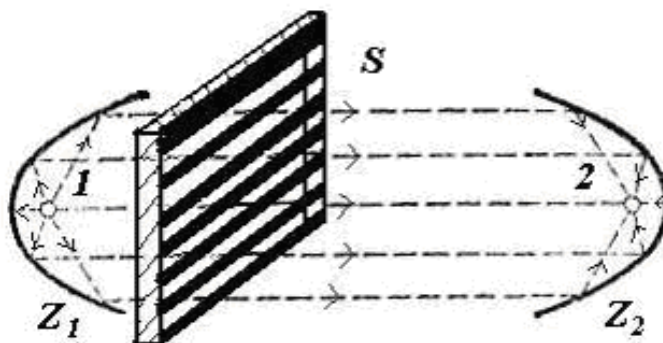


Рис. 3.8с.

Тогда в зависимости от ориентации полосок по отношению к направлению плеч вибраторов наблюдалось изменение накала лампы от максимального, когда полоски перпендикулярны вибраторам, до нуля, когда полоски параллельны вибраторам. В этом случае в полосках возбуждались токи, переводящие энергию электромагнитного поля в тепло. При перпендикулярной ориентации полосок и вибраторов токов проводимости под действием электромагнитной волны не возникало. Это явилось доказательством того, что, во-первых, электромагнитная волна излучаемая вибратором является линейно поляризованной, а во-вторых, *поверхность из металлических полосок становится эквивалентной сплошной металлической поверхности*, если расстояние между полосками меньше длины электромагнитной волны.

В опытах Г. Герца была доказана *общность законов, определяющих распространение электромагнитных волн и света*. Опыты явились основой для признания электромагнитной теории Максвелла. Они способствовали развитию исследований по техническому применению электромагнитной теории. Так в 1895г. *А.С. Поповым* был открыт *способ беспроволочной телеграфии и телефонии (радио)*, впоследствии приведший к бурному развитию радиотехники.

Эффект Брюстера.

Отметим особый случай применения формул Френеля, когда коэффициент отражения r_{\parallel} по амплитуде параллельно поляризованной волны обращается в нуль. Очевидно, это происходит при условии, что $\varphi_b + \theta = \pi / 2$ (рис. 3.9). Используя закон Снеллиуса, получим, что для этого достаточно, чтобы направление распространения электромагнитной волны составляло с нормалью к поверхности диэлектрика угол φ_b , определяемый из соотношения

$$\operatorname{tg}(\varphi_b) = n_2 / n_1 = n_{21}. \quad (3.53a)$$

Угол

$$\varphi_b = \operatorname{arctg}(n_{21}), \quad (3.53b)$$

удовлетворяющий соотношению (3.53a), называется *углом Брюстера*.

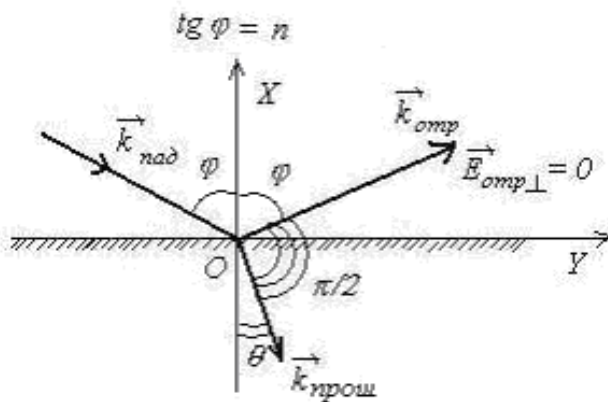


Рис. 3.9.

При облучении диэлектрика электромагнитной волной, поляризованной в плоскости падения, под углом Брюстера отсутствует отраженная от диэлектрика волна. Физическим объяснением этого эффекта является особенность поляризации молекул диэлектрика на границе диэлектриков. Образующиеся на границе диэлектриков диполи под действием электрического поля падающей электромагнитной волны ориентированы таким образом, что их оси, перпендикулярны направлению распространения волны в диэлектрике с диэлектрической проницаемостью n_2 . В главе 3 при обсуждении свойств поля излучения диполя мы отмечали факт отсутствия излучения вдоль оси колеблющегося диполя. Именно, по этой причине отсутствует отражённая волна от поверхности диэлектрика.

Эффект Брюстера может быть использован в качестве простого *способа получения линейно поляризованной волны из неполяризованной*. При облучении поверхности диэлектрика под углом Брюстера отраженной волны, поляризованной в плоскости падения, не будет. Следовательно, отражённая от поверхности диэлектрика волна в этом случае будет поляризована линейно в направлении, перпендикулярном плоскости падения.

Отражение плоской гармонической электромагнитной волны от идеально проводящей плоскости.

Одной из важных задач, позволяющих представить основные свойства распространения электромагнитных волн в различных средах, является задача об *отражении электромагнитных волн от хорошо проводящих тел* (проводников). Такая задача может служить моделью *формирования оптического изображения объектов в зеркалах*.

Рассмотрим отражение плоской гармонической электромагнитной волны, падающей из вакуума вдоль оси OX перпендикулярно идеально проводящей плоской поверхности $x = 0$ (рис. 3.10) разделяющей вакуум ($x < 0$) и проводник ($x \geq 0$). Пусть, её электрическое поле параллельно оси OY .

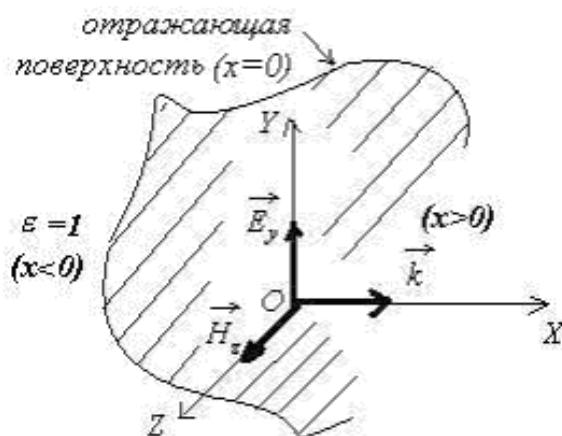


Рис. 3.10.

Очевидно, такая задача является частным случаем рассмотренной выше задачи об отражении электромагнитной волны от поверхности диэлектрика, рассмотренной выше в [параграфе 3.4.](#), на случай, когда комплексная диэлектрическая проницаемость диэлектрика имеет мнимую часть во много раз превышающую действительную, что характерно для проводящих тел в соответствии со сказанным в 3.2. Как мы убедились выше, проводимость среды приводит к поглощению распространяющейся в ней электромагнитной волны. Поглощение имеет место вследствие возникновения в среде с проводимостью токов проводимости и выделения *джоулева тепла*. Поглощение тем сильнее, чем больше проводимость среды. Для идеально проводящей среды происходит полное поглощение волны в среде, поскольку толщина скин-слоя, оценивающая глубину проникновения электромагнитной волны в среду с проводимостью, стремится к нулю. В результате внутри идеально проводящего тела отсутствует электромагнитное поле. Таким образом, падающая на идеально проводящую среду электромагнитная волна полностью отражается от его поверхности. *Источниками отражённой электромагнитной волны* являются поверхностные токи, циркулирующие по поверхности идеально проводящего тела.

Для определения отражённой электромагнитной волны надо связать её амплитуду и фазу с соответствующими параметрами падающей волны. Для этого необходимо использовать условие непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля на поверхности идеально проводящего поля (плоскости для рассматриваемой задачи). Заметим, что в отличие от задачи отражения электромагнитной волны от поверхности диэлектрика используется только одно условие. Это является следствием того, что нам известно, что электромагнитное поле внутри идеально проводящего тела равно нулю. По этой причине известен коэффициент прохождения электромагнитной волны в проводник, который очевидно, равен нулю. Таким образом, для решения задачи об отражении электромагнитной волны от идеально проводящей плоскости подлежит определению только коэффициент отражения волны от этой плоскости.

В соответствии со сделанными предположениями можно написать следующие выражения для комплексных амплитуд напряженности электрического E_{yz} и магнитного полей \vec{H}_{xz} электромагнитной волны, падающей на поверхность диэлектрика:

$$E_{\text{падающая}}(\vec{r}) = A_+ \exp(ik_0 x);$$

$$H_{\text{падающая}}(\vec{r}) = A_+ \exp(ik_0 x) / \zeta_0,$$

где A_+ - амплитуда колебаний вектора напряжённости электрического поля падающей волны (для простоты рассуждений положим начальную фазу колебаний падающей волны равной нулю);

$k_0 = 2\pi / \lambda$ - волновое число падающей волны; $\zeta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} = 120\pi$ ом - волновое сопротивление вакуума.

При отражении падающей волны от проводящей плоскости в левом полупространстве ($x \leq 0$) возникнет отражённая волна с подлежащей определению амплитудой колебаний вектора напряжённости электрического поля A_+ , распространяющаяся в отрицательном направлении оси Ox . Комплексные амплитуды колебаний электрического и магнитного поля электромагнитной волны имеют следующие выражения:

$$E_+ = A_+ \exp(-ik_0 x);$$

$$H_+ = -A_+ \exp(-ik_0 x) / \zeta_0.$$

Отсюда следует, что электромагнитное поле с комплексными амплитудами электрического E_- и магнитного H_- полей слева от проводящей плоскости будет равно сумме электромагнитных полей падающей и отражённой электромагнитных волн:

$$E_- = A_+ \exp(ik_0 x) + A_+ \exp(-ik_0 x)$$

$$H_- = (A_+ \exp(ik_0 x) - A_+ \exp(-ik_0 x)) / \zeta_0$$

Кроме того, в правом полупространстве ($x \geq 0$) электромагнитное поле будет равно нулю, т.е.:

$$E_+ = 0;$$

$$H_+ = 0.$$

Принимая во внимание сказанное, запишем уравнение непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля на плоскости $x = 0$:

$$E_- = A_+ + A_+ = 0.$$

Отсюда следует, что при отражении от идеально отражающей поверхности возникает отражённая электромагнитная волна, распространяющаяся в противоположном направлении по отношению к падающей волне, имеющая ту же амплитуду векторов напряжённости электрического и магнитного полей, а фаза колебаний этих векторов отличается на 180° от фазы колебаний падающей волны.

Таким образом, при отражении плоской гармонической электромагнитной волны от проводящей плоскости возникает электромагнитное поле, комплексные амплитуды векторов напряжённости электрического и магнитного полей, определяемых выражениями

$$E_- = -i2A_+ \sin(k_0 x); \quad (3.54a)$$

$$H_- = 2A_+ \cos(ik_0 x) / \epsilon_0 \quad (3.54b)$$

Действительная форма колебаний электрического $E_-(x,t)$ и магнитного поля $H_-(x,t)$, возникающего при отражении волны записывается в виде:

$$E_-(x,t) = -2A_+ \sin(k_0 x) \sin(\omega t); \quad (3.55a)$$

$$H_-(x,t) = 2A_+ \cos(k_0 x) \cos(\omega t). \quad (3.55b)$$

Стоячие электромагнитные волны.

Мгновенная "фотография" колебаний электромагнитной волны, соответствующих выражениям (3.54), изображена рис. 3.11. Как следует из этого рисунка, фаза колебаний электрического и магнитного полей изображённой на рисунке 3.11 волны отличаются на 90° .

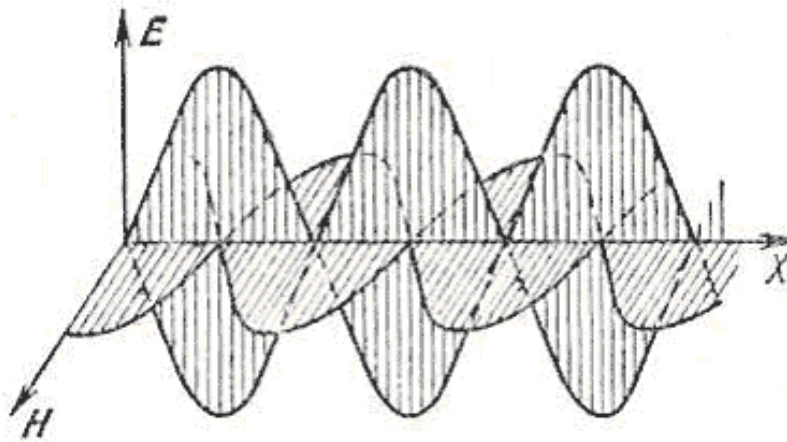


Рис. 3.11.

Точно такими же являются колебания (рис. 3.12) в стержне (шнуре) с закреплёнными концами. Как известно, точки стержня, в которых колебания имеют максимум, называются *пучностями*. Точки стержня, в которых амплитуда колебаний равна нулю, называются *узлами*. Упругая волна с таким характером колебаний, называется *стоячей волной*.

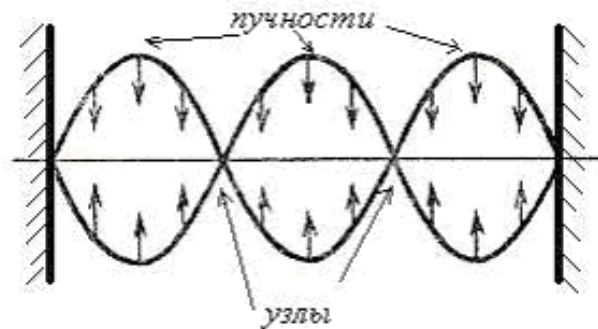


Рис. 3.12.

Всё сказанное выше о свойствах упругих стоячих волн применимо для описания электромагнитных колебаний, определяемых выражениями (1.9). По этой причине электромагнитная волна,

определяемая выражениями (3.54), называется *стоячей электромагнитной волной*. В стоячей электромагнитной волне пучности электрического поля совпадают с узлами магнитного поля и наоборот узлы совпадают с пучностями.

Особенностью стоячей электромагнитной волны является обращение в нуль плотности потока энергии, определяемой вектором Пойнтинга, в узлах и пучностях электромагнитных полей. Кроме этого, используя определение среднего значения вектора Пойнтинга \vec{S} по формуле (1.31), получаем, что его среднее значение в стоячей электромагнитной волне равно нулю. По этой причине можно полагать, что энергия в стоячей электромагнитной волне не переносится через её узлы. Это свойство стоячей электромагнитной волны послужило основанием для её названия.

Колебания электрического и магнитного полей в стоячей волне можно считать независимыми, обладающими одинаковой энергией. Можно показать, что произвольное электромагнитное поле внутри замкнутой полости с идеально проводящими стенками может быть представлено в виде суммы стоячих волн, вектора напряжённости электрического поля которых обращаются в нуль на стенках полости.

Свойства стоячих электромагнитных волн широко используются в различных разделах физики. В частности, в оптике при рассмотрении явлений интерференции, в голографии, в фотографии для объяснения процесса формирования изображения в фотографической эмульсии, в физике теплового излучения для расчёта возможного числа мод колебаний электромагнитного поля внутри проводящей полости, а также в квантовой физике и физике твёрдого тела для вывода формул, определяющих функции распределений тождественных микрочастиц.

Экспериментальные исследования стоячих электромагнитных волн Г. Герца (1887-1888гг.)

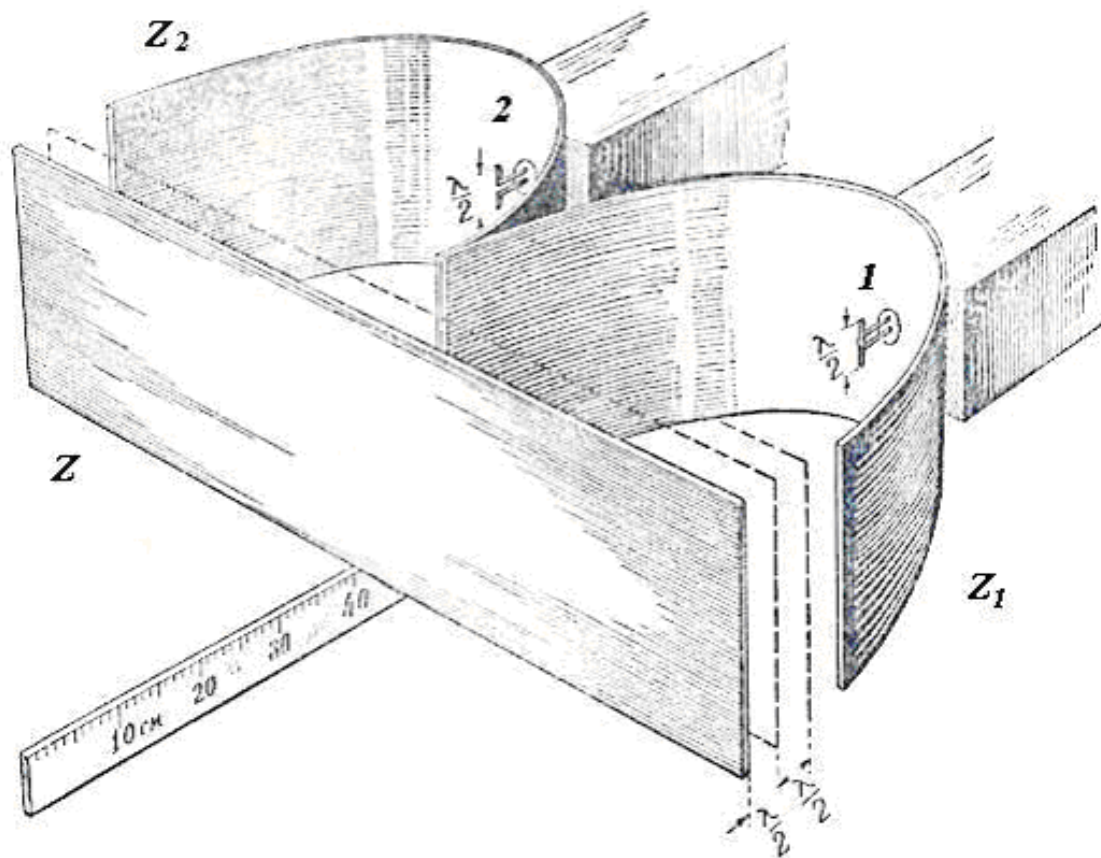


Рис. 3.13.

При облучении поверхности металлического зеркала Z перпендикулярно падающей на него плоской электромагнитной волны от вибратора 1 в фокусе параболического зеркала $Z1$ (рис. 3.13) может быть получена стоячая электромагнитная волна с узлом электрического поля на поверхности зеркала Z . Расстояние между соседними пучностями или узлами стоячей волны определяется половиной длины волны, облучающей зеркало. Для экспериментального определения положения пучностей и узлов стоячей электромагнитной волны в направлении волны, излучаемой передающим вибратором 1, перемещается зеркало Z . По величине накала лампы, подключённой в промежуток между плечами приёмного вибратора 2 в фокусе параболического зеркала $Z2$, отмечается положение плоскостей пучностей и узлов стоячей волны. В пучностях стоячей электромагнитной волны отмечается максимальный накал, а в минимумах накал был минимальный или вообще отсутствует. Измерения расстояния между пучностями электромагнитного поля стоячей волны позволяет *определить длину электромагнитной волны*. В опытах Г. Герца длина волны была равна 60 см., а высота параболического зеркала выбиралась достаточно большой, равной 2м, для того чтобы исключить дифракционные эффекты, более подробно изучаемые в главе 6.

1 Для простоты рассуждений положим начальную фазу колебаний падающей волны равной нулю.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[.]Sote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн**4.1 Понятие интерференции электромагнитных волн**

Рассмотрим две монохроматические, электромагнитные волны одной частоты (ω), с одинаковым направлением колебаний векторов напряженности электрического поля каждой, соответственно равных $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ и $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$. Ввиду одинаковой поляризации колебаний обеих волн при их совместном рассмотрении можно выбрать такую систему координат, в которой одна из координатных осей ориентирована вдоль векторов напряженности электрических полей. Тогда можно упростить описание электрического поля исследуемых электромагнитных волн, поскольку оно представляется в выбранной системе координат только одной своей компонентой. Поэтому в дальнейшем, можно опустить символ вектора для компонент полей волн и использовать для них скалярное обозначение, т. е.:

$$E_1(\vec{r}, t) = A_1(\vec{r}) \cos(\omega t - \varphi_1(\vec{r})); E_2(\vec{r}, t) = A_2(\vec{r}) \cos(\omega t - \varphi_2(\vec{r})), \quad (4.1a)$$

где $A_1(\vec{r})$; $A_2(\vec{r})$ - амплитуды колебаний; $\varphi_1(\vec{r})$; $\varphi_2(\vec{r})$ - фазы колебаний волн, в общем случае зависящие от координат точек наблюдения, задаваемых радиус вектором \vec{r} .

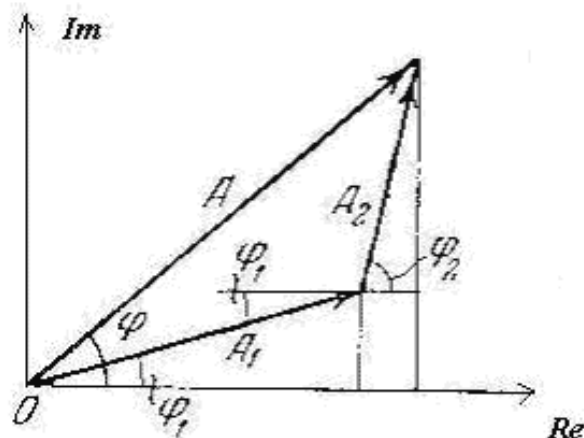


Рис. 4.1.

Представим колебания этих волн с помощью комплексных амплитуд (рис. 4.1):

$$E_1(\vec{r}, t) = A_1(\vec{r}) \exp(i\varphi_1(\vec{r}) - i\omega t); E_2(\vec{r}, t) = A_2(\vec{r}) \exp(i\varphi_2(\vec{r}) - i\omega t), \quad (4.1b)$$

Пусть в некоторую точку пространства приходят обе волны. Тогда согласно **принципу суперпозиции электромагнитных колебаний** в этой точке будет сумма колебаний с комплексной амплитудой (рис. 4.1) $E(\vec{r}, t)$, равной сумме комплексных амплитуд $E_1(\vec{r}, t)$ и $E_2(\vec{r}, t)$:

$$E(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \exp(i \varphi(\vec{r})), \quad (4.2a)$$

где $A(\vec{r})$ - амплитуда суммарного колебания в точке наблюдения, равная

$$A(\vec{r}) = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta\varphi(\vec{r})}; \quad (4.2b)$$

$\delta\varphi(\vec{r}) = \varphi_1 - \varphi_2$ - разность фаз колебаний первой и второй волн;

$\varphi(\vec{r})$ - фаза колебаний суммы волн, определяемая следующим из рис. 4.1 выражением

$$\varphi(\vec{r}) = \arctg\left(\frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}\right). \quad (4.2c)$$

Из выражения (4.2b) следует, что амплитуда суммы волн определяется *разностью фаз* $\delta\varphi(\vec{r})$ колебаний каждой из складываемых волн. Для монохроматических волн $\delta\varphi(\vec{r})$ является только функцией координат и не зависит от времени. По этой причине амплитуда суммарного колебания двух монохроматических волн будет в соответствии с выражением (4.2b) зависеть от координат точки наблюдения и будет отличаться от суммы амплитуд колебаний первой и второй волн, наблюдаемых по отдельности друг от друга. Отличия обусловлены разностью фаз $\delta\varphi(\vec{r})$ складываемых колебаний - они минимальны при $\delta\varphi(\vec{r}) = 0$ и максимальны при $\delta\varphi(\vec{r}) = \pi$.

В случае $\delta\varphi(\vec{r}) = 0$ говорят о *сложении колебаний в фазе* или *синфазном сложении*, для которого из (4.2b) следует, что амплитуда суммарных колебаний равна сумме амплитуд каждого из колебаний:

$$A(\vec{r}) = A_1(\vec{r}) + A_2(\vec{r}). \quad (4.3a)$$

В случае $\delta\varphi(\vec{r}) = \pi$ говорят о сложении колебаний с противоположными фазами или *противофазном сложении*, для которого из (4.2b) следует, что амплитуда суммарных колебаний равна модулю разности амплитуд каждого из колебаний:

$$A(\vec{r}) = |A_1(\vec{r}) - A_2(\vec{r})|. \quad (4.3b)$$

Таким образом, в зависимости от разности фаз колебаний двух волн в той или иной точке наблюдения амплитуда суммарного их колебания может изменяться между своим максимально возможным значением, равным сумме амплитуд колебаний волн, и минимальным, равным модулю их разности.

Как было установлено в главе 1, квадрат амплитуды напряженности электрического поля пропорционален интенсивности $I(\vec{r})$ электромагнитного поля в соответствии с формулой (1.43). С учётом этого из выражения (4.2b) следует выражение для *интенсивности суммы колебаний электромагнитных волн*:

$$I(\vec{r}) = I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta\varphi(\vec{r})), \quad (4.4a)$$

где $I_1(\vec{r}), I_2(\vec{r})$ - интенсивности первой и второй волны по отдельности; $I(\vec{r})$ - интенсивность суммарного колебания двух волн.

В тех точках пространства, где осуществляется синфазное сложение колебаний двух волн, интенсивность их суммарных колебаний больше суммы интенсивности колебаний каждой из волн, поскольку при $\delta\varphi(\vec{r}) = 0$ из (4.4a) следует, что:

$$I(\vec{r}) = I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) + \sqrt{I_1 I_2} > I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}). \quad (4.4b)$$

В частности при равной интенсивности двух электромагнитных колебаний, т.е. $I_1(\vec{r}) = I_2(\vec{r})$, суммарная интенсивность колебаний в соответствии с этой формулой в четыре раза выше интенсивности каждой из волн.

В тех точках пространства, где осуществляется противофазное сложение колебаний двух волн, интенсивность суммарных колебаний меньше суммы интенсивности колебаний каждой из волн, поскольку при $\delta\varphi(\vec{r}) = \pi$ из (4.4a) следует, что:

$$I(\vec{r}) = I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) - \sqrt{I_1 I_2} < I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) \quad (4.4c)$$

В частности при равной интенсивности двух электромагнитных колебаний, т.е. $I_1(\vec{r}) = I_2(\vec{r})$, суммарная интенсивность колебаний в соответствии с этой формулой равна нулю.

Отсюда следует, что при сложении колебаний двух электромагнитных волн в зависимости от их разности фаз в точке наблюдения будет наблюдаться перераспределение интенсивности суммарного электромагнитного поля между максимальным и минимальным значениями.

Явление перераспределения в пространстве интенсивности электромагнитного поля, представляющего собой сумму двух монохроматических волн одной частоты, в зависимости от их разности фаз называется интерференцией.

В переводе с латинского языка интерференция обозначает взаимодействие. Явление интерференции может наблюдаться в тех областях пространства, где одновременно существуют два монохроматических электромагнитных поля. Одним из условий наблюдения интерференции в оптике является *пересечение двух световых пучков* от источников одной частоты (на рис. 4.2a область пересечения световых пучков отмечена штриховкой). Для *наблюдения оптической интерференции световых пучков* достаточно поставить непрозрачный экран E (рис. 4.2b) или поместить фотографическую пластинку в область их пересечения. В радиодиапазоне электромагнитных волн можно наблюдать интерференцию двух волн при измерении мощности их суммарного поля в зависимости от координат точек области, где эти волны пересекаются. Интересно отметить, что после выхода из области пересечения двух электромагнитных волн параметры каждой из пересекающихся волн остаются такими же, как были до входа в область пересечения при условии, что в ней не производится процедура наблюдения интерференции. Если производится наблюдение интерференции, то исходные электромагнитные волны в общем случае искажаются или разрушаются. Например, при наблюдении интерференции на непрозрачном экране (рис. 4.2b) за экраном создаётся зона тени, где световое поле отсутствует. Таким образом, проявление интерференции электромагнитных волн связано с определённой процедурой наблюдения этого эффекта.

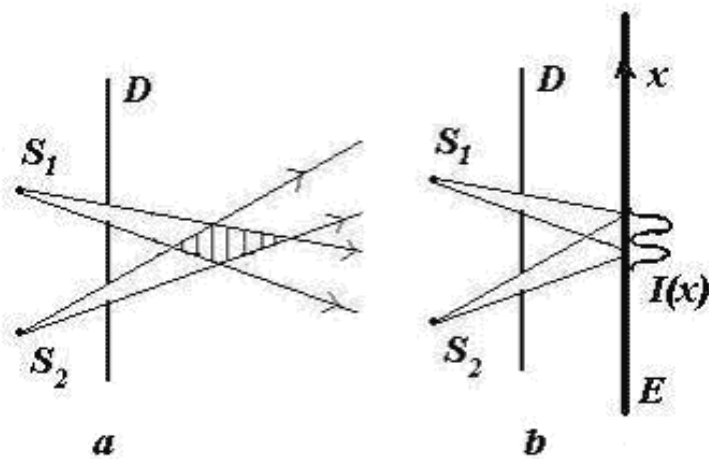


Рис. 4.2.

При наблюдении интерференции электромагнитных волн картина пространственного распределения интенсивности называется *интерференционной картиной*. Возможность наблюдения интерференционной картины связана с тем, насколько значения максимумов её интенсивности отличаются от минимумов. Чем больше отличаются значения максимумов и минимумов наблюдаемой интерференционной картины, тем она контрастнее, поскольку на ней лучше виден эффект перераспределения интенсивности пересекающихся волновых пучков. И наоборот, если значения максимумов и минимумов примерно одинаковы, то интерференционная картина выглядит малоконтрастной, как бы смазанной. Для количественной характеристики возможности наблюдения интерференции используют параметр '*видности*' *интерференционной картины*, обозначаемый символом Θ и определяемый соотношением:

$$\Theta = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}) \quad (4.5)$$

где $I_{\max}(\vec{r})$, $I_{\min}(\vec{r})$ соответственно максимальное и минимальное значение распределения интенсивности на интерференционной картине.

Для интерференционной картины, создаваемой волнами одинаковой интенсивности, как мы убедились выше $I_{\min}(\vec{r}) = 0$, видность принимает максимально возможное значение $\Theta = 1$. Если же $I_{\max}(\vec{r}) \approx I_{\min}(\vec{r})$, что имеет место в частности при интерференции волн с существенно различающимися интенсивностями, то видность принимает минимально возможное значение $\Theta = 0$.

Как было отмечено выше, видность интерференционной картины определяет её контрастность. По этой причине параметр видности широко используется в оптике при разработке оптических приборов, а также систем обработки изображений для оценки качества получающегося с их помощью изображений объектов.

ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн

4.2 Расчет интерференционной картины от двух источников

Рассмотрим более подробно основные свойства интерференционной картины, создаваемой двумя источниками электромагнитных волн одинаковой интенсивности и наблюдаемой на плоском экране, расположенном на расстоянии l от плоскости расположения от источников. В качестве таких источников могут мыслиться, например две бесконечно-узкие, параллельные друг - другу щели или два отверстия бесконечно малого диаметра, расстояние между которыми $d \ll l$, прорезанные в плоском непрозрачном экране (рис. 4.3а). Пусть источники электромагнитных волн располагаются в однородной среде с показателем преломления n .

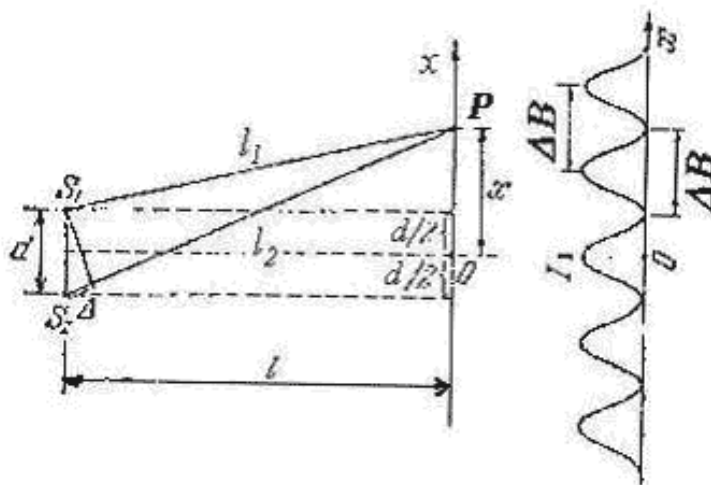


Рис. 4.3а.

Область, в которой волны источников перекрываются, называется *полем интерференции*. В поле интерференции имеются места, где волны источников будут складываться в фазе. В этих местах будут отмечаться *максимумы интенсивности электромагнитного поля*. Там же, где волны будут складываться в противофазе - минимальная интенсивность. Если в поле интерференции поместить непрозрачный экран, то будет наблюдаться чередование светлых и тёмных полос (рис. 4.3а), представляющие собой интерференционную картину. Параметрами интерференционной картины являются положение её максимумов $\{x_{\max}\}$ и минимумов $\{x_{\min}\}$, а также связанная с ними ширина полос интерференционной картины ΔB (рис. 4.3а).

В соответствии с (4.4а) для расчёта этих величин надо найти разность фаз $\delta\varphi(\vec{r})$ излучаемых источниками волн в точке наблюдения, расположенной на экране. Как показано в главе 3, для расчёта $\delta\varphi(\vec{r})$ надо определить *оптическую разность хода* Δ волн от первого и второго источников (рис. 4.3а) до точки наблюдения, поскольку

$$\delta\varphi(\vec{r}) = k\Delta = 2\pi n(l_1 - l_2) / \lambda,$$

где n - показатель преломления среды, в которой распространяются электромагнитные волны; l_1, l_2 - расстояния, проходимые волнами соответственно от первого и второго источников (рис. 4.3а) до точки наблюдения; λ - длина волны.

Из рис. 4.3а имеем очевидные соотношения, определяющие расстояния l_1, l_2 :

$$l_1^2 = l^2 + (x - 0.5d)^2; \quad (4.6a)$$

$$l_2^2 = l^2 + (x + 0.5d)^2; \quad (4.6b)$$

Отсюда следует, что

$$l_1^2 - l_2^2 = (l_1 - l_2)(l_1 + l_2) \approx 2xd;$$

Принимая во внимание, что $(l_1 + l_2) \approx 2l$ при условии $d \ll l$, получаем:

$$(l_1 - l_2) \approx xd/l.$$

Использование этого соотношения приводит к следующему выражению для оптической разности хода волн Δ :

$$\Delta = n(l_1 - l_2) \approx nxd/l. \quad (4.7)$$

Максимум интерференционной картины будет наблюдаться при условии синфазного сложения колебаний волн источников, которое имеет место при $\delta\varphi(\vec{r}) = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$. Исходя из связи между разностью фаз колебаний и оптической разностью хода $\delta\varphi(\vec{r}) = 2\pi\Delta / \lambda$, можно заключить, что синфазное сложение колебаний имеет место при условии кратности оптической разности хода целому числу длин волны λ в среде:

$$\Delta = m\lambda, \quad (4.8)$$

где m - произвольное целое число, равное $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

Найдём координату $x_{\max}(m)$, определяющую *положение* $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ - *ого максимума интерференционной картины*:

$$x_{\max}(m) = \pm m\lambda_0 l / (nd), \quad (4.9a)$$

где λ_0 - длина волны в вакууме, связанная с длиной волны λ в среде распространения с помощью формулы $\lambda_0 = \lambda n$.

Порядком интерференционного максимума называют его номер ' m ', отсчитываемый от центрального ($m = 0$), которому соответствует центр интерференционной картины, где складываются волны от источников, проходящие одинаковый путь ($l_1 = l_2$).

Аналогичным образом можно найти *положения минимумов интерференционной картины* двух

источников, определяемые координатами $x_{\min}(m)$, если положить оптическую разность хода кратной нечётному числу полуволн:

$$x_{\min}(m) = (0.5 \pm m)\lambda_0 l / (nd). \quad (4.9b)$$

где m - произвольное целое число, равное $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

Отсюда следует, что в рассматриваемой интерференционной картине положения соседних интерференционных максимумов и минимумов находятся на одинаковом расстоянии друг от друга и не зависят от того, насколько эти максимумы удалены от центра интерференционной картины. Это свойство максимумов и минимумов позволяет определить ширину интерференционной полосы.

Ширина интерференционной полосы определяется, как расстояние между соседними интерференционными максимумами или минимумами, интерференционные порядки которых отличаются на единицу. Для рассматриваемой интерференционной картины двух источников волн одинаковой интенсивности в соответствии с выражениями (4.9) ширина полосы ΔB оказывается равной:

$$\Delta B = \lambda_0 l / (nd). \quad (4.10)$$

Из этой формулы следует, что расстояние между интерференционными полосами растёт при уменьшении d/λ . Кроме того, если расстояние до экрана соизмеримо с расстоянием между щелями ($l \approx d$), то

$$\Delta B \approx \lambda.$$

В этом случае для световых волн, длина волны которых λ порядка долей микрона, интерференционные полосы неразличимы невооружённым взглядом и для их наблюдения необходимо использовать *микроскоп*.

Рассмотрим *распределение интенсивности света в плоскости интерференционной картины*, если интенсивность источников одинаковы, т.е. $I_1 = I_2 = I_0$. Из выражения (4.4a) в этом случае следует:

$$\Delta B = \lambda_0 l / (nd), \quad (4.11)$$

где $k_0 = 2\pi / \lambda_0$ - волновое число электромагнитных волн в вакууме, Δ - оптическая разность хода волн от источников до точки наблюдения, равная $\Delta = nxd/l$ в соответствии с выражением (4.7).

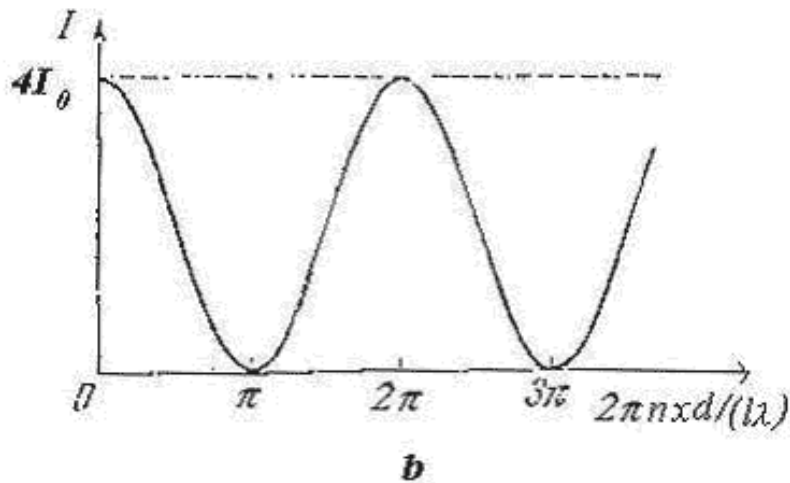


Рис. 4.3b.

В плоскости экрана интенсивность интерференционной картины (рис. 4.3b) двух точечных монохроматических источников электромагнитных волн одинаковой интенсивности I_0 меняется в зависимости от координаты x точки наблюдения на экране в соответствии с выражением, следующим из (4.4a)

$$I(x) = 2I_0(1 + \cos(2\pi n d x / (\lambda))) = 4I_0 \cos^2(\pi n d x / (\lambda)).$$

Изменение интенсивности в соответствии с этим выражением в оптике известно, как *изменение интенсивности по закону "квадрат косинуса"*. В *максимумах интенсивности интерференционной картины* в четыре раза превышает интенсивность интерферирующих источников волны. В минимумах интенсивность равна нулю. *Среднее значение распределения интенсивности $2I_0$ на интерференционной картине* равно сумме интенсивностей каждого из интерферирующих источников. На рис. 4.3c приводится фотография распределения интенсивности интерференционной картины от двух щелей. *Полутона*, видимые на фотографии, соответствуют изменению интенсивности по закону 'квадрат косинуса'.

Для *немонохроматических источников электромагнитных волн* в центре картины максимумы всех составляющих колебаний разных частот интерферирующих источников совпадают. Однако, по мере удаления от центра ввиду того, что направления на максимумы и минимумы зависят от длины волны, может происходить 'наложение' интерференционных максимумов одной волны на минимумы другой. В результате

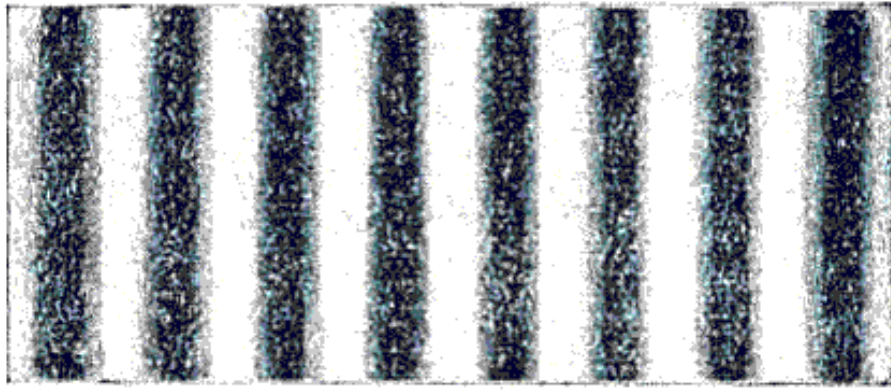


Рис. 4.3с.

интерференционная картина немонохроматических источников будет смазываться ближе к краю их интерференционного поля. Следовательно, *число наблюдаемых интерференционных полос* будет меньше по сравнению со случаем монохроматических источников. Возможность наблюдения интерференционной картины электромагнитных волн обусловлена свойством когерентности их источников, подробнее рассматриваемой в следующем параграфе.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[]Sote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн**4.3 Временная и пространственная когерентность электромагнитных (световых) волн**

Важным свойством двух одновременно протекающих волновых процессов является их когерентность.

По определению *когерентностью двух волновых процессов* называется их согласованное протекание. В соответствии с этим определением две монохроматические волны одной частоты всегда будут когерентными. Другой пример когерентных волн представлен на рис. 4.4, изображающем две волны от одного источника монохроматических колебаний, одна из которых от источника распространяется в точку наблюдения по прямому пути, а вторая после отражения от границы раздела. *Согласованность колебаний двух волн* в точке наблюдения обусловлена тем, что они излучаются одним источником. Если поместить на пути распространения этих волн экран, то на нём, при определённых условиях о которых будет сказано ниже, будет можно наблюдать интерференционную картину, которая будет представлять собой чередование тёмных и светлых полос.

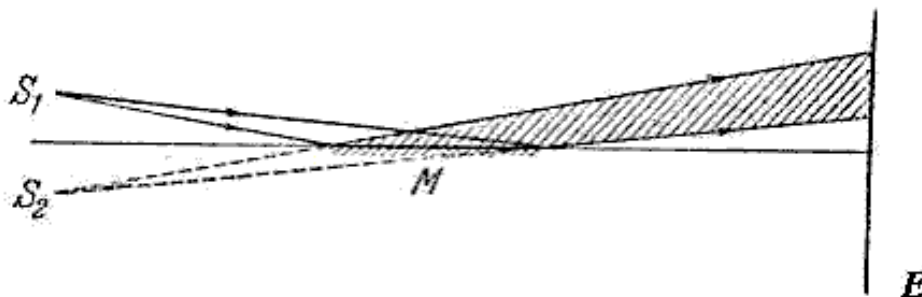


Рис. 4.4.

Итак, согласованность протекания двух волновых процессов связывается с возможностью наблюдать их интерференционную картину волн, излучаемых их источниками. С другой стороны, как мы установили выше, при наблюдении интерференции в каждой точке экрана, с помощью которого она наблюдается, разность фаз должна иметь определённое значение и не меняться со временем. Предположим, что разность фаз колебаний интерферирующих источников волн меняется со временем. Для определённости будем полагать, что она увеличивается пропорционально времени. Тогда в точке экрана, где в какой то момент времени наблюдался интерференционный максимум, со временем разность фаз изменит своё значение за некоторый промежуток времени и в этой точке окажется выполненным условие минимума интерференционной картины. В результате зависимости разности фаз колебаний интерферирующих источников от времени их интерференционная картина будет меняться во времени, т. е. не будет стабильной. Это может затруднить наблюдение интерференции волн источников, а в ряде случаев наблюдение интерференции вообще может стать невозможным.

Таким образом, два волновых процесса называются когерентными, если средняя разность их полных

фаз $\Delta\Phi(x, y, z)$ в точке наблюдения Δ с координатами $\vec{E}(\vec{r}, t)$ не зависит от времени наблюдения t :

$$\Delta\Phi(x, y, z) = \overline{\Phi_1(x, y, z, t) - \Phi_2(x, y, z, t)}, \quad (4.12)$$

где $\Phi_1(x, y, z, t), \Phi_2(x, y, z, t)$ - соответственно полные фазы первой и второй волны; черта над разностью фаз означает её среднее значение по времени, для определения которой может быть использована формула (1.31).

В соответствии с этим определением две монохроматические электромагнитные волны являются когерентными. Действительно, рассмотрим для простоты две плоские одинаково поляризованные монохроматические электромагнитные волны одной частоты ω , распространяющиеся вдоль оси OX выбранной системы координат X, Y, Z с колебаниями вдоль оси OY векторов напряжённости электрического поля $\vec{E}_1(x, t)$ и $\vec{E}_2(x, t)$, описываемых следующими выражениями:

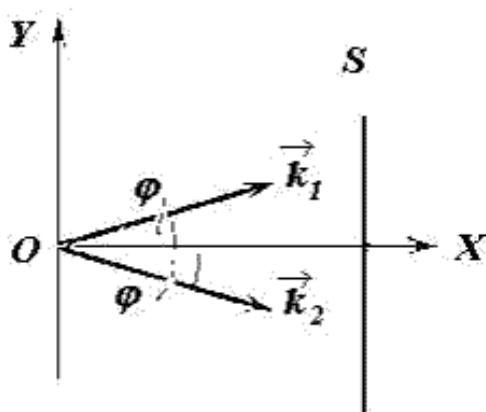


Рис. 4.5.

$$E_1(x, t) = E_{10} \cos(\omega t - kx + \varphi_{01}); E_2(x, t) = E_{20} \cos(\omega t - kx + \varphi_{02}),$$

где E_1, E_{20} - амплитуды волн; $\varphi_{01}, \varphi_{02}$ - их начальные фазы; $k = 2\pi / \lambda$ - волновое число; $\lambda = 2\pi c / \omega$ - длина волны.

В соответствии с этим выражением, используя (4.12), найдём полные фазы

$\Phi_1(x, y, z, t), \Phi_2(x, y, z, t)$ волн:

$$\Phi_1(x, t) = \omega t - kx + \varphi_{01}; \Phi_2(x, t) = \omega t - kx + \varphi_{02}.$$

Определяя разность полных фаз, получим $\Delta\Phi(x)$:

$$\Delta\Phi(x) = \varphi_{01} - \varphi_{02},$$

убеждаемся, что она не зависит от времени. Следовательно, в соответствии с определением когерентности (4.12) рассматриваемые две плоские монохроматические волны одной частоты являются когерентными.

Рассмотрим более сложный случай, двух плоских монохроматических электромагнитных волн одной частоты, одной поляризации, но распространяющихся в разных направлениях (рис. 4.5), задаваемых

для первой и второй волн соответственно волновыми векторами \vec{k}_1, \vec{k}_2 , колебания напряжённости электрического поля которых определяются выражениями:

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{10}(\vec{r}) \cos(\omega t - (\vec{k}_1 \vec{r}) + \varphi_{10}), \vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{20} \cos(\omega t - (\vec{k}_2 \vec{r}) + \varphi_{20}), \quad (4.13)$$

Аналогично, определяя разность полных фаз $\Delta\Phi(x, y, z)$

$$\Delta\Phi(x, y, z) = (\vec{k}_2 \vec{r}) - (\vec{k}_1 \vec{r}) + \varphi_{01} - \varphi_{02},$$

убеждаемся, что её среднее значение не зависит от времени, как и выше, но в отличие от предыдущего случая появляется зависимость от координат точки наблюдения, задаваемых вектором \vec{r} .

Отсюда следует вывод, что рассматриваемые волны являются когерентными.

Временная когерентность электромагнитных (световых) волн.

Необходимо отметить, что когерентность двух электромагнитных полей определяет независимость средней разности их полных фаз от времени. По этой причине отмечается роль времени в определении когерентности и её в соответствии с этим обстоятельством называют *временной когерентностью*.

Временной аспект когерентности имеет исключительно важное значение при рассмотрении явлений взаимодействия электромагнитных волн ввиду того, что, во-первых, в строгом смысле на практике монохроматических волн с абсолютно одинаковыми частотами не существует из-за статистического аспекта излучения электромагнитных волн. Во-вторых, монохроматические волны представляют собой в соответствии с определением бесконечный по продолжительности и локализации пространственно-временной процесс, что очевидно невозможно с точки зрения предположений о конечности энергии источников электромагнитных волн.

Таким образом, *монохроматические волны* в физике являются весьма полезной математической абстракцией, позволяющей досконально изучить основные свойства электромагнитных волн. На практике монохроматические волны представляются в виде *цугов* конечной длительности по времени (рис. 4.6), представляющих собой гармонические во времени функции, ограниченные во времени и пространстве о чём говорилось выше.

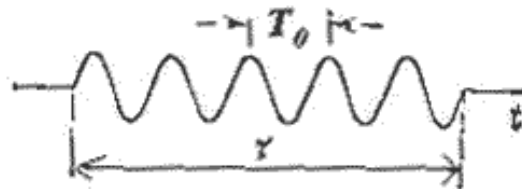


Рис. 4.6.

В связи с этим обстоятельством рассматривается *время когерентности*. Время когерентности учитывает тот факт, что реально средняя разность фаз может зависеть от времени. Поскольку когерентность двух волн связывается с возможностью наблюдения интерференционной картины, то под временем когерентности понимается время, в течение которого интерференционная картина этих волн может наблюдаться. Конечно, возможность наблюдения интерференционной картины является

субъективным фактором. Однако, выше мы рассмотрели понятие видности интерференционной картины (4.5). Видность интерференционной картины отлична от нуля при различии интенсивностей её максимумов и минимумов. Чем больше это различие, тем лучше видна интерференционная картина. Интерференционная картина не видна, когда интенсивность её максимумов совпадает с интенсивностью минимумов. При этом интерференционная картина как бы 'разрушается'. Упрощенно это можно представить с помощью *наложения максимумов одной интерференционной картины на минимумы другой* (рис. 4.7). Появление второй интерференционной картины следует из того факта, что наблюдается интерференция двух цугов волн, каждый из которых в зависимости от длительности цуга можно представить в виде суперпозиции того или иного количества плоских электромагнитных волн. По этой причине на экране наблюдается одновременно интерференция всевозможных пар монохроматических составляющих цугов волн. Для упрощения качественных рассуждений рассматривается только одна из возможных пар монохроматических составляющих для понимания *эффекта разрушения интерференционной картины*.

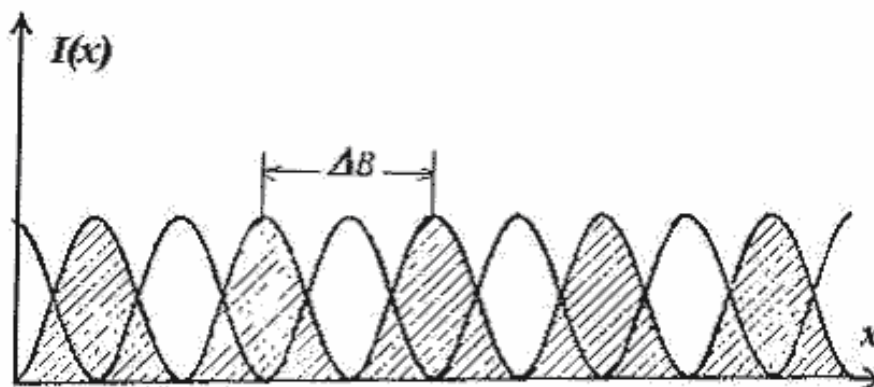


Рис. 4.7.

Исходя из этих рассуждений определим время, в течении которого средняя разность полных фаз двух цугов электромагнитных волн может измениться от своего значения характерного для максимума интерференционной картины до значения, при котором формируется минимум. Это эквивалентно рассмотренной выше ситуации разрушения интерференционной картины, когда максимумы одной интерференционной картины как бы накладываются на минимумы другой интерференционной картины различных пар монохроматических составляющих цуга волн. Из свойств интерференционной картины двух точечных источников одинаковой интенсивности следует, что условной границей, разделяющей область максимумов и минимумов их интерференционной картины, являются множества точек в пространстве, где разность полной фазы интерферирующих волн равна π (радиан).

В соответствии с этим определяется время когерентности t_c исходя из условия:

$$\Delta\Phi(x, y, z, t_c) = \Phi_1(x, y, z, t_c) - \Phi_2(x, y, z, t_c) = \pi, \quad (4.14)$$

Найдём время когерентности t_c распространяющихся в направлении оси Ox одинаковыми начальными фазами двух плоских монохроматических электромагнитных волн одной поляризации, частоты которых отличаются на величину $\Delta\omega$:

$$E_1(x, t) = E_{10} \cos(\omega t - kx + \varphi_{01}); E_2(x, t) = E_{20} \cos((\omega + \Delta\omega)t - kx + \varphi_{01}) \quad (4.15)$$

Отсюда следует, что разность полных фаз волн, определяемых выражениями (4.15), $\Delta\Phi(x, t) = \Delta\omega t$

зависит от времени. Исходя из определения времени когерентности t_c (4.14), получим уравнение для его расчёта:

$$\Delta \omega t_c = \pi .$$

Решая это уравнение, находим, что время когерентности t_c обратно пропорционально разбросу частот колебаний $\Delta \omega$ волн:

$$t_c = \pi / \Delta \omega \quad (4.16)$$

Преобразуем полученную формулу с помощью представления о *ширине спектра колебаний источника электромагнитных волн* $\Delta F = 2\Delta \omega / 2\pi = \Delta \omega / \pi$, поскольку, частота колебаний второй волны может быть как больше, так и меньше ω .

Отсюда следует, что время когерентности t_c обратно пропорционально ширине спектра ΔF источника электромагнитных волн, т.е.:

$$t_c = 1 / \Delta F . \quad (4.17a)$$

Время когерентности, оцениваемое по формуле (4.17a), можно найти, если известен разброс длин волн $\Delta \lambda$ интерферирующих источников, соответствующий разбросу частот световых волн, которые излучаются этими источниками.

Пусть разброс частот источников равен F . Тогда соответствующий разброс длин волн $\Delta \lambda$ может быть определен с помощью очевидных соотношений:

$$\Delta F = \Delta(c / \lambda) = -c\Delta \lambda / \lambda^2 .$$

Поскольку нас интересует соотношения между величинами ΔF и $\Delta \lambda$, знак минус можно опустить, т.к. он указывает на то, что увеличение ΔF соответствует уменьшению $\Delta \lambda$ и наоборот. Подставляя полученное выражение ΔF в выражение (4.17), получим:

$$t_c = \lambda^2 / (c\Delta \lambda) . \quad (4.17b)$$

В этом соотношении λ - это длина волны первого источника, в соответствии с рассуждениями, проведенными выше.

Понятие время когерентности t_c имеет смысл при наблюдении интерференции света от источников, длины волн которых не очень сильно отличаются друг от друга, т.е. в том случае, когда $\Delta \lambda \ll \lambda$ или, что эквивалентно $\Delta F \ll F$, где F - частота света первого источника.

С понятием времени когерентности связано понятие *длины когерентности* l_c , которая определяется длиной пути, проходимым светом за время когерентности t_c :

$$l_c = ct_c = c / \Delta F \quad (4.18a)$$

Или используя выражение (4.17b), получаем

$$l_c = \lambda^2 / (\Delta\lambda) \quad (4.18b)$$

Длина когерентности определяет размер области экрана, на которой наблюдается интерференционная картина. В самом деле (рис.4.8), поскольку 'центр' интерференционной картины соответствует нулевой разности хода интерферирующих волн, контрастность интерференционной картины, определяемая её видностью (4.5), будет уменьшаться по мере удаления от центра. Очевидно, область экрана, где максимумы и минимумы интерференционной картины могут быть различены, условно может быть ограничена кругом максимального радиуса R_{\max} , за пределами которого в соответствии с определением длины когерентности l_c следует ожидать совмещения максимумов и минимумов интерференционных картин, создаваемых различными цугами волн, т.е. $I_{\min} \approx I_{\max}$. Это приводит к выравниванию распределения интенсивности наблюдаемой интерференционной картины и уменьшению видности до нуля на краях интерференционной картины.

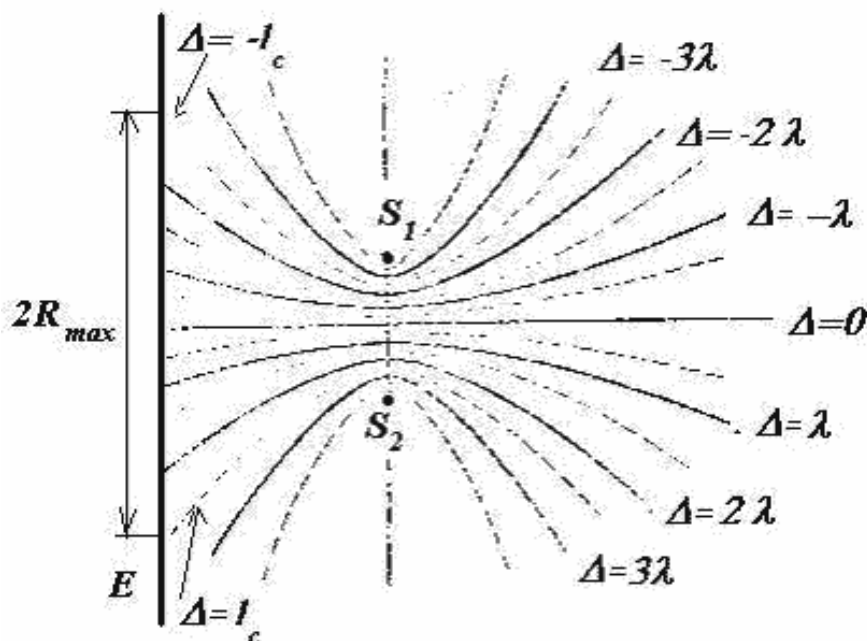


Рис. 4.8.

Как известно, геометрическим местом точек, для которых разность расстояний Δ до двух заданных точек расположения источников S_1, S_2 является плоскость, перпендикулярная отрезку, соединяющему эти точки для $\Delta = 0$, и при $A(\vec{r})$ *гиперболоид вращения*, ось которого проходит через отрезок S_1, S_2 . На рис. 4.8 приводится сечение плоскостью XOY нескольких гиперболоидов, соответствующих Δ , кратным длине волны, излучаемой источниками. При пересечении указанных на рисунке гиперболоидов плоскостью экрана линии пересечения будут соответствовать максимумам интерференционной картины, наблюдаемой на экране E (рис. 4.8). Очевидно, на экране E будут наблюдаться максимумы интерференционной картины, которые находятся внутри области пересечения с плоскостью экрана двух гиперболоидов, соответствующих $\Delta = \pm l_c$. Расстояние между двумя точками пересечения плоскости экрана с гиперболоидами, соответствующими значению $\Delta = \pm l_c$ в плоскости XOY , определяет диаметр максимального круга $2R_{\max}$.

Для оценки значения R_{\max} воспользуемся формулой (4.10) для расчёта ширины ΔB полосы интерференционной картины двух точечных источников, находящихся в среде с показателем преломления n на расстоянии d друг от друга и на расстоянии l_c от плоского экрана. Тогда, очевидно

$$R_{\max} = m_{\max} \Delta B, \quad (4.19a)$$

где m_{\max} - предельное число наблюдаемых на экране интерференционных полос.

Вспоминая, что в соответствии с (4.8) каждой полосе соответствует оптическая разность хода, равная длине волны (λ), значение m_{\max} может быть определено длиной когерентности l_c (4.18b), исходя из очевидного соотношения:

$$m_{\max} = l_c / \lambda = \lambda / (c \Delta \lambda). \quad (4.19b)$$

Из (4.19a) с учётом (4.10) получим

$$R_{\max} = l \lambda_0^2 / (c n d \Delta \lambda) \quad (4.19c)$$

Полученную формулу для R_{\max} можно переписать, используя определение длины когерентности (4.18b):

$$R_{\max} = l_c l / d = l_c / \operatorname{tg} \theta_0 \approx l_c / \theta_0, \quad (4.19d)$$

где $\operatorname{tg} \theta_0$ - тангенс угла θ_0 , под которым из точки наблюдения на экране видны интерферирующие источники (рис. 4.3a), причём предполагается, что этот угол мал, т.е. $\Delta \Phi(x, y, z)$ и как следствие $\operatorname{tg} \theta_0 \approx \theta_0$.

В дальнейшем угол θ_0 , под которым из точки наблюдения на экране видны интерферирующие источники, будем называть угловым размером области расположения источников (ОРИ).

Пространственная когерентность электромагнитных (световых) волн.

Из (4.19d) следует, что размер области, в которой можно наблюдать интерференцию волн, излучаемых частично-когерентными источниками, обратно пропорционален угловому размеру ОРИ. Это обстоятельство имеет определяющее значение при рассмотрении интерференции когерентных волн, испускаемых не точечными, а протяжёнными источниками.

Возможность наблюдать интерференцию когерентных волн от протяжённых источников приводит к понятию *пространственной когерентности электромагнитных волн*.

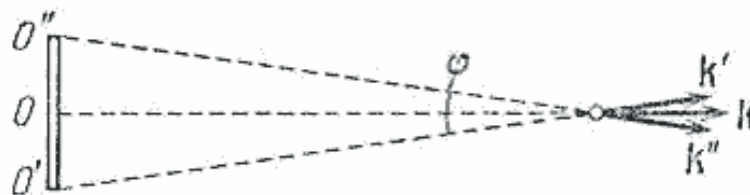


Рис. 4.9.

Для простоты рассуждений представим, что источники когерентных электромагнитных волн с

одинаковыми начальными фазами φ_0 и с длиной волны λ расположены на отрезке длины d , расположенном на расстоянии $l \gg d$ от экрана (рис. 4.9), на котором наблюдается их интерференция. Наблюдаемая на экране интерференционная картина может быть представлена как наложение интерференционных картин, создаваемых бесконечным множеством пар точечных когерентных источников, на которые можно мысленно разбить протяжённый источник.

Выделим среди всего множества источников источник, расположенный посередине отрезка, и сравним интерференционные картины двух пар, одна из которых образована центральным источником и некоторым произвольно выбранным близко расположенным к нему источником, а другая - центральным и источником, расположенным на одном из концов отрезка. Очевидно, что интерференционная картина пары близкорасположенных источников будет иметь близкое к максимальному значению в центре экрана в точке наблюдения O (рис. 4.9). В тоже время интерференционная картина другой пары будет иметь значение, зависящее от оптической разности $\Delta l_{\text{опт}}$ хода электромагнитных волн, испускаемых источниками в центре отрезка и на его крае

$$\Delta l_{\text{опт}} = 0.5d \sin(0.5\theta_0) \approx 0.25d\theta_0, \quad (4.20)$$

где θ_0 - угловой размер источника (рис.), который ввиду $d \ll l$ достаточно мал, так, что справедливы очевидные преобразования, использованные при выводе формулы (4.20).

Отсюда следует, что волны от различных точек протяжённого источника, приходящие в точку наблюдения O , расположенную в центре экрана, будут иметь по отношению к волне от центрального источника оптическую разность хода, изменяющуюся по линейному закону от нуля до максимального значения $0.25d\theta_0$. При определённой длине источника приходящие в точку наблюдения волны могут иметь фазу, отличающуюся на 180° от фазы волны, излучаемой центральной точкой отрезка. В результате этого приходящие волны от различных частей источника в центр экрана будут уменьшать значение мощности по сравнению с максимальным, которое имело бы место, если бы все волны имели одинаковую фазу. Эти же рассуждения справедливы и по отношению к другим точкам экрана. Например, в точках минимума интерференционной картины волн от близко расположенных источников интерференционная картина пространственно разделённых источников будет иметь максимальное значение. Вследствие этого значения максимумов и минимумов интерференционной картины протяжённого источника при увеличении его длины будут иметь близкие значения и видность интерференционной картины будет стремиться к нулю. В рассматриваемом случае это имеет место при $\Delta l_{\text{опт}} = 0.5\lambda$ в (4.20). Значение длины отрезка $d_{\text{им}}$, соответствующее этому условию определяется из соотношения:

$$d_{\text{им}} = 2\lambda / \theta_0.$$

В оптике и теории электромагнитных волн половина этого значения определяет т.н. *радиус пространственной когерентности* ρ_c электромагнитных волн, излучаемых протяжённым источником:

$$\rho_c = \lambda / \theta_0. \quad (4.21)$$

Физический смысл понятия радиуса пространственной когерентности протяжённого источника состоит в представлении о возможности наблюдения интерференционной картины от протяжённого источника, если он размещается внутри круга, диаметр которого равен $2\rho_c = d_{\text{им}}$.

Из сказанного следует вывод, что пространственная когерентность электромагнитных волн определяется угловым размером их источника. С *угловым размером источника* можно связать направления прихода волн от него. От удалённых источников, как следует из главы 3, в точку наблюдения приходят волны, которые с большой степенью точности можно считать плоскими. По этой причине от каждой из точек протяжённого источника в точку наблюдения приходит плоская волна, направление которой слегка отличается от направления волны, излучаемой соседней точкой источника.

Совокупность плоских волн, приходящих от источника излучения в точку наблюдения называется *пространственным спектром излучения* этого источника. Бесконечно удалённому источнику относительно точки наблюдения соответствует одна плоская волна, приходящая с направления, где находится источник. В этом случае, очевидно, угловой размер источника $\theta_s = 0$ и соответственно пространственный спектр составляет всего одна плоская волна, т.е. ширина пространственного спектра источника плоской волны считается равной нулю. Плоской волне как следует из формулы (4.21) соответствует бесконечное значение радиуса пространственной когерентности ($\rho_c \rightarrow \infty$). Если излучение источника монохроматическое, т.е. спектр его излучения $\Delta F = 0$, то, как следует из (4.17a), излучение источника имеет бесконечно большое время когерентности ($t_c \rightarrow \infty$). Отсюда следует вывод, что плоская гармоническая электромагнитная волна является когерентной как во времени, так и в пространстве.

В действительности представление об электромагнитном излучении реальных тел в виде плоской гармонической волны является абстракцией. Окружающие нас объекты повседневной деятельности имеют конечные размеры, а ширина спектра их излучения всегда отлична от нуля, хотя в ряде случаев, например, в лазерах, она может быть достаточно малой, чтобы полагать её равной нулю ($\Delta F \rightarrow 0$).

По этой причине в пространстве вокруг источника электромагнитных волн можно выделить область, внутри которой излучение может считаться когерентным. Объём такой области называется *объёмом когерентности* V_c и равен произведению длины когерентности l_c на площадь круга радиуса ρ_c :

$$V_c = \pi l_c \rho_c^2. \quad (4.22)$$

В частности, вопрос о возможности наблюдении интерференции волн от двух щелей при использовании выбранного источника электромагнитного излучения решается положительно, если область экрана, на котором расположены щели, попадает внутрь объёма когерентности источника излучения. Рассмотрим с этой точки зрения Солнце, как естественный источник электромагнитного излучения. Для естественных источников электромагнитного излучения характерно протекание процесса излучения за время 10^{-8} сек. За это время излучается цуг электромагнитной волны, представляющий собой конечный "отрезок" гармонической волны в виде синусоиды (рис. 4.10). Условно этот цуг волн можно представить состоящим из трёх частей. На интервалах времени $t \in (0, \tau/3)$ и $t \in (2\tau/3, \tau)$ происходит соответственно формирование и исчезновение цуга волны. На интервале времени $t \in (\tau/3, 2/3\tau)$ можно считать излучение в виде плоской гармонической волны. По этой причине оценкой времени когерентности является $t_c = \tau/3$. Этому времени соответствует вычисляемая по (4.18a) длина когерентности $l_c = 1$ м. Расчёт радиуса пространственной когерентности солнечного излучения в оптическом диапазоне электромагнитного излучения по формуле (4.21) для $\lambda = 0.5 \cdot 10^{-6}$ м. и углового размера солнца $\theta_s = 10^{-2}$ рад приводит

к значению $\rho_c = 510^{-5}$ м.

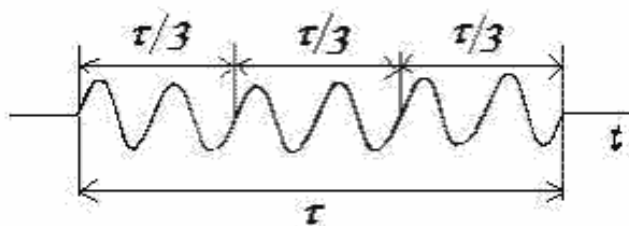


Рис. 4.10.

Роль пространственной когерентности светового излучения впервые была осознана **Юнгом** (1807), который в своих публичных лекциях указал способ наблюдения интерференции световых волн, излучаемых Солнцем, на двух щелях, освещаемых солнечным излучением, предварительно, пропущенным через малое отверстие S в дополнительном экране (рис. 4.11).

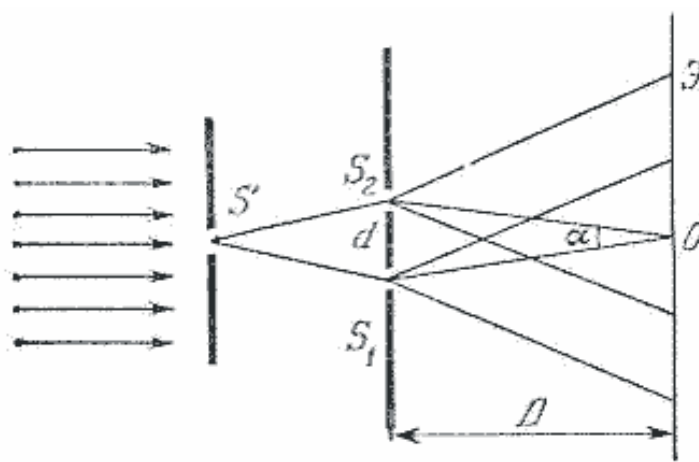


Рис. 4.11.

Благодаря малому отверстию S уменьшается угловой размер источника и увеличивается радиус пространственной когерентности до размеров, при которых освещаемые щели попадают внутрь 'объема' когерентности источника S и становится возможным наблюдение соответствующей интерференционной картины.

В истории физики опыт Юнга признан классическим опытом по наблюдению интерференции света. Анализ наблюдаемой интерференции световых волн позволил Юнгу определить длины этих волн. Возможные применения интерференции в науке и технике, в частности, для измерения различных физических величин обсуждаются ниже.

Необходимо отметить, что задолго до Юнга в 1665г. **Гримальди** безуспешно использовал для наблюдения интерференции на двух щелях солнечный свет, непосредственно облучающий щели без дополнительного отверстия.

Чем меньше угловой размер источника света, тем больше радиус пространственной когерентности излучаемого им света. В частности свет, излучаемый такими естественными источниками, как звёзды с малыми угловыми размерами ($\theta \ll 0$), несмотря на их гигантские размеры, на больших расстояниях может иметь значение радиуса пространственной когерентности во много раз большее, чем рассчитанное для Солнца. Для излучения лазеров, являющихся искусственными источниками когерентного излучения, характерны значения радиуса пространственной когерентности излучения во

много раз превышающих значения, характерные для естественных источников, благодаря специальным способам формирования выходного пучка излучаемых световых волн, имеющего малую *угловую расходимость* ($\theta_0 \rightarrow 0$). Применение световых источников с большим значением радиуса пространственной когерентности, в частности лазеров, позволяет наблюдать интерференцию света в опыте Юнга без использования дополнительного экрана с малым отверстием.

Знание значений длины когерентности и радиуса пространственной когерентности электромагнитного (светового) излучения широко используется в научных исследованиях, в физико-технических измерениях, а также на практике для расчёта радиоэлектронных и оптических приборов.

Кроме опыта Юнга в истории оптики известны целый ряд других способов получения когерентного света от одного источника. Рассмотрим некоторые из них.

В устройстве под названием *зеркало Ллойда* (рис. 4.4) точечный источник S_1 помещается на близком расстоянии от плоского зеркала M , отражающего свет источника под скользящими углами к поверхности зеркала на экран E . На экране наблюдается интерференция от когерентных источников S_1 и S_1' , представляющее мнимое изображение источника S_1 в зеркале M .

В *зеркалах Френеля* (рис. 4.12) свет от источника S падает на два расположенных под небольшим углом друг к другу плоских зеркала M_1 и M_2 . После отражения в этих зеркалах образуются два мнимых изображения S_1 и S_2 , волновые фронты которых, являясь когерентными, образуют интерференционную картину на экране E .

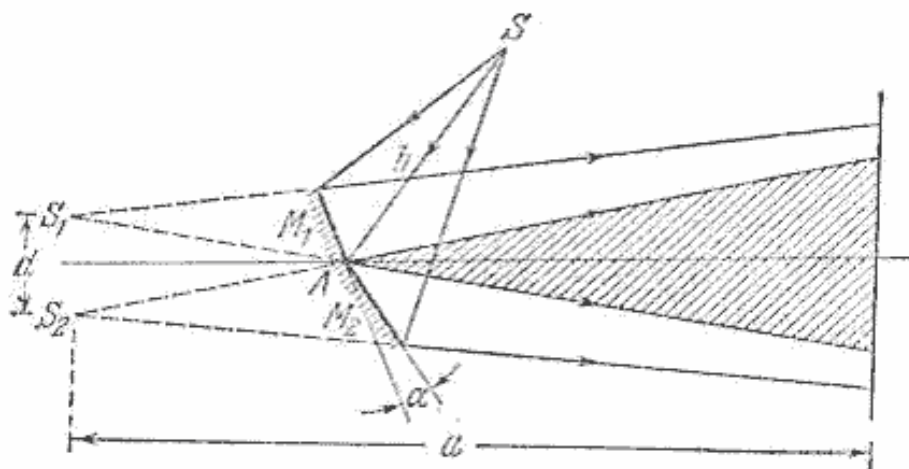


Рис. 4.12.

В *бипризме Френеля* (рис. 4.13), состоящей из двух преломляющих свет одинаковых призм с небольшими углами, световой поток от источника S в результате преломления в каждой из призм делится на два луча, образованных мнимыми изображениями S_1 и S_2 , представляющими собой когерентные источники. Интерференционная картина этих источников наблюдается на экране E .

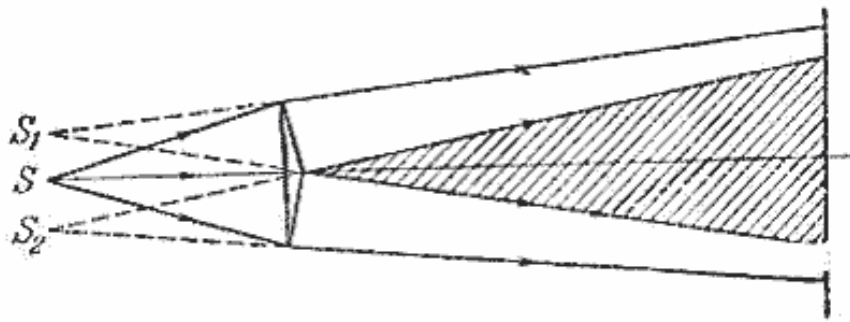


Рис. 4.13.

В *билинзе Бийе* (рис. 4.14), состоящей из двух раздвинутых на некоторое расстояние перпендикулярно оптической оси половинок линзы, разрезанной по диаметру, свет от источника S образует два действительных изображения S_1 и S_2 , интерференционная картина которых наблюдается на экране E .

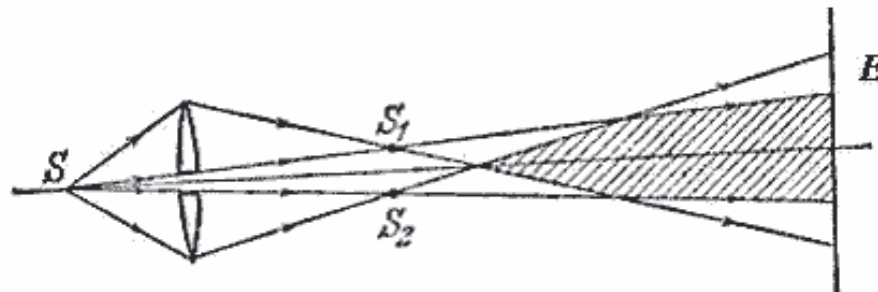


Рис. 4.14.

В *опыте Меслина* (рис. 4.15) две половинки линзы, разрезанной по диаметру, формируют два действительных изображения S_1 и S_2 ,

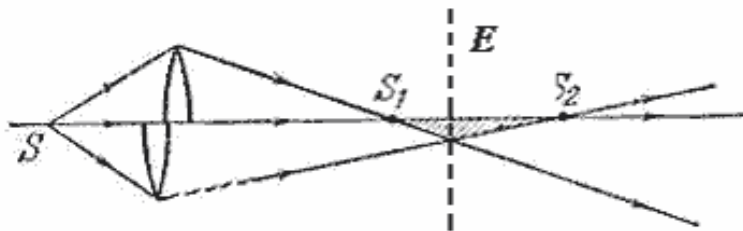


Рис. 4.15.

а интерференционная картина в виде концентрических полуокружностей с центром на оптической оси линзы наблюдается на экране E , который может быть помещён перпендикулярно отрезку $S_1 S_2$

ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн**4.4 Интерференция в тонких плёнках**

При освещении *тонкой плёнки* можно наблюдать интерференцию световых волн, отражённых от верхней и нижней поверхности плёнок (рис. 4.16). Для белого света, представляющего собой смешение электромагнитных волн из всего оптического спектра интерференционные полосы приобретают окраску. Это явление получило название *цветов тонких плёнок*. Цвета тонких плёнок наблюдаются на стенках мыльных пузырьков, на плёнках масла, нефти, на поверхности металлов при их закалке (цвета побежалости).

Для объяснения этих явлений рассмотрим расположенную в вакууме плоско параллельную диэлектрическую пластинку (рис.) толщины d с показателем преломления $n = \sqrt{\epsilon}$, где $\epsilon > 1$ - диэлектрическая проницаемость диэлектрика освещаемую плоской световой монохроматической волной с длиной волны λ под углом θ_1 (рис. 4.16). При отражении световых волн от верхней и нижней поверхности пластинки между отражёнными волнами возникнет оптическая разность хода $\Delta = nADC - BC - 0.5\lambda$, которая является следствием того факта, что волна, отражённая от нижней поверхности пластинки проходит больший путь внутри диэлектрической пластинки, чем

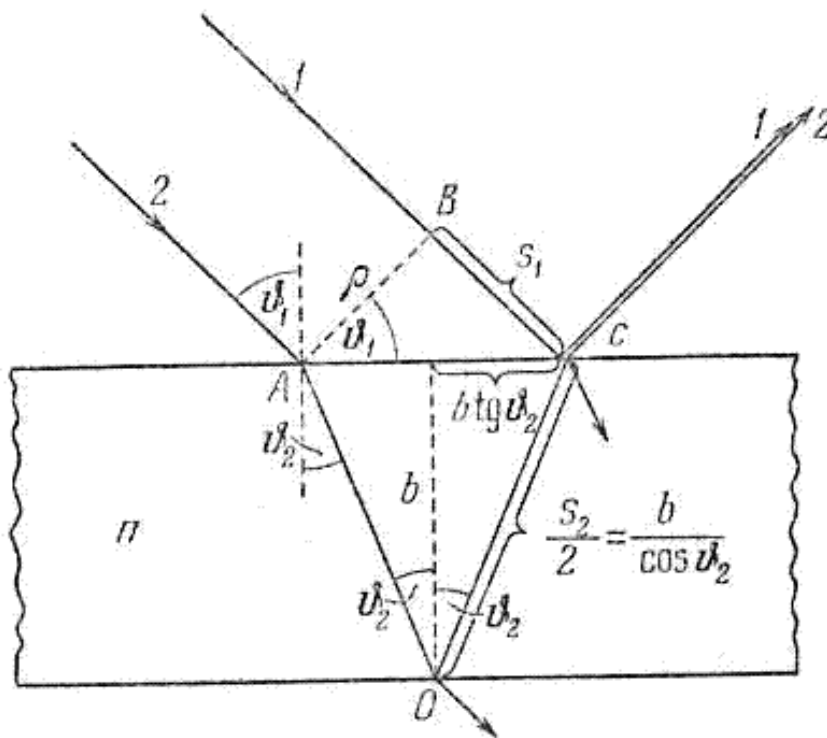


Рис. 4.16.

волна, отражённая от верней поверхности в вакууме, приобретающая дополнительный набег фазы

0.5λ при отражении от оптически более плотной среды. Из геометрических соображений следует, что:

$$\Delta = 2nd \cos(\theta_2) - 0.5\lambda, \quad (4.23)$$

где θ_2 - угол преломления падающего светового пучка пластинкой (рис. 4.16), связанного с углом падения φ соотношением следующим из *закона Снеллиуса*: $n \sin(\theta_2) = \sin(\theta_1)$.

При условии, что

$$\Delta = 2nd \cos(\theta_2) - 0.5\lambda = m\lambda \quad (4.24a)$$

кратно целому числу $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ длин волн, в точке наблюдения P на расстоянии от поверхности плёнки во много раз большем, чем толщина пластинки, отражённые от обеих поверхностей пластинки волны будут складываться в фазе и формировать интерференционный максимум.

Аналогичным образом получим условия минимума интерференционной картины в точке наблюдения P на бесконечности, если волны отражённые от обеих поверхностей пластинки волны будут складываться в противофазе, т.е.

$$\Delta = 2nd \cos(\theta_2) = m\lambda, \quad (4.24b)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ произвольное целое число.

Интерференционная картина, образованная отражёнными под разными углами плоскими волнами от поверхностей плоско параллельной пластинки / плёнки, получила название *интерференционных полос равного наклона*. В этом названии отражается тот факт, наблюдаемая интерференционная картина образована параллельно распространяющимися волнами, падающими на пластинку под одним углом / наклоном. Область наблюдения интерференции расположена в бесконечности, где "пересекаются" параллельные лучи. Углы, в направлении которых формируются максимумы и минимумы интерференционной картины в соответствии с (4.24) зависят от длины волны. Это объясняет окраску интерференционной картины световых лучей, отражённых от поверхностей плоско параллельной пластинки при её облучении белым светом.

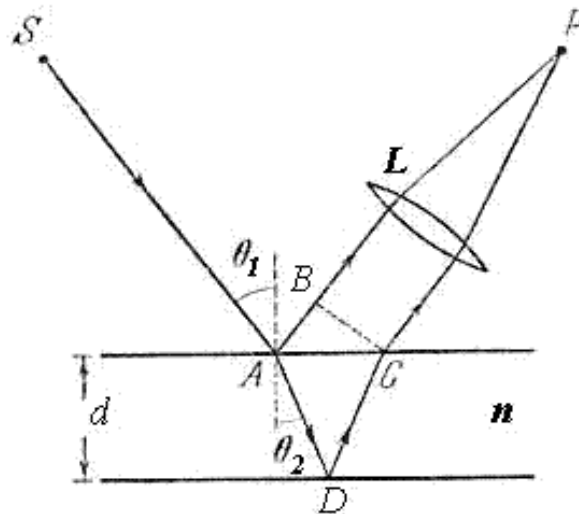


Рис. 4.17.

Для наблюдения интерференционной картины полос равного наклона на конечном расстоянии от пластинки используется линза (рис. 4.17). Благодаря свойству линзы параллельные световые лучи сходятся в некоторой точке фокальной плоскости. Эта точка совпадает с фокусом линзы, если лучи параллельны главной оптической оси. В силу зависимости (4.24) направления на главные максимумы и минимумы от длины волны, в фокальной плоскости линзы можно наблюдать окрашенную в цвета оптического спектра интерференционную картину полос равного наклона.

Другой вид интерференции света в тонких плёнках, толщина которых меняется её по поперечному сечению, получил название *интерференционных полос равной толщины*. Для изучения этого явления рассмотрим плёнку переменной толщины в виде клина (рис. 4.18). Рассмотрим падающую на поверхность диэлектрического клина с показателем преломления $n = \sqrt{\epsilon}$, где $\epsilon > 1$ - диэлектрическая проницаемость диэлектрика, плоскую световую монохроматическую волну I с длиной волны λ (рис. 4.18).

Отражённые от верхней и нижней граней клина плоские волны I' и I'' (рис. 4.18) пересекутся вблизи поверхности клина из-за не параллельности его граней. Следовательно, при помещении экрана вблизи поверхности клина можно наблюдать интерференционную картину в виде полос, параллельных ребру клина, которую образуют волны, отразившиеся от его граней в тех точках их поверхности, где клин имеет одинаковую толщину. Это объясняет названия рассматриваемого явления. При облучении поверхности клина белым светом интерференционная картина в виде полос равной толщины оказывается окрашенной в цвета оптического спектра. Для наблюдения интерференционной картины в виде полос равной толщины используется линза (рис. 4.19), назначение которой состоит в увеличении изображения интерференционной картины, для её визуального наблюдения.

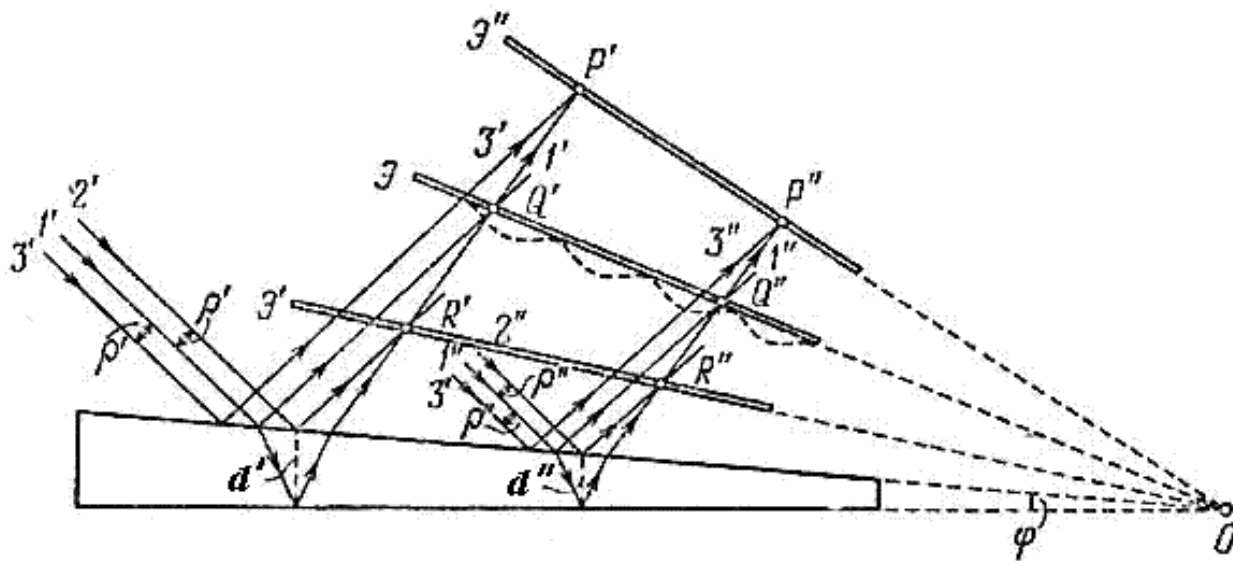


Рис. 4.18.

Интерференционная картина в виде полос равной толщины широко используется на практике для *контроля степени неровности различных поверхностей*, плёнок, а также всевозможных покрытий. Если поверхности плёнки неровные, то полосы равной толщины принимают неправильную причудливую форму, связанную с соответствующим контуром равной толщины плёнки.

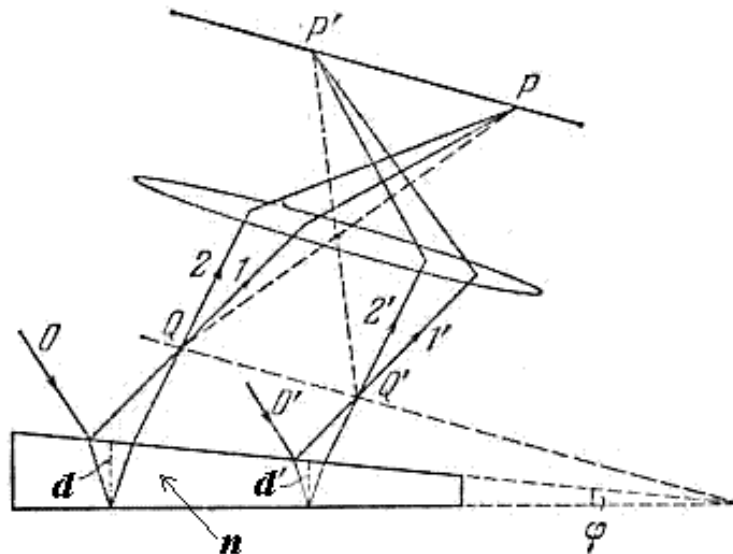


Рис. 4.19.

Для получения количественных соотношений, характерных для рассматриваемого явления, рассмотрим расчёт интерференционной картины в виде *колец Ньютона*, которая имеет место при освещении плоской монохроматической световой волной с длиной волны λ диэлектрической (стеклянной) линзы (рис. 4.20) с показателем преломления диэлектрика $n = \sqrt{\epsilon}$, помещённой на отражающую поверхность (зеркало).

Найдём оптическую разность хода волн, отражённых от нижней поверхности линзы и от поверхности зеркала. Для облегчения расчётов заменим внутреннюю криволинейную поверхность линзы в точке отражения луча плоскостью, параллельной отражающей поверхности (рис. 4.20). В результате такого упрощения удаётся свести расчёт интерференционной картины в виде колец Ньютона к расчёту интерференционной картины в виде полос равной толщины. Полосы представляют собой концентрические эллипсы при наклонном падении света на линзу или окружности при нормальном падении. Как следует из приведенных выше рассуждений о возможности наблюдения полос равной толщины, соответствующая интерференционная картина наблюдается вблизи поверхности плёнки. В первом приближении можно полагать, что наблюдаемые интерференционные полосы располагаются непосредственно на поверхности плёнки в точке отражения волны. Тогда радиусы колец Ньютона r (рис. 4.20) равны

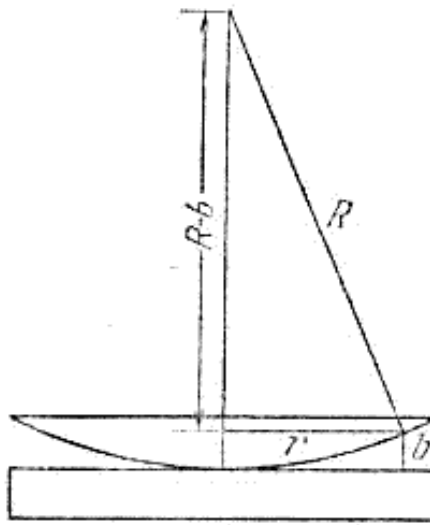


Рис. 4.20.

радиусам окружностей, каждая из которых соответствует точкам нижней поверхности линзы, находящихся на одинаковом расстоянии d от отражающей поверхности. Если предположить, что R - радиус кривизны линзы, а $r \gg d$, то (рис. 4.20)

$$R^2 = (R-d)^2 + r^2 \approx R^2 - 2Rd + r^2 \quad (4.25a)$$

$$d = r^2 / 2R. \quad (4.25b)$$

Радиусы колец Ньютона r_m , соответствующих интерференционным максимумам с номерами $m = 1, 2, \dots$ получающихся при нормальном падении световой волны к поверхности пластинки можно найти из (4.24a) при $\Psi = 0$ и $n = 1$ с учётом (4.24b):

$$r_m = \sqrt{0.5R\lambda(m-1)}, \quad (4.26)$$

где λ - длина световой волны, освещающей линзу.

Чётным значениям m соответствуют светлые кольца, а нечётным - тёмные (рис. 4.21). В частности в центре картины $m = 1$ будет находиться тёмное кольцо, вырождающееся в тёмную точку и соответствующее направлению противофазного сложения интерферирующих волн. Если линзу при наблюдении колец Ньютона поднимать вертикально вверх, то из-за



Рис. 4.21.

увеличения проходимого лучами пути интерференционные кольца, каждое из которых соответствует некоторой постоянной разности хода, будет стягиваться к центру. При этом центр картины по мере поднятия линзы будет становиться попеременно то светлым, то тёмным.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[]Sote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн

4.5 Применения интерференции

"Просветление" оптики.

Одной из главных задач, возникающих при построении различных оптических и антенных устройств СВЧ диапазона, является уменьшение потерь интенсивности света, мощности потока электромагнитной энергии при отражении от поверхностей линз, обтекателей антенн и пр. приборов, используемых для преобразований световых и радиоволн в разнообразных приборах фотоники, оптоэлектроники и радиоэлектроники.

Рассмотрим решение этой задачи на примере *"просветления" оптики*. Как показывают расчеты, отражение света от поверхности линзы сопровождается *уменьшением его интенсивности* примерно на 4%. Учитывая, что современные оптические устройства, в частности современные оптоэлектронные приборы содержат достаточно большое количество линз, зеркал, светоделительных устройств, потери интенсивности проходящей световой волны без применения специальных мер могут стать значительными.

Для уменьшения потерь на отражение используется покрытие оптических деталей пленкой со специальным образом подобранными толщиной d и показателем преломления n . Идея уменьшения интенсивности отраженного света от поверхности оптических деталей состоит в интерференционном гашении волны, отраженной от внешней поверхности детали, волной отраженной от внутренней (рис. 4.22). Для осуществления этого амплитуды обеих волн должны быть равны, а фазы отличаться на 180° .

Можно показать, что *уравнивание амплитуд отраженных волн* возможно, если показатель преломления пленки n выбирается равным

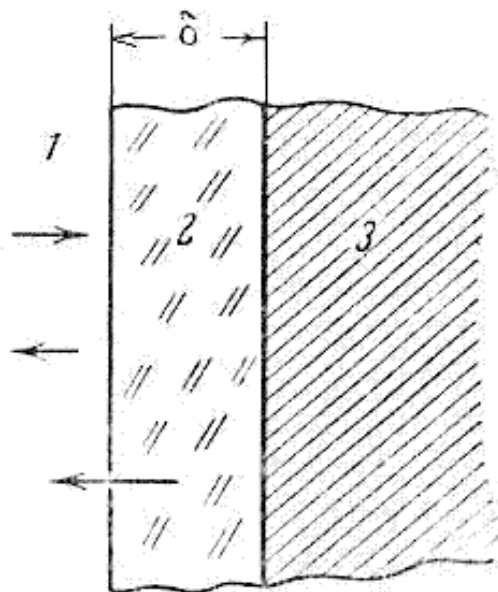


Рис. 4.22.

$$n = \sqrt{n_{\text{дет}}}, \quad (4.27a)$$

где $n_{\text{дет}}$ - показатель преломления диэлектрика, из которого изготовлена рассматриваемая *оптическая деталь* (например, *линза*).

Необходимое *соотношение между фазами $\Delta\varphi$ отражённых волн* обеспечивается выбором толщины плёнки δ , кратной нечётному числу четвертей длины волны проходящего через рассматриваемую деталь света:

$$\delta = (2m + 1)\lambda / 4. \quad (4.27b)$$

В этом случае фазы волн, отражённых от внутренней и внешней поверхностей детали, отличаются на 180° и обеспечивается гашение отражённой волны.

б) *Измерение углового размера источников излучения.*

Задача *измерения углового размера источников* излучения имеет большое практическое значение для решения многих научных и прикладных проблем. Рассмотрим определение *углового размера звезды*, представляющей собой естественный источник оптического излучения.

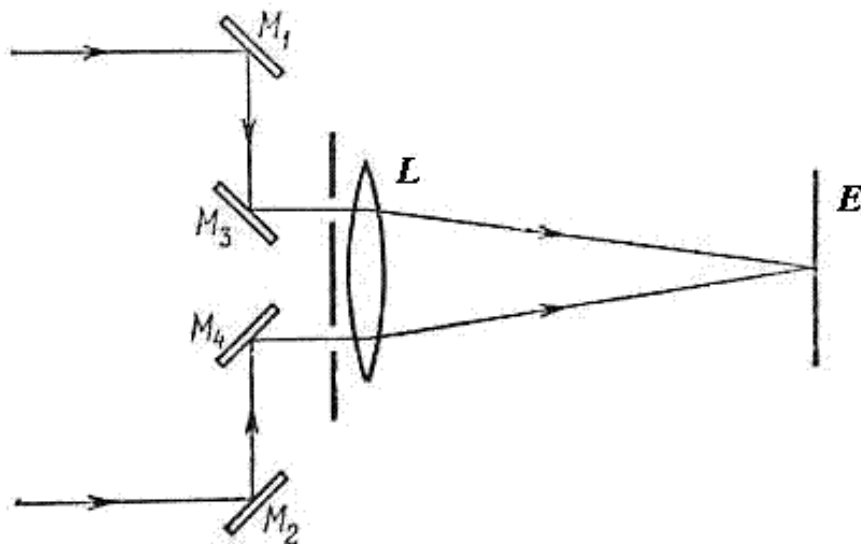


Рис. 4.23.

Для измерения углового размера источника используется свойство пространственной когерентности света, согласно которому наблюдение интерференционной картины, создаваемой двумя щелями, расстояние между которыми равно d и освещаемые светом длиной волны λ , возможно, если $d < 2\rho_c$, где ρ_c - радиус пространственной когерентности используемого для освещения источника света. В противном случае интерференционная картина перестаёт наблюдаться.

Устройства, для проведения измерений в которых используется явление интерференции волн на основе наблюдения их интерференционной картины, называются интерферометрами.

Рассмотрим устройство измерения угловых размеров звёзд, которое было предложено Майкельсоном в 1920г. и известно как *звёздный интерферометр Майкельсона* (рис. 4.23). В звёздном интерферометре, смонтированном в *телескопе*, с помощью *светофильтра* F_λ , выделяется *спектральная компонента излучения источника* с длиной волны λ . Интерференционная картина от двух щелей, облучаемых светом с известной длиной волны λ , наблюдается с помощью линзы L на экране P , помещённом в фокальной плоскости линзы. Расстояние между щелями фиксировано. При изменении расстояния между зеркалами M_+ и M_- путём их взаимного перемещения между зеркалами $d = 2\rho_c$ интерференционная картина на экране P перестаёт наблюдаться. В этом случае угловой размер источника излучения θ_s может быть найден по формуле $\theta_s = A\lambda/d_c$, где A - некоторый коэффициент, зависящий от конструкции объектива. Для круглого равномерно освещённого объектива значение $A \approx 1.22$ определяется явлением дифракции света на объективе, которое рассматривается далее в гл.6.

в) *Измерение показателя преломления веществ.*

Измерение значения абсолютного показателя преломления веществ основано на свойстве смещения интерференционной картины двух когерентных источников волн в зависимости от разности начальных фаз их колебаний.

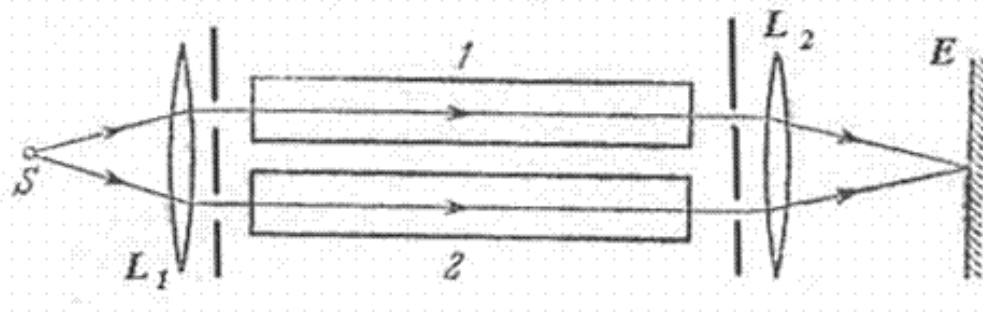


Рис. 4.24а.

Рассмотрим устройство измерения значения абсолютного показателя преломления веществ в *интерферометре Жамена*, упрощенное устройство которого показано на рис. 4.24а. В интерферометре Жамена свет от когерентного источника с длиной волны λ с помощью светоделительного устройства, представляющего собой линзу, освещающую две щели в непрозрачном экране, разделяется на два параллельных пучка. Один световых пучков проходит до щели в экране кювету длиной l с исследуемым веществом, имеющим неизвестный показатель преломления n , а другой через кювету той же длины, внутри которой воздух. Оба световых пучка при облучении каждой соответствующей щели в непрозрачном экране имеют *оптическую разность хода* Δl_{opt} , вычисляемую по формуле $\Delta l_{opt} = l(n - 1)$. Учитывая, что оптической разности хода лучей соответствует определённое значение разности начальных фаз колебаний световых волн интерферирующих световых пучков, следует ожидать смещения интерференционной картины на некоторое число интерференционных полос N_{int} относительно направления центрального максимума, который имел место для *кювет*, заполненных воздухом. Поскольку каждой из интерференционных полос соответствует оптическая разность хода, равная длине волны λ , значение показателя преломления исследуемого вещества может быть найдено по формуле:

$$n = 1 + N_{int} \lambda / l.$$

Для измерений, использующих интерферометр Жамена, характерна весьма высокая точность.

На рис. 4.24b изображена оригинальная схема интерферометра Жамена, в которой расщепление светового пучка от источника S на два световых пучка с помощью двух пластинок P_1 и P_2 , изготовленных из однородного стекла. Наблюдается интерференционная картина в фокальной плоскости зрительной трубки T. Переотражения световых пучков от внутренней и внешней поверхностей пластинок P_1 и P_2 позволяет достаточно далеко

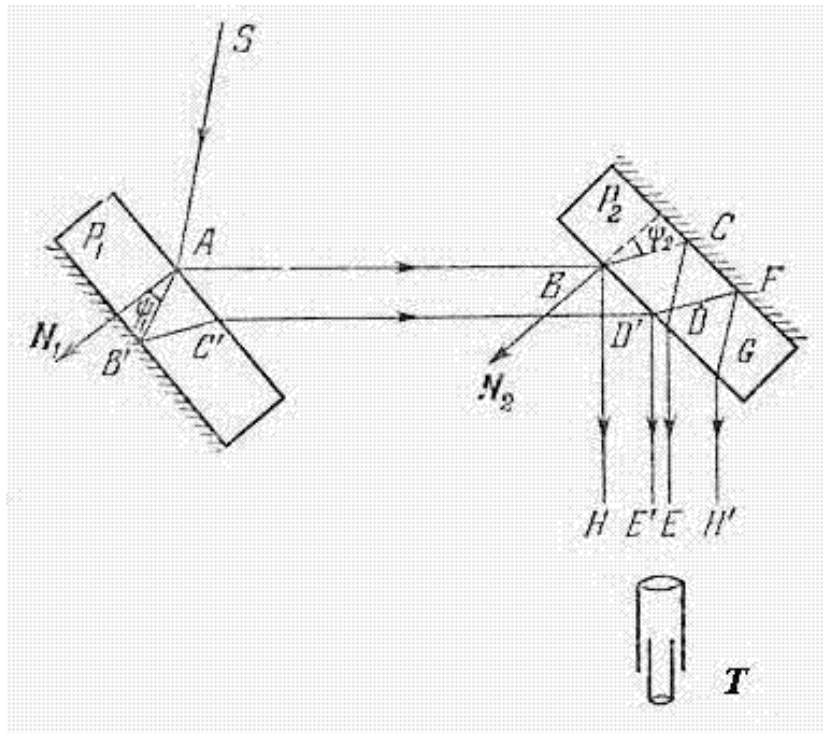


Рис. 4.24b.

развести лучи АВ и СD, чтобы на их пути разместить трубки с исследуемыми газами, как обговорилось выше.

г) Интерферометр Майкельсона.

С помощью этого интерферометра *Майкельсон* совместно с *Морли* в 1887г. провёл знаменитый опыт с целью обнаружения движения Земли относительно гипотетического *эфира*, а в 1890-1895гг. Майкельсоном впервые было произведено сравнение длины *красной линии кадмия* с длиной нормального метра.

Рассмотрим упрощённую конструкцию *интерферометра Майкельсона* (рис. 4.25). В этом приборе свет от источника S с помощью светоделительной (полупрозрачной) пластинки P направляется на два зеркала M_+ и M_- , после отражения от которых в *окуляре* зрительной трубы T наблюдается их интерференция. В конструкцию интерферометра входит *компенсирующая пластинка* P_c , назначение которой скомпенсировать различие фазовых набегов разделяемых световых пучков, возникающих из-за того, что пучок, отразившийся от зеркала (M_-) проходит *светоделительную пластинку* P один раз, а пучок от M_+ три раза.

Характер интерференционной картины, наблюдаемой в окуляре зрительной трубы зависит от *юстировки зеркал* M_+ и M_- , осуществляемой *микрометрическими винтами* - двумя винтами W_+ и одним винтом W_- . С помощью винтов W_+ (рис. 4.25b) изменяется угол между плоскостями зеркал M_+ и мнимого изображения M'_- зеркала M_- светоделительной пластинке P . Винтом W_- можно смещать относительно M_+ мнимое изображение M'_- . Таким образом, с помощью микрометрических винтов W_+ и W_- наблюдаемая интерференционная картина будет иметь вид полос равного наклона при параллельных плоскостях M'_- и M_+ или полос равной толщины, если их плоскости непараллельные.

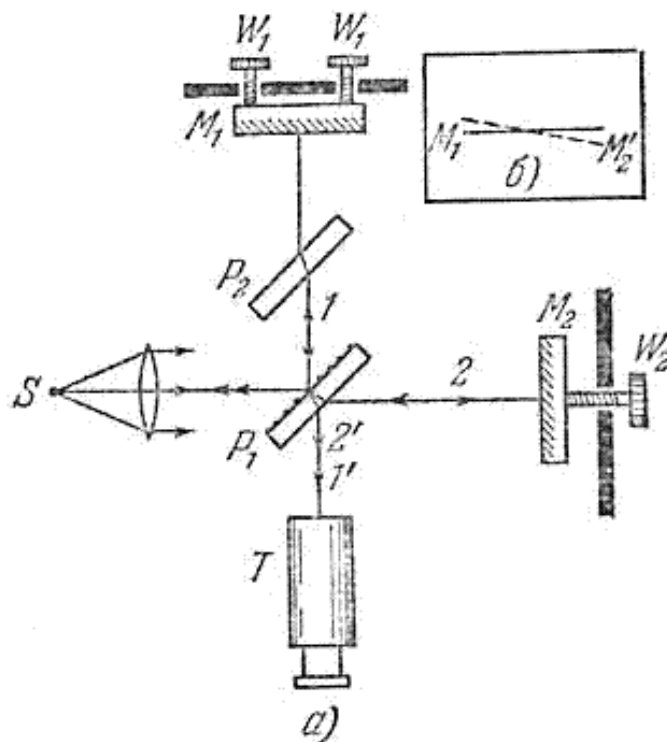


Рис. 4.25.

При слегка расходящемся световом пучке и параллельных плоскостях M'_- и M'_+ интерференционные полосы будут иметь вид концентрических окружностей. При вращении винта W_- в центре картины будут возникать новые или исчезать интерференционные полосы, стягиваясь в точку. Смещение наблюдаемой картины на одну полосу соответствует перемещению винта на 0.5λ . В монохроматическом свете, соответствующей красной линии кадмия, Майкельсон наблюдал интерференционную картину при разности хода лучей в $5 \cdot 10^5$ длин волн.

д) Многолучевая интерференция.

При рассмотрении интерференции света в плоских плёнках мы учитывали интерференцию только двух лучей, что справедливо, если пренебречь *многократными отражениями* 2,3... лучей от внутренних верхней и нижней поверхностей плёнки (рис. 4.26). На самом деле, можно не учитывать многократные отражения лучей, если коэффициент отражения света от этих поверхностей имеет малое значение. В противном случае наблюдаемая интерференционная картина полос равного наклона определяется всеми многократно отражёнными волнами. В результате этого интерференционные полосы становятся более резкими, чем при наблюдении *двухлучевой интерференции*.

При практическом использовании интерференции следствием этого факта является высокая разрешающая способность приборов, использующих многолучевую интерференцию. Явление многолучевой интерференции лежит в основе работы многих оптических и антенных устройств радиодиапазона электромагнитных волн. В частности, явление многолучевой интерференции используется для объяснения работы рассматриваемых далее в главе 5 *оптических дифракционных решёток*, а также *фазированных антенных решёток* в радиоэлектронике.

Пусть r - коэффициент изменения амплитуды света с длиной волны λ при отражении от нижней и прохождения верхней граничной поверхности диэлектрик / воздух, а разность фаз между двумя соседними интерферирующими лучами в точке наблюдения P , расположенной на бесконечности, в

соответствии с выражением (4.23) равна $\Phi = k\Delta = (4\pi nd / \lambda) \cos(\theta)$, где d - толщина пластинки; n - показатель преломления плёнки; $k = 2\pi / \lambda$ - волновое число в воздухе; θ - угол преломления падающего светового пучка пластинкой (рис. 4.26), связанного с углом падения φ соотношением, следующим из закона Снеллиуса: $n \sin(\theta) = \sin(\varphi)$. Для определённости предположим, что волна линейно поляризована параллельно поверхности плёнки вдоль оси OZ (рис. 4.26). Очевидно, в результате многократных отражений 1,2,3... волны от поверхностей плёнки в соответствии со сказанным в главе 4 волны, поляризованной в плоскости падения не возникнет. По этой причине в дальнейшем, считая направление искомого электрического поля волны в точке наблюдения известным (параллельным оси OZ), для упрощения выкладок знак вектора для комплексной амплитуды будем опускать. Кроме того, для упрощения дальнейших выкладок будем полагать, что световая волна освещает плёнку с направления, близкого к нормали поверхности плёнки. В этом случае коэффициент изменения амплитуды света $|r| < 1$ определяется по коэффициентам отражения и прохождения из формул (4.34), в которых надо сделать замену $n \rightarrow 1/n$.

Тогда после каждого отражения от нижней поверхности плёнки приходящая в точку наблюдения плоская волна имеет комплексную амплитуду, которая по сравнению с амплитудой от предыдущего переотражения изменяется в $re^{i\Phi}$ раз (рис. 4.26). С учётом этого определим комплексную амплитуду волны $E_{\#}(P)$ в точке наблюдения от всех многократных внутренних отражений

$$E_{\#}(P) = E_0(r)e^{i\Phi} + E_0(r)^2 e^{i2\Phi} + E_0(r)^3 e^{i3\Phi} + \dots = rE_0 e^{i\Phi} / (1 - re^{i\Phi}),$$

где E_0 - комплексная амплитуда волны падающей на пластинку.

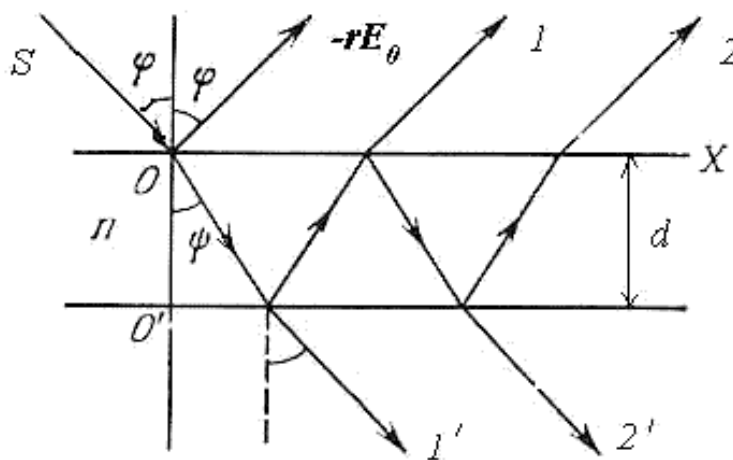


Рис. 4.26.

Учитывая, что при отражении от оптически более плотной среды отражённая волна приобретает дополнительный набег фазы, равный 180° , получаем искомое выражение для комплексной амплитуды волны $E_r(P)$ в точке наблюдения

$$E_r(P) = -E_0 r + E_{\#}(P) = 2riE_0 e^{i\Phi/2} \sin(\Phi/2) / (1 - re^{i\Phi}).$$

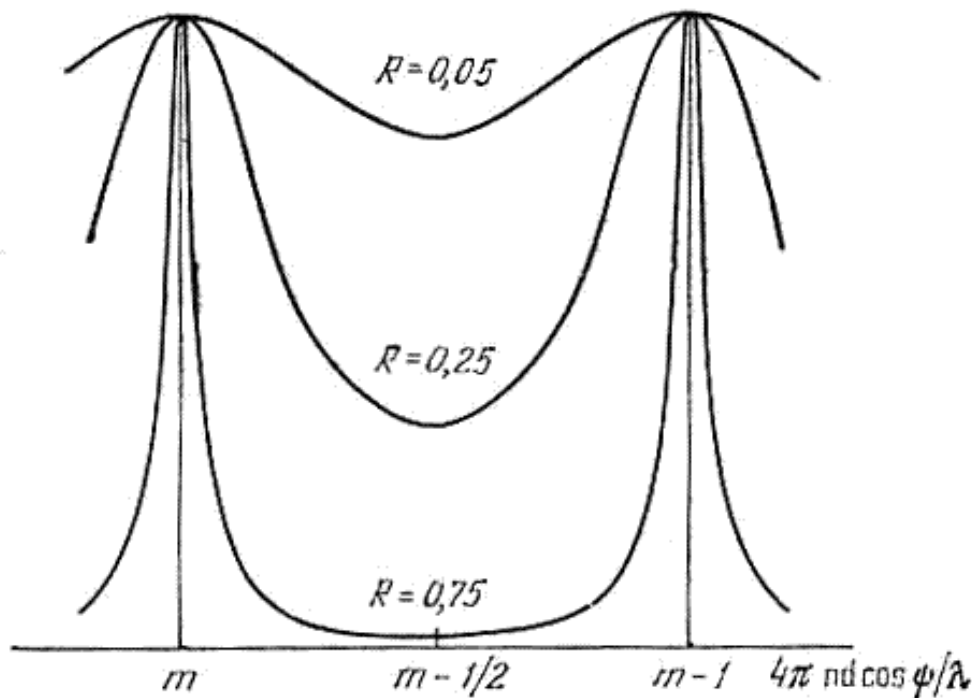


Рис. 4.27.

После очевидных преобразований отсюда следует выражение для распределения интенсивности $I_r(P) = |E_r(P)|^2 / \zeta$ на интерференционной картине, наблюдаемой на экране, находящемся на бесконечно удалённом расстоянии от плёнки:

$$I_r(P) = 4r^2 I_0 \sin^2(\Phi/2) / ((1-r)^2 + 4r \sin^2(\Phi/2)) \quad (4.28)$$

Отсюда следует, что минимумы распределения (4.28) имеют место при $\Phi/2 = m\pi$, где m целое число. Это в точности соответствует интерференционной картине, получающейся при двухлучевой интерференции. Кроме того, при малых $r \ll 1$ выражение (4.28) переходит в

$$I_r(P) = 2r^2 I_0 (1 - \cos \Phi),$$

в точности, совпадающее с распределением интенсивности при двухлучевой интерференции.

Однако при больших r в соответствии с рис. 4.27 распределение интенсивности $I_r(P)$ на интерференционной картине имеет характер узких тёмных полос наблюдаемых на светлом фоне. С ростом коэффициента отражения угловой размер минимумов стремится к нулю. Малый угловой размер интерференционных минимумов, достигаемый при многолучевой интерференции, обуславливает получение большой разрешающей способности спектральных линий в приборах, использующих явление многолучевой интерференции.

В качестве примера рассмотрим *интерферометр Фабри - Перо* (рис. 4.28). Этот прибор состоит из двух стеклянных или *кварцевых пластинок* внутренние стороны которых покрыты *частично прозрачной металлической плёнкой* или специальным *многослойным диэлектрическим покрытием*. Между пластинками находится воздух. Полированием внутренних поверхностей пластин доводят их *отражательную способность* до 95%-98%. Внешние стороны пластинок делают скошенными, чтобы избежать бликов, обусловленных отражением света от этих поверхностей. Параллельность

пластин достигается с помощью специальных распорных колец Π_1 и Π_2 ,

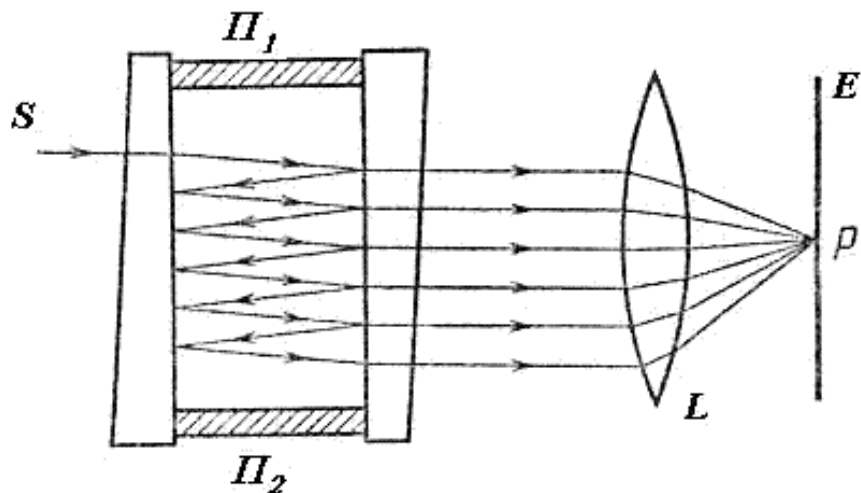


Рис. 4.28.

изготовленных из инвара или плавленного кварца. С помощью набора *эталонных колец* можно производить измерения для разных расстояний между пластинами. Интерферометры на основе распорных колец - эталонов получили название *эталон Фабри - Перо*. На рис. 4.29 приведена интерференционная картина в виде колец равного наклона, наблюдаемая в интерферометре Фабри - Перо в проходящем свете.

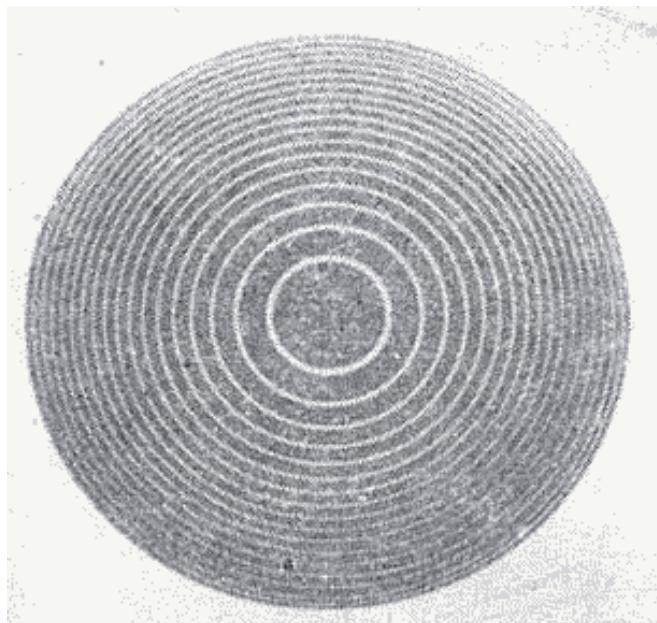


Рис. 4.29.

Чем больше отражающая способность внутренних поверхностей интерферометра, тем уже максимумы и тем выше его спектральная разрешающая способность. *Интерферометры Фабри - Перо* имеют очень простую конструкцию, обладают большой светосилой, благодаря чему они широко используются в спектроскопических исследованиях оптической области спектра электромагнитных волн. Входящие в конструкцию *оптических квантовых генераторов (лазеров)* объёмные резонаторы построены на принципах интерферометра Фабри - Перо.



ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн**4.6 Эффект Вавилова-Черенкова**

Рассмотрим движение заряженной частицы, например, электрона в некоторой среде вдоль прямой линии с постоянной скоростью u , превышающей фазовую скорость света v_p в этой среде. Своим полем частица возбуждает колебания электронных оболочек атомов или молекул среды и они становятся центрами излучения электромагнитных волн. При равномерном движении частицы это излучение может считаться когерентным. Тогда электромагнитные волны, излучаемые атомами и молекулами среды, могут интерферировать между собой, формируя в определённых направлениях интерференционные максимумы. В соответствии со сказанным выше условием формирования интерференционного максимума является сложение в некоторой точке наблюдения P (рис. 4.30), расположенной в бесконечно удалённой точке от линии движения заряженной частицы, в фазе волн, излученных в различные моменты времени t . Пусть A, B две выделенные точки на линии движения заряженной частицы, которые она проходит в моменты времени t_1, t_2 (рис. 4.30). Отрезок AB на своей траектории заряженная частица проходит за промежуток времени Δt равный

$$\Delta t = t_2 - t_1 = AB / v_p.$$

В точку наблюдения P электромагнитные волны, излучённые из точек A, B , придут в моменты времени соответственно равные: $t_1 + AP / v_p, t_2 + BP / v_p$.

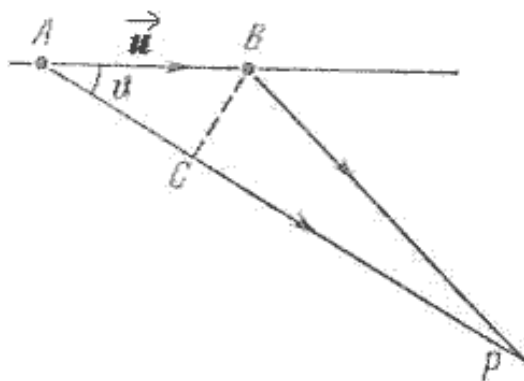


Рис. 4.30.

Найдём разность времён Δt_p прихода в точку наблюдения P волн, излученных из точек A, B линии движения заряженной частицы:

$$\Delta t_p = \Delta t - \left(\frac{AP - BP}{v_p} \right) = \frac{AB}{u} - \frac{AP - BP}{v_p}.$$

Если P находится на достаточно большом удалении от линии движения заряженной частицы, то можно полагать, что

$$AP - BP \approx AC = AB \cos \theta.$$

Тогда

$$\Delta t_p = AB \left(\frac{1}{u} - \frac{\cos \theta}{v_p} \right).$$

Учитывая, что $u > v_p$, одновременный ($\Delta t_p = 0$) приход электромагнитных волн в точку наблюдения P возможен в направлении, определяемым углом θ из условия:

$$\cos \theta = \frac{v_p}{u} = \frac{1}{n\beta}, \quad (4.29a)$$

где $\beta = u/v_p$; $n = v_p/c$; c - скорость света в вакууме; n - показатель преломления среды.

Таким образом, при движении заряженной частицы со скоростью большей скорости света в этой среде ($u > v_p$), возникает излучение электромагнитных волн, максимум которого располагается на конической поверхности с осью вдоль направления движения частицы и углом θ образующей с осью, равным

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{n\beta} \right). \quad (4.29b)$$

В других направлениях, отличных от указанного излучаемые атомами и молекулами электромагнитных волны не будут складываться в фазе, т.е. будут гасить друг друга.

Излучение электромагнитных волн движущимся зарядом впервые было обнаружено в 1934г., а затем экспериментально исследовано *Вавиловым С.И.* (1891-1951) и *Черенковым П.А.* (р.1904). В честь своих первооткрывателей *излучение получило название - Вавилова и Черенкова*. Черенков П.А. показал, что все жидкие и твёрдые тела при прохождении через них *быстрых электронов* помимо имеющей место *флуоресценции* испускают слабое световое излучение, имеющее *непрерывный частотный спектр*. Излучение направлено вперёд максимумом вдоль образующей конической поверхности с углом 2θ , определяемым выражением (4.29b), ось которой совпадает с направлением движения электрона. Свечение частично поляризовано так, что плоскость колебаний вектора напряжённости электрического поля преимущественно проходит через образующую указанного выше конуса и его ось. Излучение возникает практически мгновенно с началом движения и исчезает сразу же после прохождения электрона. Это позволило заключить Вавилову С.И. сделать вывод о том, что открытый вид излучения не является люминесценцией, для которой характерно конечное время свечения. К числу других свойств излучения относятся устойчивость излучения Вавилова и Черенкова к температурным воздействиям на среду, в которой движется электрон.

Теоретическое объяснение излучения Вавилова и Черенкова было сделано *Таммом И.Е.* (1895-1971) и *Франком И.М.* (р.1908). В 1934г. В 1940г. *Л. Гинзбург* (р.1916) создал *квантовую теорию излучения Вавилова и Черенкова*, основанную на законах сохранения энергии и импульса.

Явления, аналогичные излучению Вавилова и Черенкова, имеют место в *аэродинамике* и в *гидродинамике*. Примерами являются образование *ударной волны Маха* при движении самолётов со скоростью, превышающей скорость звука, а также появление вспутной волны на поверхности воды при движении кораблей со скоростью, превышающей минимальную фазовую скорость, определяемую *числом Рейнольдса*.

Интересной является интерференционная интерпретация с помощью излучения Вавилова и Черенкова закона Снеллиуса, определяющего углы отражения и преломления электромагнитной волны при прохождении ей границы раздела двух диэлектриков (магнетиков) с различными значениями показателей преломления.

Для простоты предположим, что на поверхность диэлектрика с показателем преломления $n > 1$ под некоторым углом φ (рис. 4.31) падает гармоническая электромагнитная волна, поляризованная параллельно поверхности диэлектрика. Тогда образование отражённой от границы и прошедшей границу вакуум / диэлектрик электромагнитных волн является следствием *излучения диполей*, образующихся на границе под действием падающей электромагнитной волны, излучение которых является когерентным. Представим, что диполи образуются возмущением электромагнитного поля, вызываемого действием падающей электромагнитной волны на электронные оболочки атомов и молекул диэлектрика и распространяющегося вдоль границы раздела двух сред со скоростью (рис. 4.30) равной

$$u = c / \sin \varphi. \quad (4.30)$$

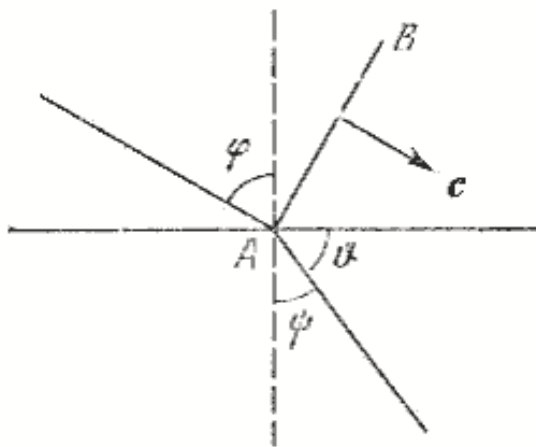


Рис. 4.31.

Движение возмущения электромагнитного поля по своим последствиям эквивалентно движению заряда со скоростью u , способного при условии превышения скорости движения заряда фазовой скорости света v_p в среде вызвать излучение Вавилова и Черенкова. Направление излучения Вавилова и Черенкова в соответствии с (4.29b) и (4.30) составляет угол θ с направлением движения, определяемый из выражения:

$$\cos \theta = \frac{v_p}{u} = \frac{\sin \varphi}{n}.$$

Замечая, что $\cos \theta = \sin \phi$, получаем закон Снеллиуса:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \phi} = n. \quad (4.31a)$$

Аналогично рассуждая, получаем, что отражённая от поверхности диэлектрика электромагнитная волна в вакуум также может быть интерпретирована как излучение Вавилова и Черенкова из-за перемещения возмущения электромагнитного поля со скоростью (4.30), максимум которого в вакууме ($n = 1$) составляет угол φ_r с направлением движения, определяемый из выражения (4.29b):

$$\cos \varphi_r = \frac{c}{u} = \frac{\sin \varphi}{1}.$$

Замечая, что $\cos \varphi_r = \sin \phi_r$, получаем закон Снеллиуса, определяющего *закон зеркального отражения электромагнитной волны от поверхности диэлектрика*:

$$\phi_r = \varphi. \quad (4.31b)$$

Таким образом, отражение и преломление света от границы раздела двух сред можно рассматривать, как одно из проявлений излучения Вавилова - Черенкова.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[.]Sote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 5. Дифракция света**5.1 Принцип Гюйгенса-Френеля**

Понятие о дифракции электромагнитных волн и её видах.

В гл.3 была рассмотрена задача *распространения электромагнитной волны в однородной, неограниченной среде*, диэлектрическая ϵ и магнитные μ проницаемости которой постоянны в любой точке среды и не зависят от времени. Исследуем взаимодействие электромагнитной волны с неоднородностями среды, в качестве которых можно мыслить любые материальные объекты на пути распространения волны, границы, разделяющие различные среды, области пространства, где значение электрофизических параметров могут зависеть от координат точки наблюдения и/или от времени.

Физическое явление взаимодействия электромагнитной волны с неоднородностями пространства называется *дифракцией электромагнитной волны*, в частности, *дифракцией света*. Благодаря дифракции света возникают волны (рис. 5.1), отражённые от освещаемых объектов, и становится возможным их *визуализация* ("видение"). Дифракция световых волн определяет качество оптических приборов, в частности их разрешающую способность.

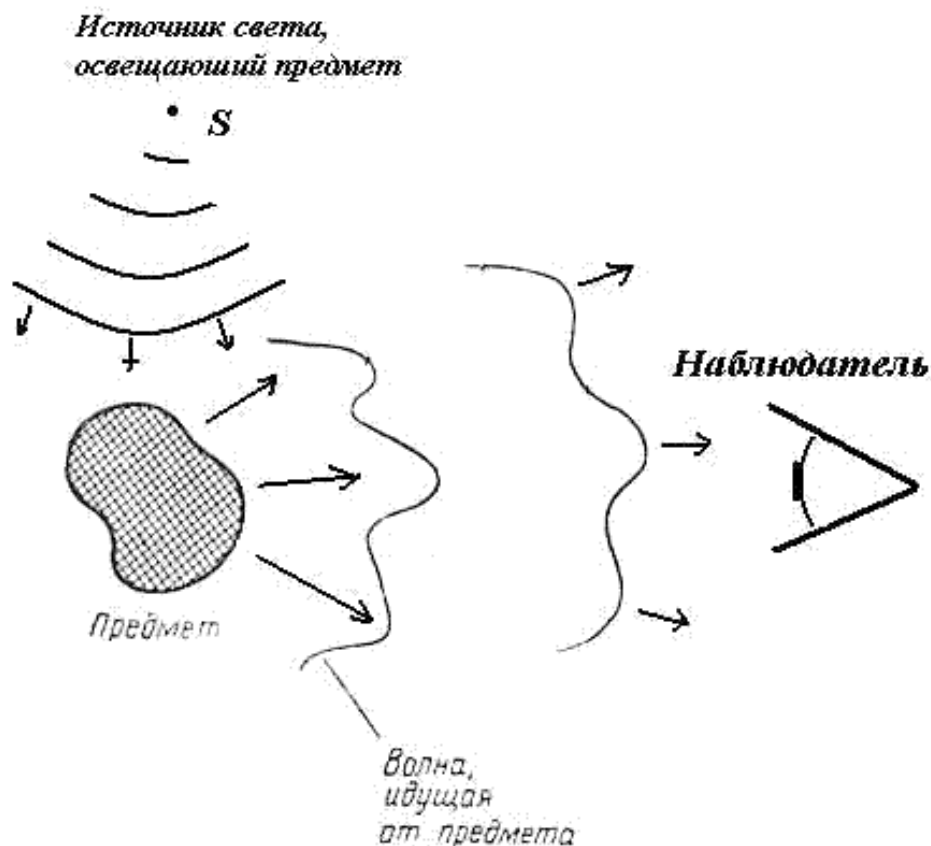


Рис. 5.1.

Выше в гл.3 при определении коэффициентов прохождения и отражения плоской электромагнитной волны от плоской границы раздела двух сред с различными значениями ϵ и μ по существу была решена простейшая дифракционная задача.

Различают два вида явления дифракции в зависимости от расстояния точки наблюдения до препятствия или неоднородности, а также от вида волнового фронта в точке наблюдения. Если точка наблюдения расположена достаточно далеко от препятствия и в точку наблюдения после взаимодействия с неоднородностью приходит плоская волна, то говорят о *дифракции Фраунгофера*. В остальных случаях говорят о *дифракции Френеля*. Критерии наблюдения дифракции Френеля или Фраунгофера в зависимости от соотношения между длиной волны, размером препятствия и расстояния до точки наблюдения мы рассмотрим ниже в под [разделе 5.4](#).

В качестве примера рассмотрим взаимодействие светового потока от источника S с непрозрачной плоской преградой, в которой прорезано отверстие произвольной формы. При дифракции Френеля (рис. 5.2а) в точку наблюдения P , расположенную на экране на конечном расстоянии b от преграды, приходят сферические волны от источника, расположенного на конечном расстоянии a от преграды, и от точек контура, ограничивающего отверстие. При дифракции Фраунгофера (рис. 5.2б) световой волны от источника S , бесконечно удалённого от преграды, в точку наблюдения P , также бесконечно удалённую от преграды, приходят плоские волны.

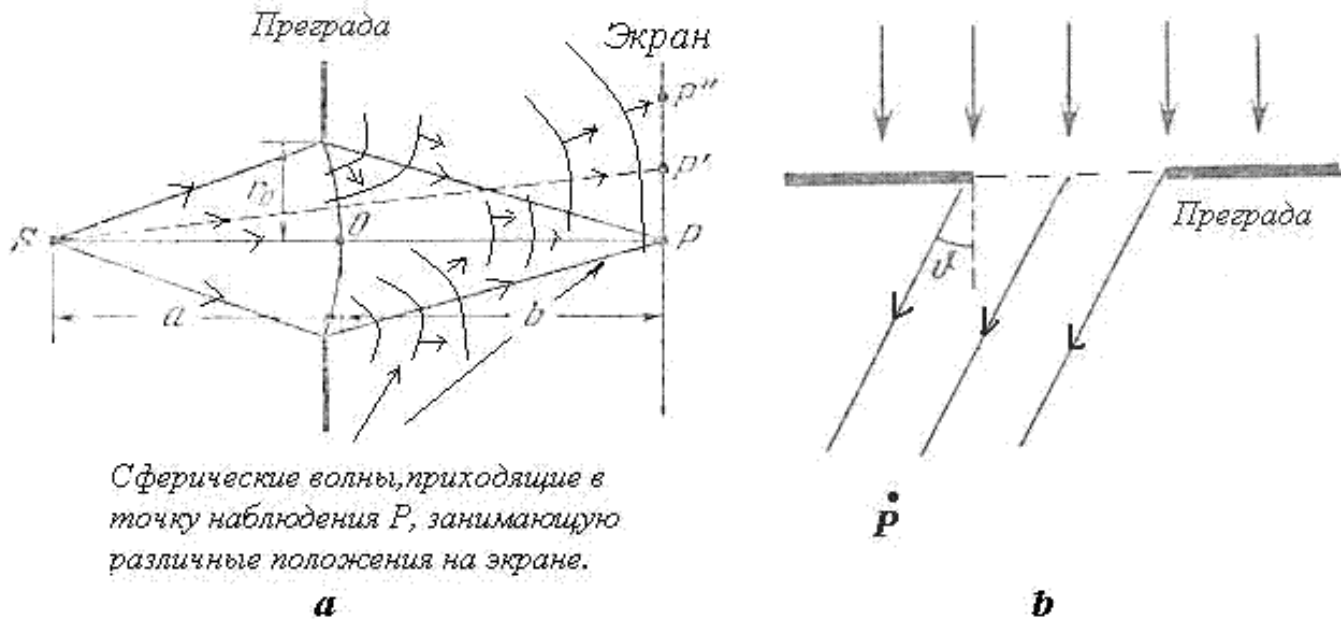


Рис. 5.2.

Отсюда следует, что дифракция Френеля проявляется в виде интерференции сферических (цилиндрических) волн, приходящих в точку наблюдения от неоднородности, с которой взаимодействует электромагнитная волна (свет). Интерференция цилиндрических волн, представляющая собой частный случай интерференции сферических волн, имеет место в том случае, когда и световая волна и неоднородность среды распространения обладают общей осью симметрии, вследствие которой поле волны и параметры неоднородности одинаковы в любом сечении, перпендикулярном оси симметрии.

Дифракция Фраунгофера обусловлена интерференцией параллельных, плоских волн (лучей), приходящих в точку наблюдения от неоднородности, с которой взаимодействует электромагнитная

волна (свет). С помощью линзы 2 (рис. 5.3)

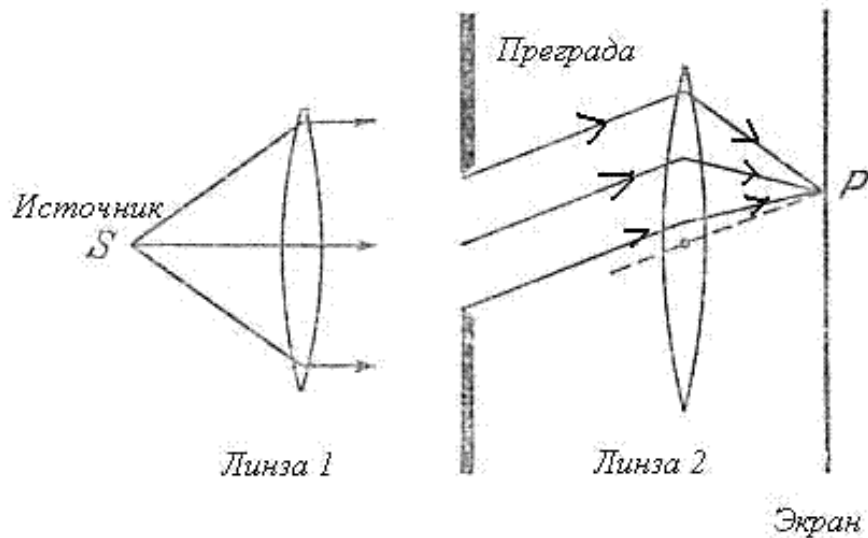


Рис. 5.3.

дифракцию Фраунгофера можно наблюдать на экране, расположенном на конечном расстоянии от преграды, с которой взаимодействует свет (электромагнитная волна). Линза 1 (рис. 5.3), в фокусе которой расположен источник S , используется для освещения отверстия в преграде плоской волной.

Формулировка принципа Гюйгенса - Френеля.

Важный шаг в понимании явления дифракции электромагнитных волн был сделан *Гюйгенсом*, который объяснил процесс распространения волны от некоторого источника O с помощью суперпозиции (интерференции!) излучения "*вторичных источников* s_i , которые могут быть размещены на фронте S распространяющейся волны в произвольный момент времени t (рис. 5.4). В соответствии с принципом Гюйгенса положение волнового фронта S' волны в момент времени $t + \Delta t$ определяется *огibaющей фронтов сферических волн*,

излучаемых в момент времени t упомянутыми выше вторичными сферическими источниками. Одной из особенностей излучения вторичных источников является их направленность по отношению к направлению распространения волны. *Направленность излучения этих источников* проявляется в отсутствии излучения в направлении назад к источнику. Большая роль в развитии и применении принципа Гюйгенса принадлежит *Френелю*, который принял во внимание интерференцию волн вторичных источников, выражающуюся в том, что поле в произвольный момент времени в точке наблюдения волны является суммой сферических волн, излучённых вторичными источниками в предыдущий момент времени с учётом их интерференции.



Рис. 5.4.

В целях упрощения дальнейших рассуждений рассмотрим математическую формулировку **принципа Гюйгенса - Френеля** применительно к гармоническим электромагнитным волнам с произвольно поляризованными колебаниями вектора напряжённости электрического поля волны \vec{E} .

Как было отмечено в главе 4, для гармонических электромагнитных волн удобно использовать комплексные амплитуды векторов полей, зависящие только от координат точки наблюдения.

В соответствии с принципом Гюйгенса - Френеля в точке наблюдения P (рис. 5.5.) комплексная амплитуда вектора напряжённости электрического поля $\vec{E}(P)$ гармонической электромагнитной волны может быть вычислена по формуле:

$$\vec{E}(P) = \int_S \frac{e^{ikR}}{R} \vec{K} \vec{E}(S) dS, \quad (5.1)$$

где 1) $\vec{E}(S)$ - распределение комплексных амплитуд вектора напряжённости электрического поля источника O на произвольной замкнутой поверхности S , охватывающей источник O ;

2) $\frac{e^{ikR}}{R}$ - комплексная амплитуда вторичных источников сферических волн на поверхности S ;

3) $R = \sqrt{(x_P - x_S)^2 + (y_P - y_S)^2 + (z_P - z_S)^2}$ - расстояние от точки расположения вторичного источника с координатами (x_S, y_S, z_S) , расположенного на поверхности S , до точки наблюдения с координатами (x_P, y_P, z_P) ;

4) $\vec{K}(S, P)$ - медленно меняющаяся функция в зависимости от положения точек S и P , учитывающая направленность вторичных излучателей, которую приближённо можно считать равной

единице за исключением случая расположения точки наблюдения P внутри S , когда она полагается равной нулю.

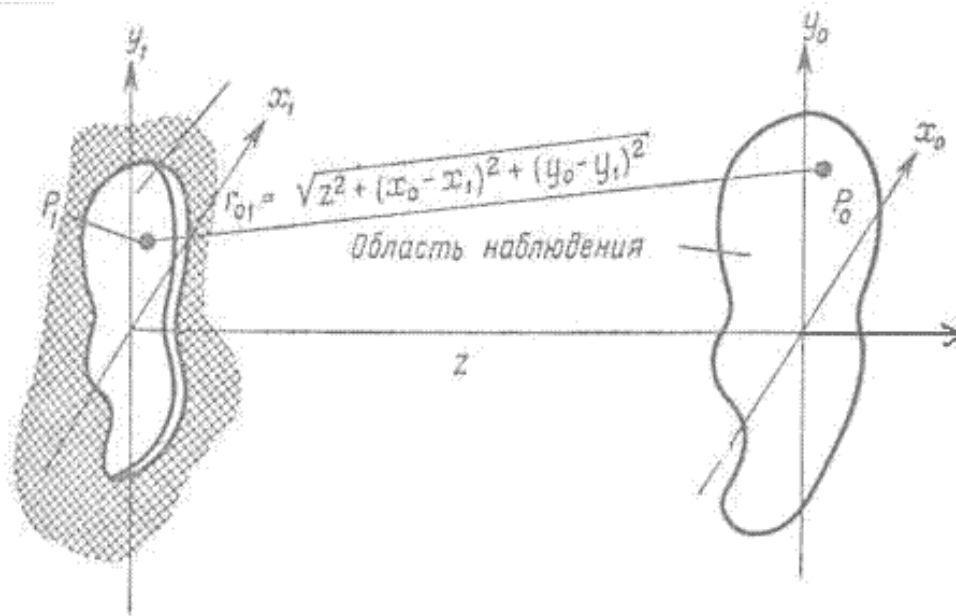


Рис. 5.5.

Поскольку следующие ниже рассуждения справедливы для любой из декартовых компонент $\vec{E}(P)$, далее символ вектора будем опускать, понимая, что полученные выражения справедливы для каждой из них.

Приближение Кирхгофа.

Большое значение для решения задач дифракции с помощью принципа Гюйгенса-Френеля имели оптические исследования *Кирхгофа*. Кирхгоф предложил простой способ решения задач дифракции на основе выражения (5.1), дополнив его правилами преобразования волновых фронтов на граничных поверхностях неоднородностей. В качестве характерных неоднородностей далее рассмотрим следующие две:

- а) непрозрачный, плоский экран, содержащий отверстие произвольной формы (рис. 5.6a);
- б) непрозрачная, плоская пластинка произвольной формы (рис. 5.6b).

Согласно Кирхгофу для решения задачи дифракции электромагнитной волны от точечного источника, облучающего отверстие в непрозрачном экране (задача 'а'), необходимо рассчитать интеграл (5.1), полагая $\vec{E}(S) = 0$ на поверхности экрана, а на поверхности отверстия $\vec{E}(S) = \vec{E}_0(S)$, где $\vec{E}_0(S)$ - напряжённость электрического поля на поверхности S в месте нахождения отверстия, которое создается источником в отсутствии экрана.

Для решения задачи б) необходимо рассчитать интеграл (5.1), полагая $\vec{E}(S) = 0$ на поверхности пластинки, а вне поверхности отверстия $\vec{E}(S) = \vec{E}_0(S)$, где $\vec{E}_0(S)$ - напряжённость электрического поля на поверхности S вне пластинки, которое создается источником в отсутствии пластинки.

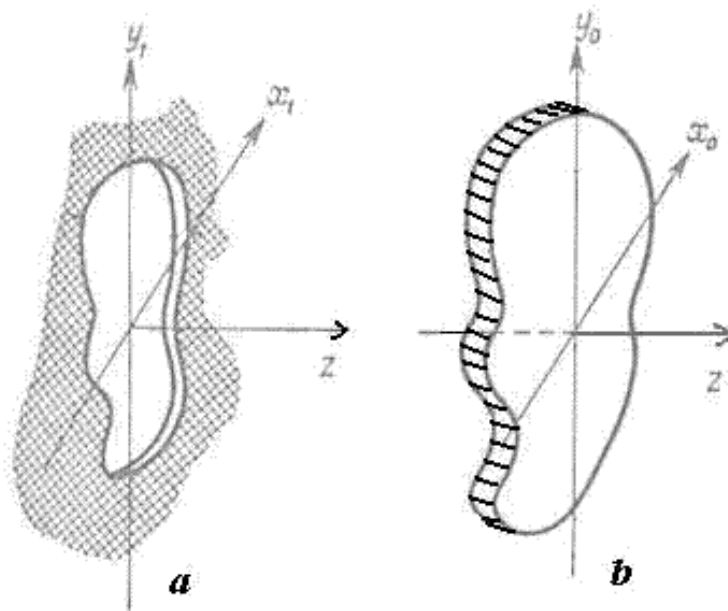


Рис. 5.6.

Такой подход к решению задач дифракции известен как *приближение Кирхгофа*. Приближение состоит в том, что правило расчёта полей на отверстии и на пластинке не учитывает отражение волн от краёв отверстия (задача 'а') или пластинки (задача 'б'). Однако в большинстве случаев расчёта полей на расстояниях, значительно превышающих размера отверстия (задача 'а') или пластинки (задача 'б'), погрешностью вычислений из-за учёта данного фактора можно пренебречь. Строгие исследование области применимости решения задач дифракции с помощью приближения Кирхгофа ограничивают её телесным углом (рис. 5.7), под которым виден объект дифракции (в нашем случае - отверстия или пластинки).

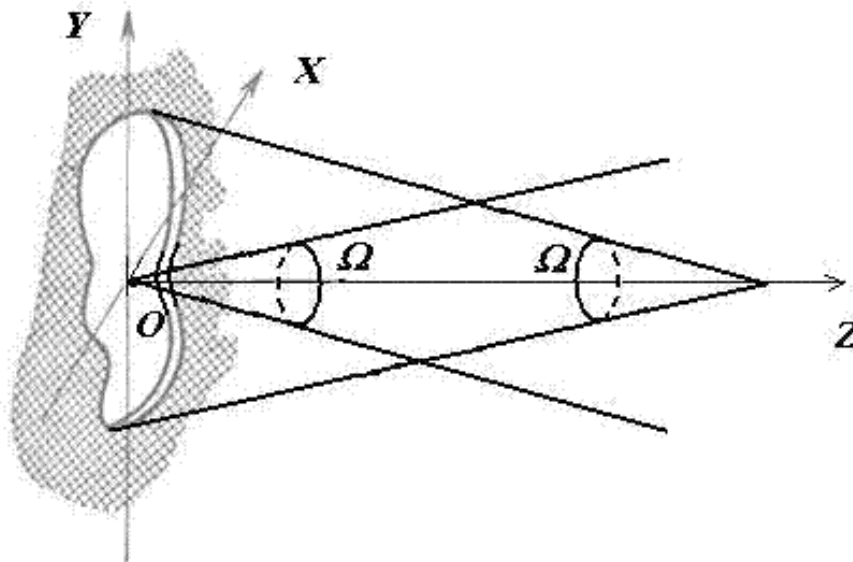


Рис. 5.7.

В этом случае приближённые значения полей отличаются от точных не более чем на 5%, что достаточно для большинства практических приложений, использующих решение задач дифракции.

Приближение Кирхгофа является достаточно гибким и удобным методом решения разнообразных задач дифракции. В качестве примера рассмотрим схему применения приближения Кирхгофа для

решения задачи дифракции поля точечного источника на линзе, находящейся в непрозрачном экране. Заметим, что данная задача является ключевой для расчёта оптических систем, поскольку линзы в микроскопах, телескопах, зрительных трубах, объективах видео и фотокамер, различных голографических приборах и др. являются основными устройствами, формирующими изображение.

Прежде всего, дадим функциональное определение, *бесконечно тонкой линзы*, как оптического прибора, вносящего *квадратичные изменения фазы волны* в каждой точке своей поверхности (в нашем случае $z = 0$, рис.5.8а) на величину $\Delta\varphi(x, y)$, определяемую следующим выражением:

$$\Delta\varphi(x, y) = 0.5k(x^2 + y^2)/F, \quad (5.2a)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число; F - фокусное расстояние линзы.

Фазовый набег, соответствующий (5.2a) получается при изготовлении линзы из диэлектрика с показателем преломления n и придания сферической формы его внешней поверхности.

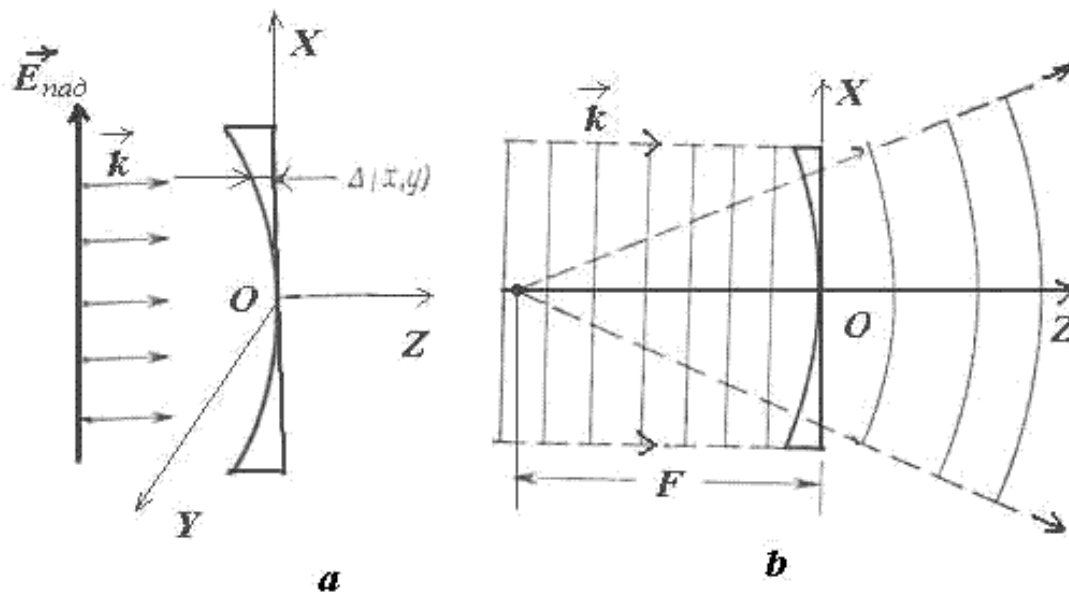


Рис. 5.8.

Покажем, что плоская волна $E_0 e^{ikz}$, распространяющаяся вдоль оси OZ, после прохождения такого прибора превращается как в линзе в сферическую волну. Действительно, фаза $\Phi(x, y)$ этой волны за плоскостью $z = 0$ будет такой же, как у сферической волны, поскольку для $F \gg \max(|x|, |y|)$:

$$\Phi(x, y) = k(F + 0.5(x^2 + y^2)/F) \approx k\sqrt{F^2 + x^2 + y^2} = kr,$$

где $r = \sqrt{F^2 + x^2 + y^2}$ - расстояние, которое проходит сферическая волна, излучаемая из точки $z = -F$ на оси OZ, в точку плоскости $z = 0$ с координатами (x, y) . В силу того, что лучи, соответствующие сферической волне, пересекаются в точке $z = -F$ при их продолжении в противоположном направлении относительно распространяющейся волны (5.8b), точка $z = -F$ является фокусом *рассеивающей линзы*. Для рассеивающей линзы в соответствии с (5.2a) характерно квадратичное возрастание фазовой задержки от нуля в центре к периферии.

Наоборот, для *собирающей линзы*, характерно квадратичное уменьшение фазовой задержки от максимума в центральной части линзы к её периферии (рис. 5.9a,b). Вносимые собирающей линзой

квадратичные изменения фазы $\Delta\varphi(x, y)$ проходящей волны могут быть определены аналогичным (5.2a) выражением:

$$\Delta\varphi(x, y) = k[\delta - 0.5(x^2 + y^2)/F], \quad (5.2b)$$

где δ - толщина линзы; F - фокусное расстояние линзы.

Пусть круглая линза радиуса R_L располагается в плоскости $Z = 0$ в начале координат (рис. 5.8). Тогда для решения задачи дифракции на линзе надо взять интеграл (5.1) по поверхности круга радиуса R_L , определяя в подынтегральном выражении $E(S)$ с учётом изменения фазы волны источника O линзой, т.е.

$$E(S) = E_0(S) \exp[ik\Delta\varphi(x, y)], \quad (5.2c)$$

где $E_0(S)$ - поле источника O на поверхности линзы, если бы линзы не было; $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число; $\Delta\varphi(x, y)$ - соответствующий рассеивающей (5.2a) или собирающей (5.2b) линзе вносимый фазовый набег.

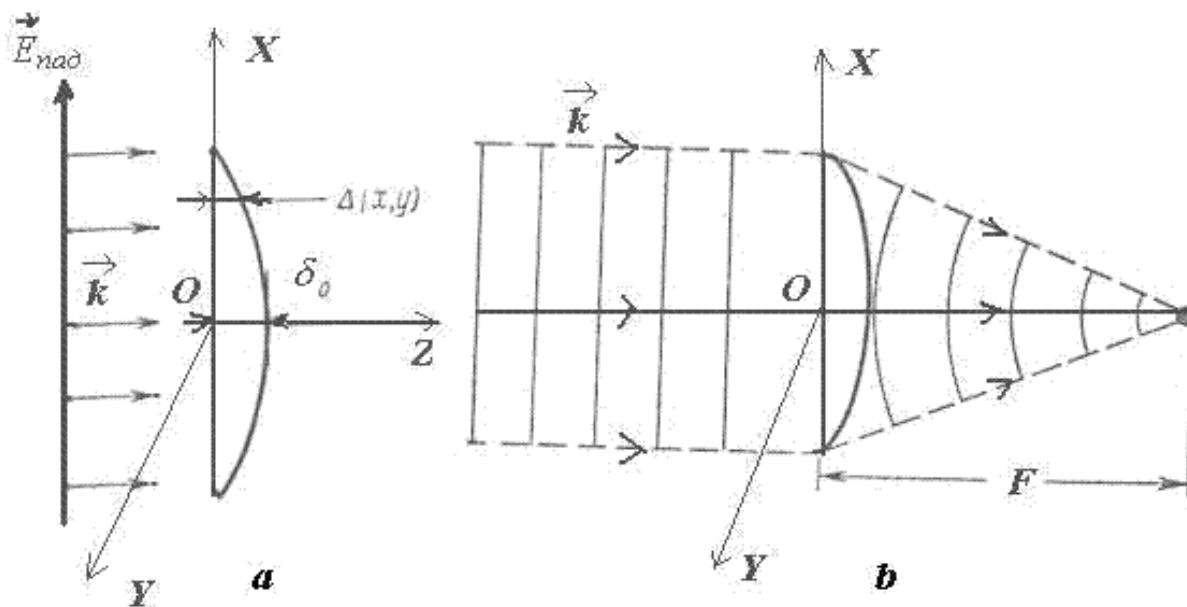


Рис. 5.9.

Как правило, при расчёте задачи дифракции на линзе можно пренебречь изменением амплитуды падающей волны на поверхности линзы, т.е. полагать её постоянной $E_0(S) = E_0$. В этом случае для расчёта дифракционных полей получаются интегралы, известные в оптике как *интегралы Френеля*.

В современной практике научных, прикладных и инженерных приложений исследований в области электромагнитных волн решение задач дифракции довольно часто получают с помощью методов, являющихся по существу модификациями приближения Кирхгофа. В частности, в таких широко известных современных методах решения задач дифракции, как *геометрическая теория дифракции* и *метод краевых волн*, делается попытка учесть волны отраженные от краёв отверстия, кривизну облучаемых тел и токи, возникающие на экране вблизи его краёв.

Связь решений задач дифракции электромагнитных волн на отверстиях в непрозрачном экране и

на непрозрачном диске, совпадающим по форме с отверстием (Принцип Бабине).

Рассмотрим две модельные задачи дифракции электромагнитной волны от одного и того же источника O на экране с отверстием и на пластинке, контур которой совпадает с контуром отверстия (рис. 5.6). Такие два объекта дифракции являются взаимно дополняющими друг друга в том, смысле, что если совместить пластинку с отверстием, то получится плоский непрозрачный экран. Ввиду этого решение задач на *взаимно дополняющих экране и отверстии* связаны друг с другом.

Пусть $E_a(P)$ - решение задачи дифракции волн на экране с отверстием от источника, находящегося в точке O , а $E_b(P)$ решение задачи дифракции волн на дополнительном экране (пластинке) от того же источника. Тогда согласно *принципу Бабине* в точке O в точке наблюдения P будет иметь место:

$$E_O(P) = E_a(P) + E_b(P), \quad (5.3)$$

где $E_O(P)$ - поле источника в точке наблюдения в отсутствии экрана или пластинки.

Принцип Бабине позволяет найти решение задачи дифракции на экране с отверстием, если известно решение задачи пластинке являющейся дополнительной к отверстию в экране и наоборот.

Из принципа Бабине в частности следует, что если в точке наблюдения интенсивность $I_b(P)$ равна нулю, то $I_O(P) = I_a(P)$. Если же $I_O(P) = 0$, то $I_a(P) = I_b(P)$. И наконец, если плоские дополнительные экраны облучает плоская волна с интенсивностью I_O , падающая перпендикулярно плоскости экрана, то в соответствии с главой 6 и (5.3) взаимосвязь интенсивностей $I_a(P)$ и $I_b(P)$ дифракционных полей на двух дополнительных экранах определяется разностью фаз φ_a и φ_b этих полей в точке наблюдения:

$$I_O(P) = I_a(P) + I_b(P) + 2\sqrt{I_a(P)I_b(P)} \cos(\varphi_a - \varphi_b) \quad (5.4)$$

С помощью современных электронно-вычислительных машин можно получить решение любой задачи дифракции электромагнитных волн на произвольном теле с помощью выражения (5.1) или более строгих соотношений, учитывающих векторную структуру электромагнитных волн. Однако в ряде случаев удаётся получить не только качественные представления о дифракции электромагнитных волн на том или ином объекте, но и достаточно точно оценить интенсивность соответствующего дифракционного поля, понять принцип работы многих оптических устройств, оптимизировать их характеристики, не прибегая к сложным арифметическим расчётам. Для этой цели используется предложенное Френелем понятие зон Френеля, рассматриваемое в следующем параграфе.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote]

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 5. Дифракция света**5.2 Зоны Френеля**

Как следует из принципа Гюйгенса- Френеля комплексная амплитуда волны в точке наблюдения P (рис. 5.4), создаваемая источником монохроматической электромагнитной волны в точке O , может быть найдена как суперпозиция комплексных амплитуд сферических волн, испускаемых вторичными источниками на произвольной замкнутой поверхности S , охватывающей точку O в соответствии с выражением (5.1). Пусть S сферическая поверхность радиуса R с центром в точке O . Тогда поле $E(P)$ в точке наблюдения P можно представить суммой полей $dE(P)$, доставляемых электромагнитной волной от бесконечного множества шаровых сегментов dS (рис. 5.10):

$$E(P) = \int_S dE(P). \quad (5.5)$$

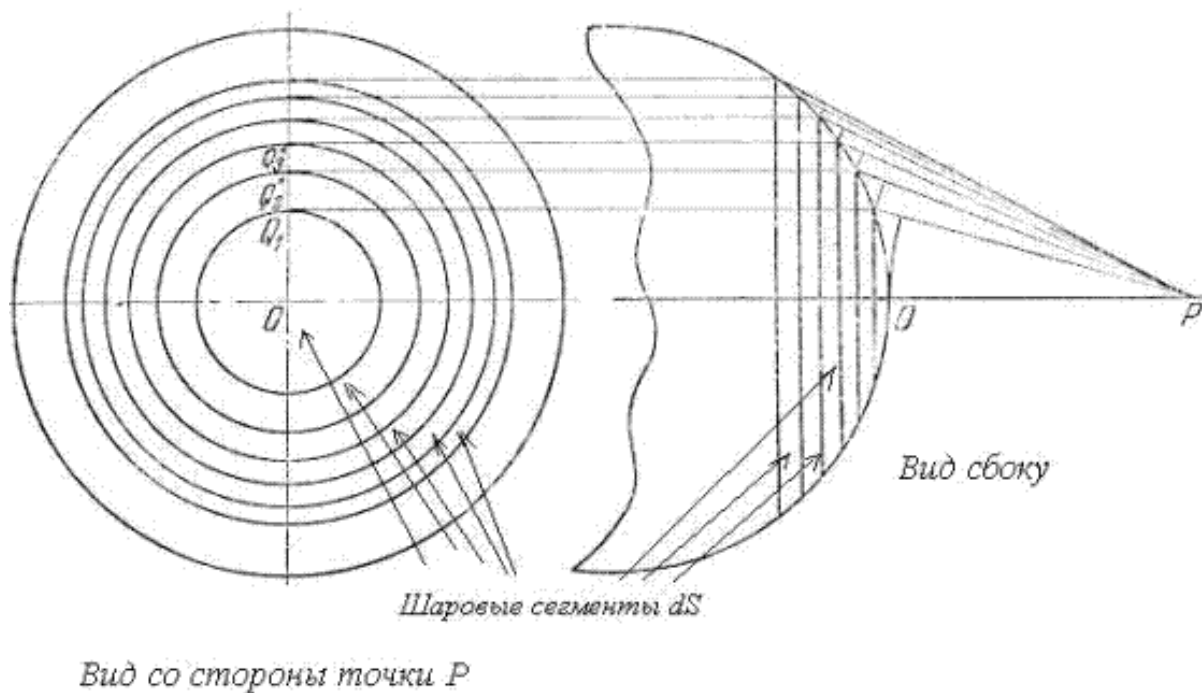


Рис. 5.10.

Рассмотрим 'механизм' формирования значения поля $E(P)$ последовательно, начиная от центрального шарового сегмента, центр которого пересекается прямой, соединяющей точки O и P (рис. 5.10). Приблизённо на первом этапе рассуждений можно полагать, что амплитуды волн от соседних шаровых сегментов равны. Однако фазы этих волн отличаются из-за того, что волны проходят разный путь, тем больший, чем дальше рассматриваемый сегмент расположен от центрального (рис. 5.10). В первом приближении, можно полагать, что фаза меняется линейно в зависимости от пройденного волной расстояния от соответствующего шарового сегмента. По этой причине комплексная амплитуда $E(P)$, определяемая (5.5), представляет собой сумму бесконечно

большого количества комплексных векторов одинаковой амплитуды, но повернутых по отношению к соседнему на одинаковый, бесконечно малый угол. На рис. 5.11а показано в виде комплексного вектора значение $E(P)$, соответствующее такой части поверхности S , когда малые шаровые сегменты создают в точке наблюдения поле, фаза которого отличается на 180° от фазы волны центрального сегмента. Рассмотренная часть поверхности S волнового фронта получила название *первой зоны Френеля*. Границей, отделяющей первую зону Френеля от остальной части поверхности волнового фронта S , является окружность, в каждой точке которой фаза волн, приходящих в точку наблюдения P , отличается на 180° от фазы волны центрального сегмента.

Обратим внимание, что комплексная амплитуда поля, создаваемая первой зоной Френеля, определяется вектором, обозначаемым $E_1(P)$ и совпадающим с диаметром полуокружности, к которой стремится в пределе годограф кривой, представляющей сумму полей, создаваемых бесконечно малыми шаровыми сегментами. Фаза волны, создаваемой первой зоной Френеля, как следует из рис. 5.11а, отстаёт на 90° от фазы волны $E_0(P)$, создаваемой центральным сегментом.

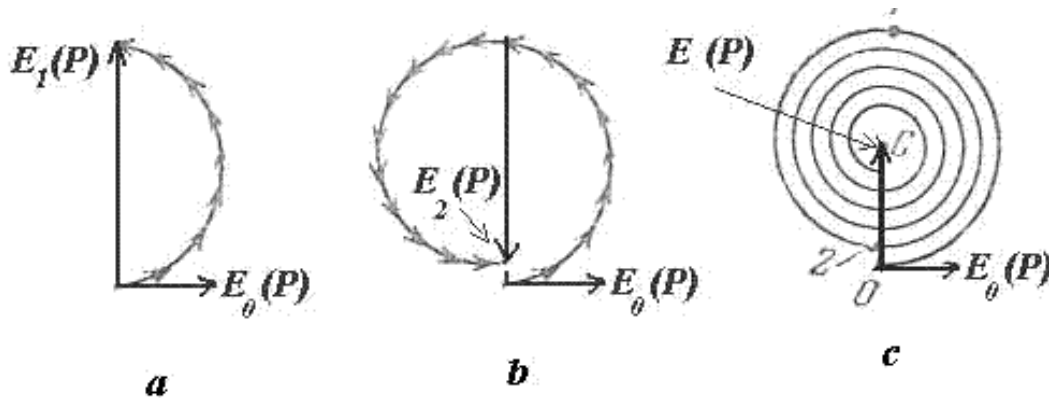


Рис. 5.11.

Если подвергнуть поверхность S дальнейшему разбиению на зоны, то получим *вторую зону Френеля* (рис. 5.12), граничащую с первой зоной и отделённую от остальной части поверхности S окружностью, в каждой точке которой фаза волн, приходящих в точку наблюдения P отличается на 180° от фазы волн от границы с первой зоной Френеля. Можно заметить, что волны от второй зоны Френеля уменьшают комплексную амплитуду волн, создаваемых первой зоной Френеля, ввиду их противофазного сложения. В первом приближении, если не учитывать убывание амплитуды сферических волн обратно пропорционально расстоянию, сумма волн от первой и второй зон Френеля равна нулю. Но на самом деле, сумма волн, создаваемых первой и второй зоной Френеля хотя и имеет малую величину, но не равна нулю. Поэтому характер годографа волн, создаваемых первой и второй зоной Френеля, в пределе представляет часть некоторой спирали (рис. 5.11b).

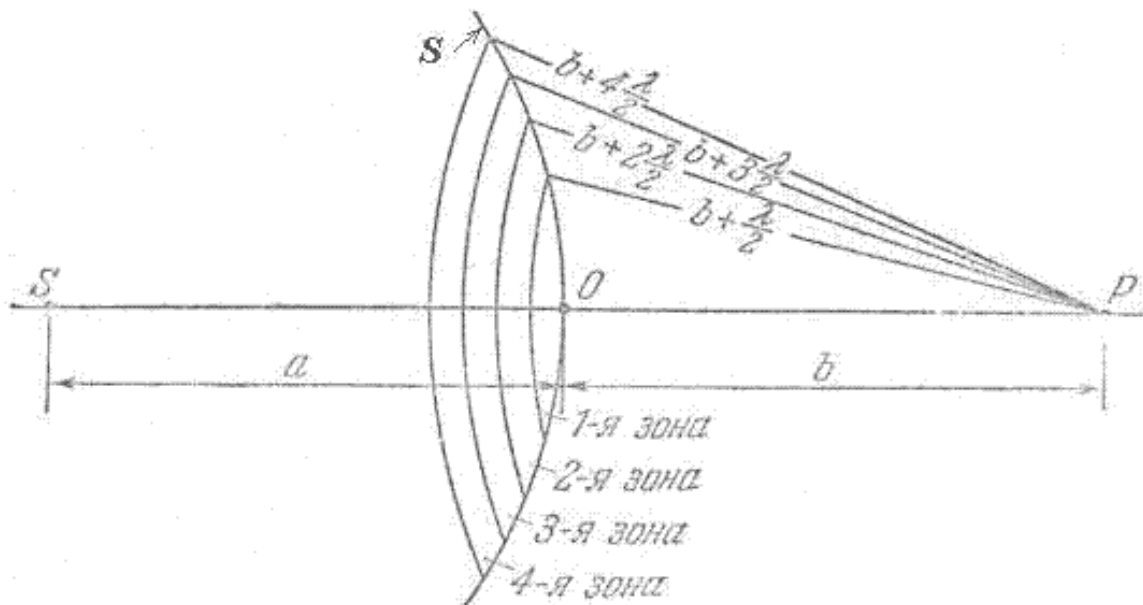


Рис. 5.12.

Аналогичным образом продолжая разбиение поверхности S на зоны, т.е. рассматривая третью, четвёртую и т.д. зоны Френеля (рис. 5.12), получим, что соседние чётные и нечётные зоны Френеля ослабляют поля, создаваемые каждой, и вместе образуют годограф, определяющий в пределе величину поля источника $E(P)$ в точке наблюдения, в виде некоторой спирали (рис. 5.11с).

Границам зон Френеля на спирали соответствуют диаметрально противоположные точки её витков (рис. 5.11с), каждой из которых, соответствуют определяющие её границы радиус на поверхности S . Так, граница m -ой зоны Френеля ($m = 1, 2, \dots$) отстоит от прямой OP (рис. 5.12) на расстоянии r_m , называемом радиусом m -ой зоны Френеля. Найдём радиус m -ой зоны Френеля. Как следует из геометрических соображений (рис. 5.13а):

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = (b + 0.5m\lambda)^2 - (b + h_m)^2, \quad (5.6a)$$

где a - расстояние вдоль прямой OP от источника до центра волнового фронта ; b - расстояние вдоль прямой OP от центра волнового фронта до точки наблюдения.

Из (5.6a), пренебрегая λ^2 , для не очень больших m найдём h_m :

$$h_m = 0.5bm / (a + b). \quad (5.6b)$$

С помощью этого соотношения из (5.6a) найдём

$$r_m = \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a+b}} \quad (5.6c)$$

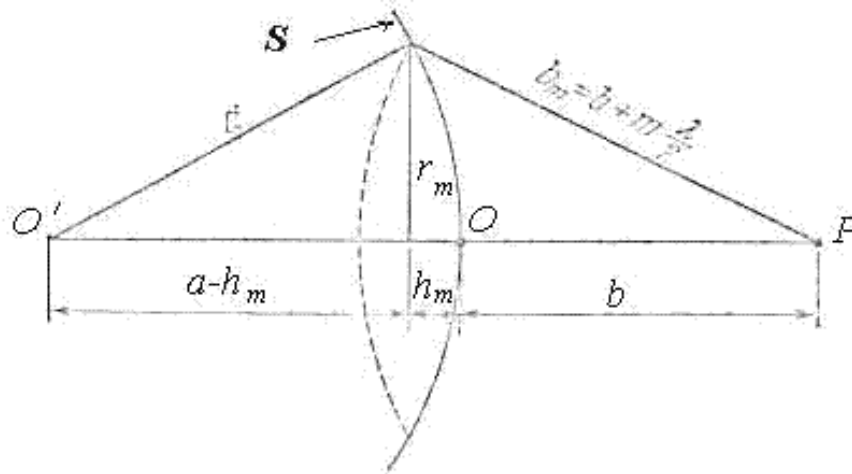


Рис. 5.13.

В частном случае бесконечно удалённого источника от точки наблюдения ($a \rightarrow \infty$) волновой фронт S является плоскостью и

$$r_m = \sqrt{mb\lambda}. \quad (5.6d)$$

Характерной особенностью спирали (рис. 5.11с) является положение фокуса этой кривой, на который она 'наматывается' при бесконечно большом числе зон Френеля. Покажем, что фокус располагается в центре полуокружности первого витка спирали (рис. 5.11с), т.е. величина, поля создаваемого первой зоной Френеля, в два раза больше величины поля, создаваемого источником O в точке наблюдения P .

Действительно, пусть E_1, E_2, \dots - комплексные амплитуды, создаваемые первой, второй и т.д. зонами Френеля. Тогда искомая комплексная амплитуда в точке $E(P)$, создаваемая всеми зонами Френеля в точке наблюдения, равна

$$E(P) = E_1 + E_2 + \dots = 0.5 E_1 + (0.5 E_1 - E_2 + 0.5 E_3) + (0.5 E_3 - E_4 + 0.5 E_5) + \dots \quad (5.7)$$

Как было отмечено выше, можно считать, что вклады от соседних зон примерно равны и их величины монотонно уменьшаются. По этой причине можно считать выражения в скобках в (5.7) равными нулю, т.е. имеет место равенство для любого $m > 1$:

$$E_m = 0.5(E_{m+1} + E_{m-1}).$$

Тогда из выражения (5.7) получим:

$$E(P) = 0.5 E_1. \quad (5.8)$$

Учитывая, что интенсивность волны пропорциональна квадрату модуля электромагнитных векторов, можно заключить, что интенсивность поля I_1 , создаваемого первой зоной Френеля, в четыре раза больше интенсивности волны источника I_0 в точке наблюдения, создаваемой всеми вторичными источниками на поверхности S :

$$I_1 = 4I_0 \quad (5.9)$$

Четырёхкратное уменьшение интенсивности волны, создаваемой первой зоной Френеля, по отношению к интенсивности волны, создаваемой источником в точке наблюдения, связано с упомянутым выше противофазным вычитанием волн от различных зон Френеля на поверхности волнового фронта.

Приближённо, не принимая во внимание уменьшение интенсивности сферической волны с расстоянием, которое она проходит, в расчётах можно полагать, что величиной (5.9) определяется интенсивность волны, создаваемой каждой из зон Френеля, близкой к первой. Это является следствием равенства *площадей зон Френеля*, соответствующих различным значениям m . Действительно, принимая во внимание (рис. 5.13), находим площадь S_m сферического сегмента радиуса R и высоты h_m

$$S_m = 2\pi R h_m = m\pi R b \lambda / (a + b), \quad (5.10a)$$

и получаем, что площадь m -ой зоны Френеля ΔS_m :

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \pi R b \lambda / (a + b), \quad (5.10b)$$

не зависит от m .

Разбиение волнового фронта электромагнитной волны на зоны Френеля широко используется для решения различных оптических задач.

ГЛАВА 5. Дифракция света

5.3 Дифракция Френеля электромагнитных волн на простейших препятствиях

Рассмотренный выше метод расчёта с помощью зон Френеля интенсивности света в точке наблюдения применим для анализа задач дифракции электромагнитных волн на простых по форме препятствиях .

Дифракция электромагнитных волн на круглом отверстии в плоском экране.

В соответствии с принципом Бабиня такая задача позволяет получить одновременно и решение задачи дифракции на круглой непрозрачной пластинке, являющейся дополнительной к отверстию.

Пусть экран с отверстием радиуса r_0 расположен так, так что центр отверстия расположен на прямой, перпендикулярной плоскости экрана с отверстием, соединяющей точку наблюдения P и точку источника O (рис. 5.14). 'Разобьем' поверхность волнового фронта, падающего на отверстие, на зоны Френеля по отношению к точке наблюдения P . Будем называть *открытыми* такие зоны Френеля, которые располагаются внутри отверстия. Соответственно зоны Френеля, попадающие на поверхность непрозрачного экрана, называются *закрытыми*.

Если размер отверстия во много раз меньше расстояний от экрана до источника a и от экрана до точки наблюдения b ($r_0 \ll a, r_0 \ll b$), то в соответствии с (5.6с) можно найти число m открытых отверстием зон Френеля:

$$m = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)r_0^2 / \lambda \quad (5.11)$$

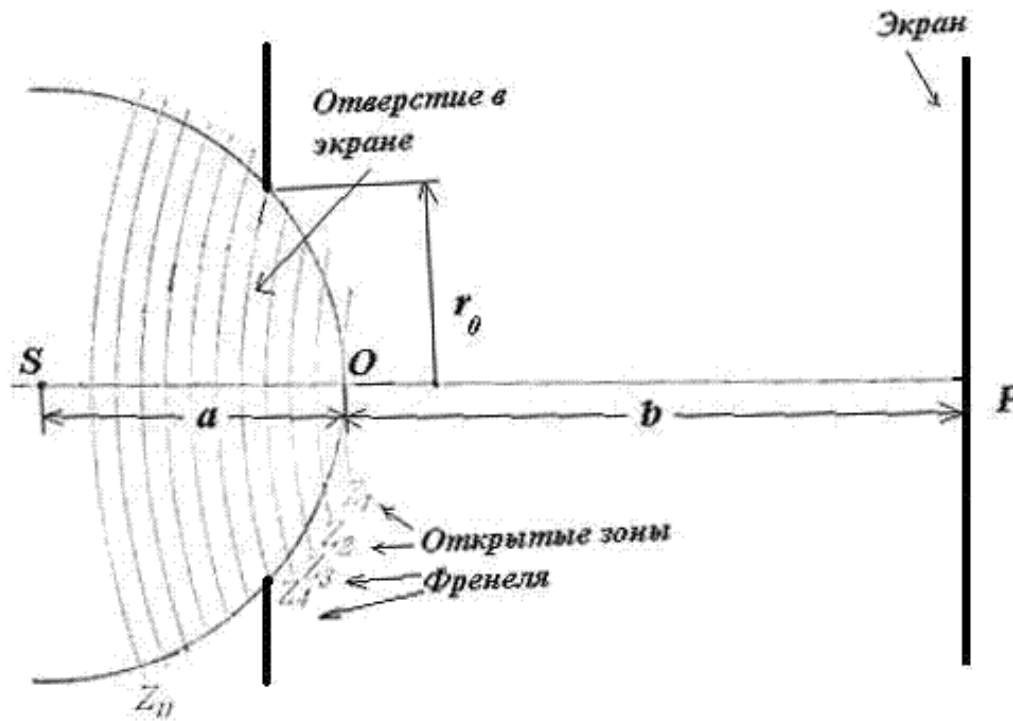


Рис. 5.14.

Применяя тот же подход, что и при выводе выражения (5.8), получим в точке наблюдения P :

$$E(P) = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots \pm E_m = 0.5(E_1 \pm E_m) \dots, \quad (5.12)$$

где $E(P) = E_1, E_2, E_3, E_4, \dots, E_m$ - амплитуды волн от открытых отверстием зон Френеля, причём, знак плюс берётся для нечётных зон, а минус - для чётных.

Как отмечалось ранее, амплитуды волн зон Френеля при их небольшом числе можно считать примерно одинаковыми. По этой причине в точке P будет либо максимум, либо минимум интенсивности дифрагированной волны от отверстия в зависимости соответственно от нечётности или чётности числа открытых зон Френеля.

Заметим, что без экрана с отверстием амплитуда поля в точке наблюдения равна $E(P) = 0.5E_1$. Таким образом, благодаря явлению дифракции света на экране с отверстием, открывающем небольшое нечётное число зон Френеля, наблюдается увеличение интенсивности падающего на него света почти в два раза.

Дифракционное увеличение интенсивности света в точке наблюдения легло в основу изобретения *Вудом металловоздушных линз*. В соответствии с предложением Вуда для *фокусировки излучения источника*, находящегося в точке O , в некоторую точку P необходимо закрыть, например, с помощью металлических кольцевых экранов все чётные (или нечётные) зоны Френеля, ослабляющие излучение нечётных (четных) зон (рис. 5.15). Такое устройство получило название *зональной пластинки* или *линзы Вуда*. Можно добиться ещё большей степени фокусировки излучения, если в линзе Вуда вместо кольцевых металлических экранов использовать диэлектрические, изменяющие на 180° фазу, проходящего через них света.

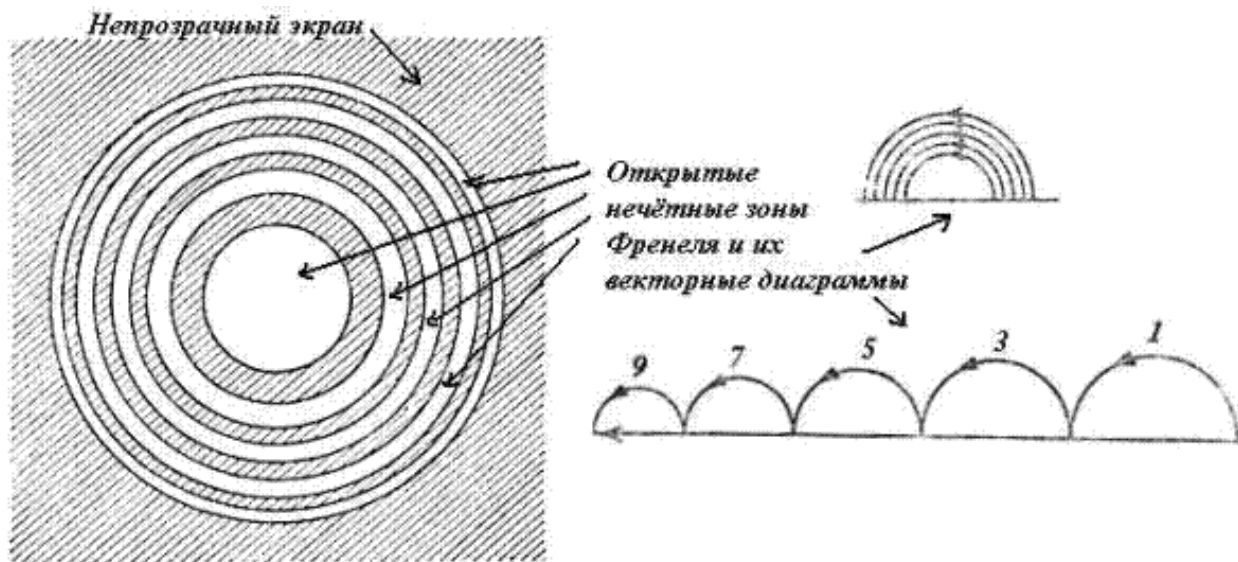


Рис. 5.15.

Рассмотрим наблюдение интенсивности дифрагированного отверстием света на непрозрачном экране, помещённом в точку P , параллельно плоскости экрана с отверстием (рис.5. 14). В виду симметрии наблюдаемое на экране распределение интенсивности света будет иметь характер чередующихся тёмных и светлых колец с центром в точке P (рис. 5.16). Интенсивность света в максимумах по мере удаления от центральной точки будет убывать. Убывание объясняется тем, что при смещении точки наблюдения P^1 из центра на периферию открытые из точки P центральные зоны Френеля частично 'закрываются' (рис. 5.17) и, кроме того, частично открываются новые зоны Френеля, ослабляющие интенсивность света в точке наблюдения.

Рассмотрим вид дифракционной картины в зависимости от размера отверстия.

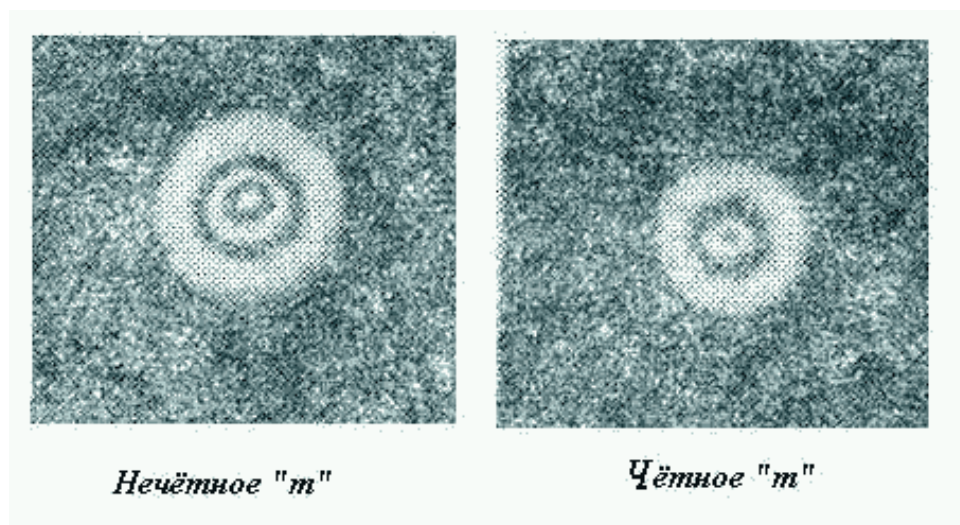


Рис. 5.16.

Если размер отверстия во много раз меньше первой зоны Френеля, то наблюдается размытое светлое пятно без каких либо колец. Если отверстие открывает 'много' зон Френеля, то дифракционные кольца наблюдаются в узкой области на границе свет тень. А в остальной части экрана

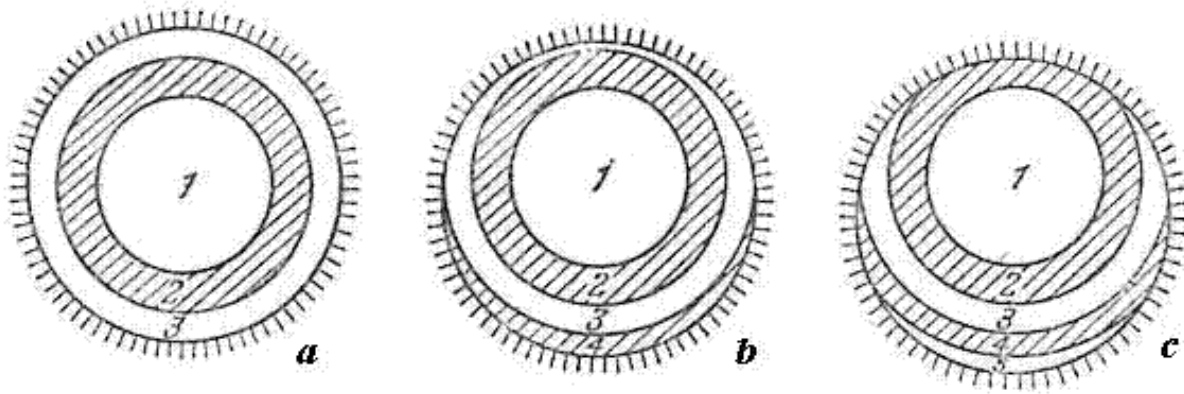


Рис. 5.17.

наблюдается практически равномерное освещение экрана, за исключением области геометрической тени, где освещённость отсутствует.

Дифракция на диске.

Пусть свет из точки источника O (рис. 5.18) освещает непрозрачный диск радиуса r_0 , за которым на прямой, перпендикулярной плоскости диска и проведенной через его центр, располагается точка наблюдения P . Как и выше, будем считать, что размер диска во много раз меньше расстояний от диска до источника a и от диска до точки наблюдения b ($r_0 \ll a, r_0 \ll b$).

Предположим, что диск из точки наблюдения P 'закрывает' m зон Френеля. Тогда амплитуда света $E(P)$ в точке наблюдения будет равна алгебраической сумме амплитуд волн $E_{m+1}, E_{m+2}, E_{m+3}, \dots$ открытых зон Френеля:

$E(P) = E_{m+1} - E_{m+2} + E_{m+3} - \dots = 0.5E_{m+1} + (0.5E_{m+1} - 0.5E_{m+2}) + (0.5E_{m+3} - 0.5E_{m+2}) + \dots$ Учитывая, что амплитуды соседних зон Френеля примерно равны друг другу, однотипные выражение в скобках можно положить равными нулю, и тогда получим

$$E(P) = 0.5E_{m+1}. \quad (5.13)$$

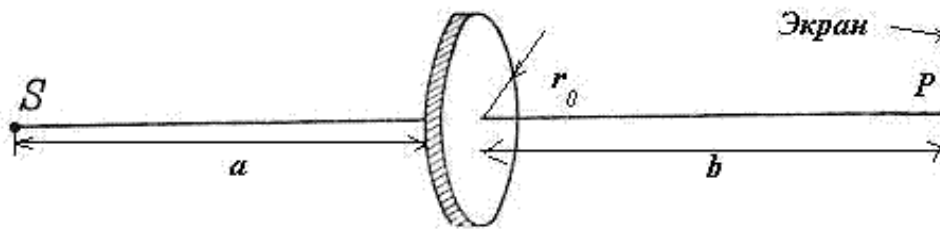


Рис. 5.18.

Отсюда следует, что в центре дифракционной картины, создаваемой диском, всегда наблюдается светлое пятно, независимо от размеров диска. В истории физики это свойств зон Френеля явилось доказательством волновой природы света. С точки зрения современников Френеля *наблюдение светлого пятна в центре геометрической тени препятствия*, освещаемого светом, казалось абсурдным, что и послужило основанием для *Пуассона* (1781-1853) возразить против волновой природы света. Для проверки этого возражения *Араго* (1786-1853) поставил опыт, которым действительно наблюдалось светлое пятно в центре геометрической тени диска (рис. 5.19),

освещаемого светом, получившее название *пятно Араго-Пуассона*. Справедливости ради, необходимо отметить, что наблюдение пятна было отмечено задолго до опыта Араго - ещё в 1713г. *Делилем*, а 1723г. *Моральди*. Однако, поскольку природа этого явления была непонятна, то наблюдения оказались незамеченными.

Дифракционная картина от диска, наблюдаемая на экране (рис. 5.19), имеет характер чередующихся тёмных и светлых колец, в центре которых находится светлое пятно. Структура дифракционной картины света от непрозрачного диска имеет общие черты с дифракционной картиной света от отверстия того же диаметра в непрозрачном экране в соответствии с принципом Бабиня.

Пусть для определённости диск закрывает только одну зону Френеля. Тогда в соответствии с принципом Бабиня в центре дифракционной картины диска амплитуда волны определяется разностью амплитуд волны источника, когда нет никакого экрана, и волны от отверстия, имеющего размер первой зоны Френеля. Учитывая, что амплитуда волны от первой зоны Френеля в два раза больше, чем амплитуда волны источника в точке наблюдения, получаем, что интенсивность волны за диском равна интенсивности волны источника в отсутствие диска.

Если же диск закрывает две зоны Френеля, то в соответствии с принципом Бабиня в центре дифракционной картины диска амплитуда волны определяется амплитудой волны источника, когда нет никакого экрана, поскольку амплитуду волны, создаваемой отверстием того же диаметра, что и диск, приближённо можно полагать равной нулю. Проведенные

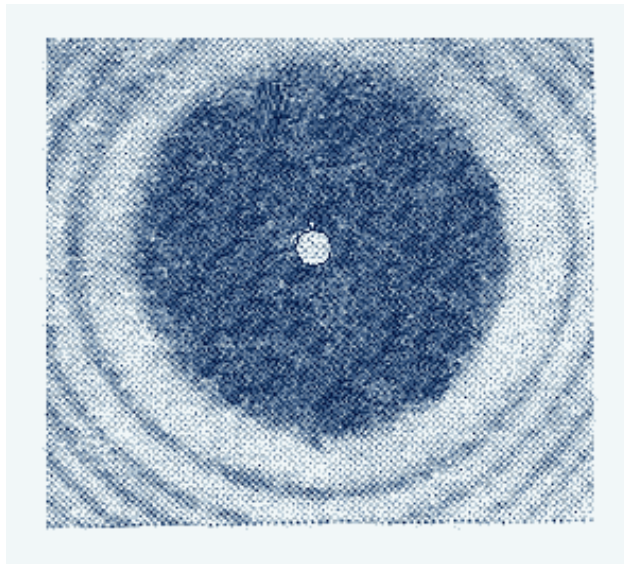


Рис. 5.19.

рассуждения, очевидно, справедливы для диска, открывающего произвольное число (не очень большое) чётных или нечётных зон Френеля.

Таким образом, амплитуда волны в центре дифракционной картины от диска любого размера равна половине амплитуды волны от первой открытой зоны Френеля, что совпадает с результатом проведенных выше расчётов. На периферии дифракционной картины от диска распределение интенсивности в основном определяется амплитудой волны источника, на которую 'накладываются' затухающие по мере удаления от центра картины колебания волн от частично открытых зон Френеля отверстием в непрозрачном экране того же диаметра, что и рассматриваемый диск.

Рассмотрим вид дифракционной картины в зависимости от размера диска. Если размер диска во много раз меньше первой зоны Френеля, то наблюдается практически равномерное освещение экрана - диск как бы не отбрасывает тени. Если размер диска закрывает 'много' зон Френеля, в центре

дифракционной картины светлого пятна практически не видно т.к. $E_m \ll E_1$, освещённость картины в области геометрической тени практически равна нулю, а дифракционные кольца наблюдаются узкой области на границе свет тень.

Дифракция плоской электромагнитной волны на полуплоскости.

Пусть плоская волна с длиной волны λ распространяется перпендикулярно непрозрачной полуплоскости, за которой на расстоянии b находится плоский экран, параллельный полуплоскости (рис. 5.20).

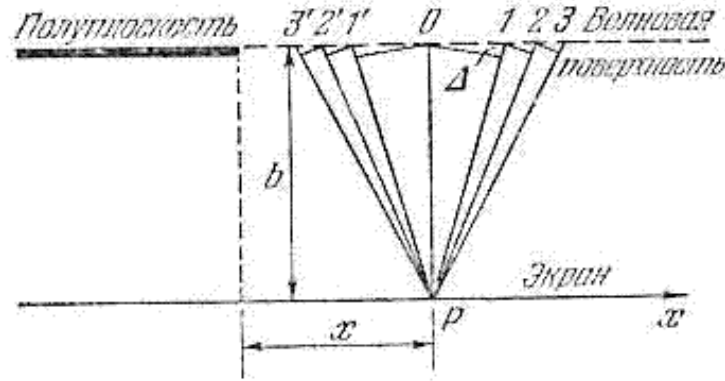


Рис. 5.20.

Рассмотрим поле световой волны в точке наблюдения P , находящейся на расстоянии x от проекции края полуплоскости на экран.

Для расчёта поля волны в точке наблюдения P можно использовать графический метод кольцевых зон Френеля, которые в случае плоского волнового фронта падающей волны, соответствуют источнику, находящемуся на бесконечности от точки наблюдения. Радиус m -ой зоны Френеля r_m , вычисляемый по формуле (5.6d)

$$r_m = \sqrt{mb\lambda}, \quad (5.14)$$

оказывается пропорциональным \sqrt{m} .

Учтём, что решаемая задача дифракции является двумерной ввиду её симметрии. В этом случае распределение интенсивности одинаково в любой плоскости перпендикулярной полуплоскости. Тогда кольцевые зоны Френеля 'вырождаются' в зоны Френеля (рис. 5.21) в виде полос (отрезков) d_1, d_2, d_3, \dots , расположенных справа от точки O , и d'_1, d'_2, d'_3, \dots , расположенных слева от точки O . 'Полосатые' зоны Френеля получили название **зона Шустера**. Очевидно, размер зон Шустера определяется следами пересечения кольцевых зон Френеля плоскостью, перпендикулярной волновому фронту волны и содержащей точку наблюдения P (рис. 5.21). По этой причине

$$d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_m = d'_1 + d'_2 + d'_3 + \dots + d'_m = r_m \quad (5.15)$$

В дальнейшем будем называть зоны Шустера d_1, d_2, d_3, \dots - левыми, а зоны Шустера d'_1, d'_2, d'_3, \dots - правыми.

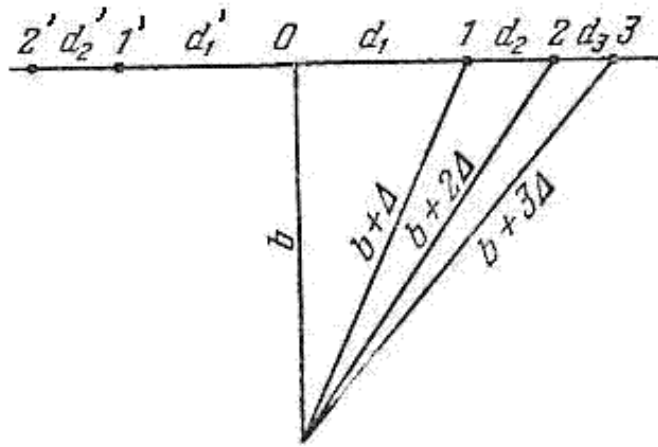


Рис. 5.21.

Амплитуда волны E_m от m -ой зоны Шустера определяется, пренебрегая зависимостью убывания амплитуды волн от расстояния, пройденного до точки P , в основном её размером, в соответствии с (5.12) определяемым по формуле:

$$d_m = d'_m = d_1(\sqrt{m} - \sqrt{m-1}) \dots, \quad (5.16a)$$

где $d_1 = \sqrt{b\lambda}$ - размер первой зоны Френеля.

Для больших значений m из (5.16) следует, что

$$d_m = d'_m \approx d_1 / (2\sqrt{m}). \quad (5.16b)$$

Таким образом, амплитуды волн от соответствующих зон Шустера убывают с ростом m в соответствии с последовательностью числового ряда:

$$d_1 : d_2 : d_3 : \dots = d'_1 : d'_2 : d'_3 : \dots = 1 : 0.41 : 0.32 : 0.27 : \dots \quad (5.17)$$

Для расчёта дифракции волн на полуплоскости используется, как и выше, *спираль Корню* (рис. 5.22), с помощью которой можно найти амплитуду волны и фазу волны для произвольного числа открытых или закрытых полуплоскостью зон Шустера. Характерной особенностью этой кривой является наличие двух фокусов, на которые 'наматываются' витки спирали.

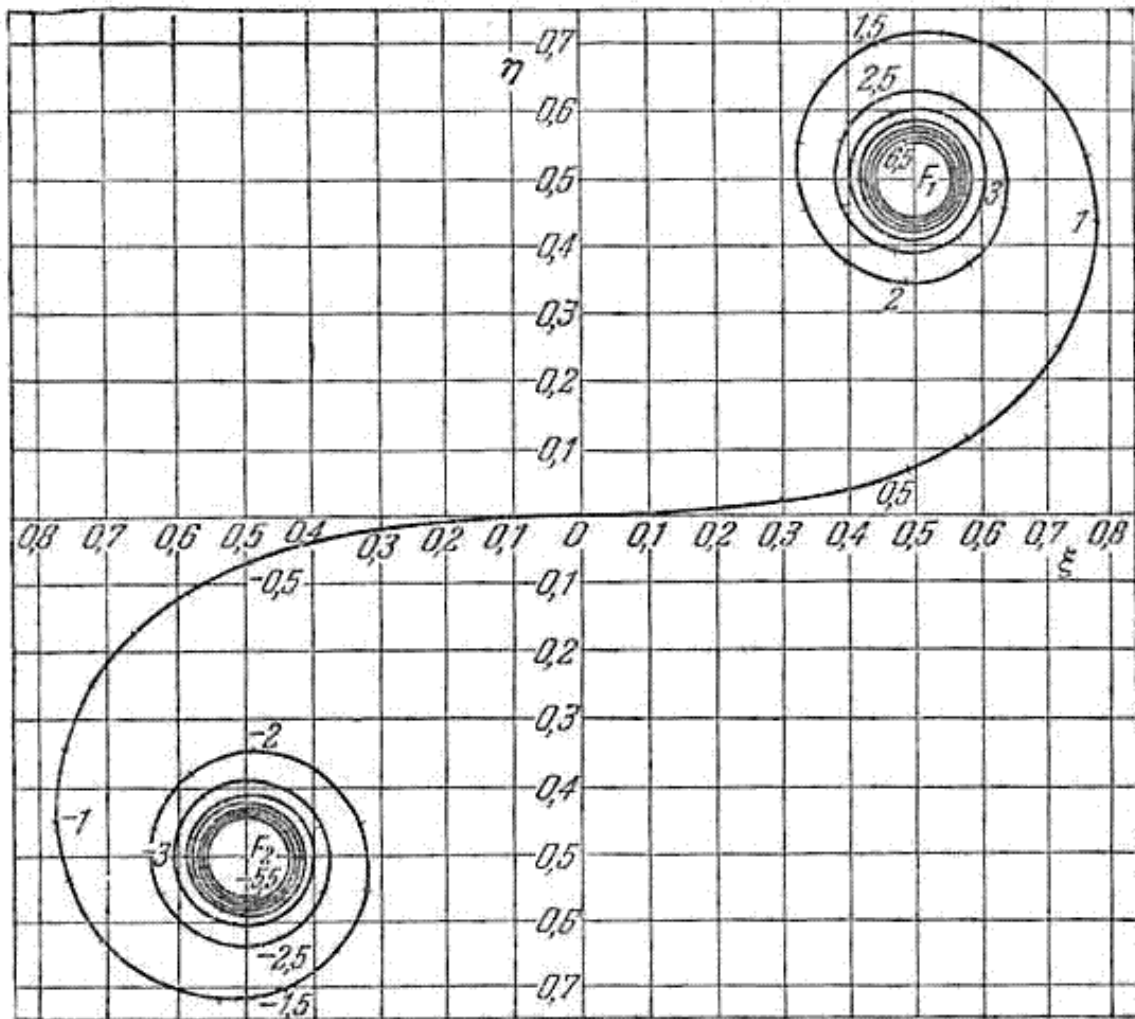


Рис. 5.22.

Левый фокус с координатами $(-0.5, -0.5)$ соответствует всем открытым зонам Шустера, находящимся левее точки наблюдения P , а правый фокус $(0.5, 0.5)$ соответствует всем открытым зонам Шустера справа от P . Амплитуда волны в отсутствие полуплоскости представляется на спирали Корню в виде вектора единичной длины, соединяющего её левый и правый фокусы (рис. 5.23а), который соответствует амплитуде волны $E_0(P)$, падающей на полуплоскость.

При наличии полуплоскости в точке наблюдения P , находящейся на границе свет - тень ($x = 0$), амплитуда волны $E(P) = 0.5E_1$ определяется вектором, соединяющим точку O с правым фокусом спирали Корню, поскольку все левые зоны Френеля закрыты.

При перемещении точки наблюдения P в *зону геометрической тени*, создаваемой полуплоскостью ($x < 0$), амплитуда волны $E(P)$ уменьшается, т.к. она определяется вектором (рис. 5.23b), соединяющим точку O , смещённую по спирали правее из точки O , с правым фокусом спирали Корню, поскольку часть левых зон Френеля закрыта.

По мере смещения точки наблюдения в зону геометрической тени амплитуда волны сначала будет уменьшаться монотонно, а затем уменьшение будет сопровождаться незначительными осцилляциями, наблюдаемые на экране в виде светлых и тёмных полос.

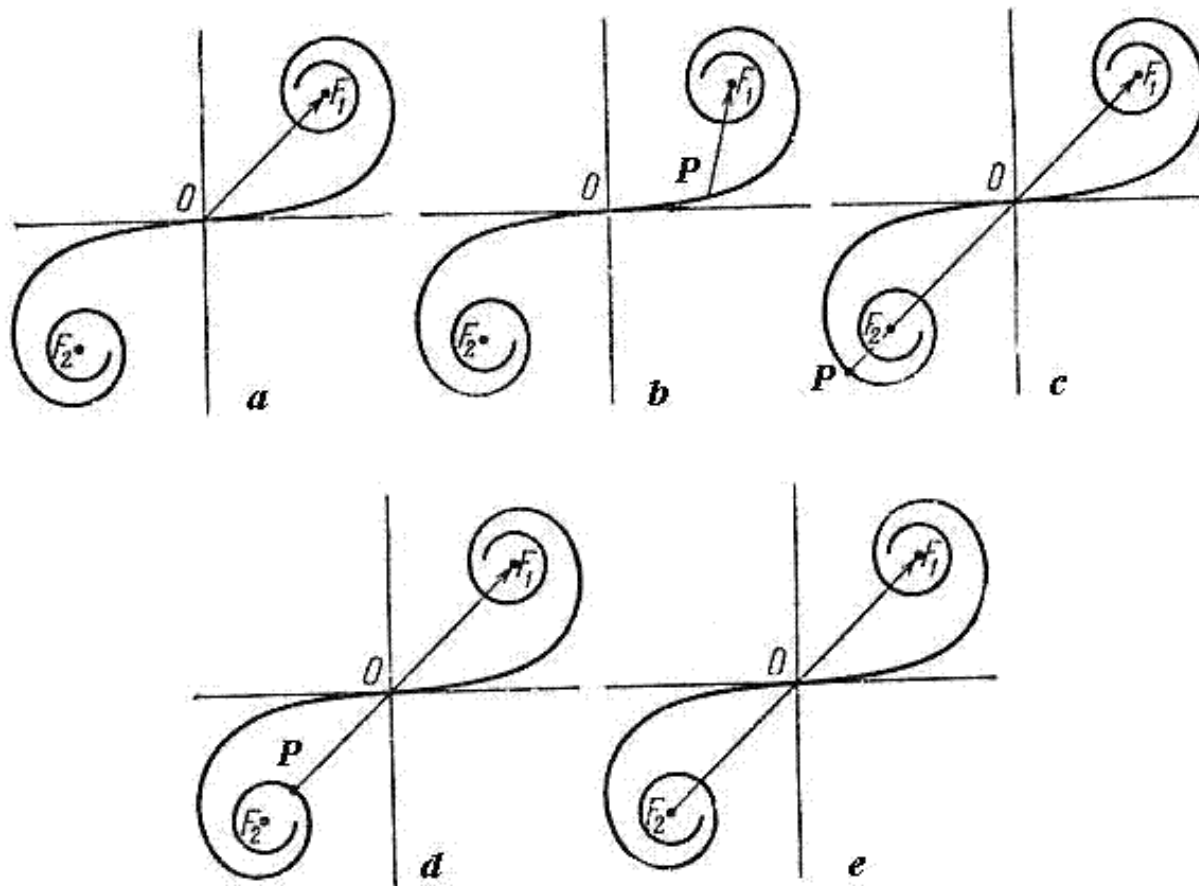


Рис. 5.23.

При перемещении точки наблюдения P в освещённую область экрана ($x > 0$) амплитуда волны $E(P)$ увеличивается, т.к. она определяется вектором (рис. 5.23с, d, e), соединяющим точку O , смещённую по спирали левее точки O , с правым фокусом спирали Корню, поскольку часть правых зон Френеля открывается. По мере смещения точки наблюдения в освещённую область экрана амплитуда волны сначала будет увеличиваться монотонно, а затем увеличение будет сопровождаться незначительными осцилляциями, наблюдаемые на экране в виде светлых и тёмных полос.

Общий характер изменения интенсивности на экране как функции положения точки наблюдения P приводится на рис. 5.24. Обращает внимание наличие освещённости экрана в зоне тени. Это свойство дифракции волн на препятствии дало основание определять дифракцию света, как явление, в котором наблюдается отклонение от закона его прямолинейного распространения. Понятно, что такое определение явления дифракции света основано на представлениях о природе света, не учитывающих его волновой характер.

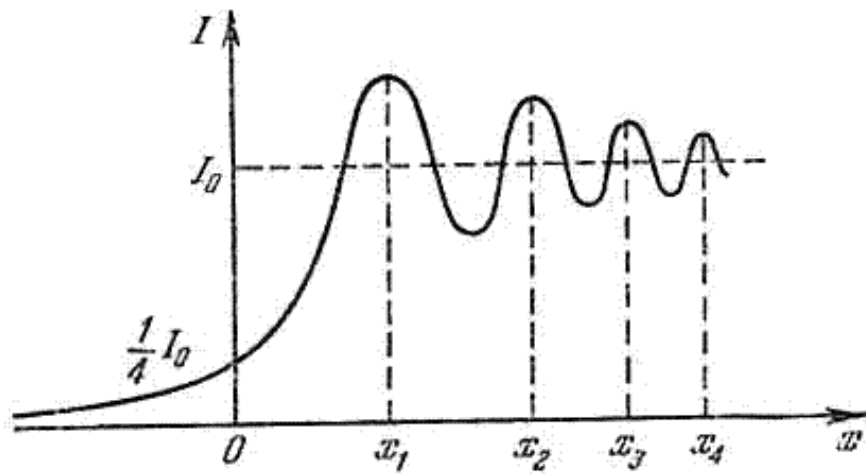


Рис. 5.24.

На рис. 5.25 приведена фотография распределения интенсивности, наблюдаемая на экране при дифракции света на полуплоскости.

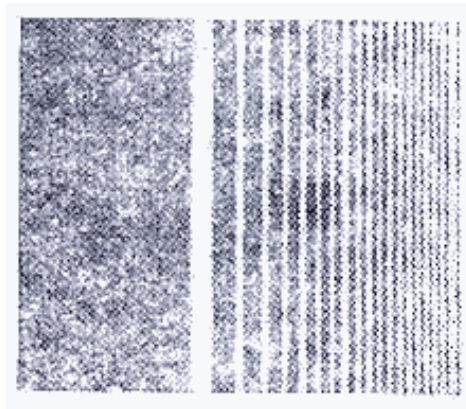


Рис. 5.25.

Из этой фотографии видно, что наблюдаемое чередование светлых и тёмных дифракционных полос имеет место вблизи границы свет-тень, создаваемой полуплоскостью.

Дифракция плоской электромагнитной волны на щели в плоском экране.

Пусть на щель шириной D , в плоском непрозрачном экране падает

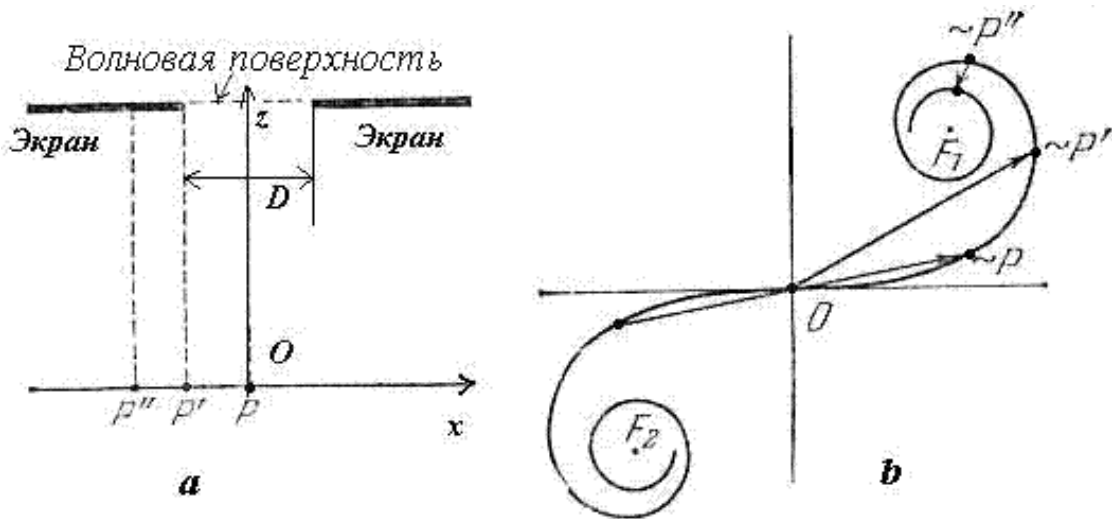


Рис. 5.26.

плоская электромагнитная волна, перпендикулярно его плоскости (рис. 5.26а). Найдём поле волны на плоском экране, помещённом на расстоянии $z = b$ от щели.

Для графико-аналитического решения задачи используем метод зон Френеля бесконечно удалённого источника, рассмотренный выше (рис. 5.26b). Тогда поле в точке наблюдения можно определить с помощью спирали Корню в зависимости от числа открытых зон Френеля в точке наблюдения, находящейся на экране. Здесь, как и в предыдущей задаче, рассмотрим две области возможного расположения точки P - область геометрической тени, создаваемой отверстием, и область, находящуюся вне зоны тени.

Прежде всего, необходимо отметить симметрию дифракционной картины относительно середины щели. В области геометрической тени справа (слева) от щели начало и конец вектора амплитуды волны будут перемещаться в направлении правого (левого) фокуса, с осцилляциями уменьшаясь по величине (рис. 5.26b).

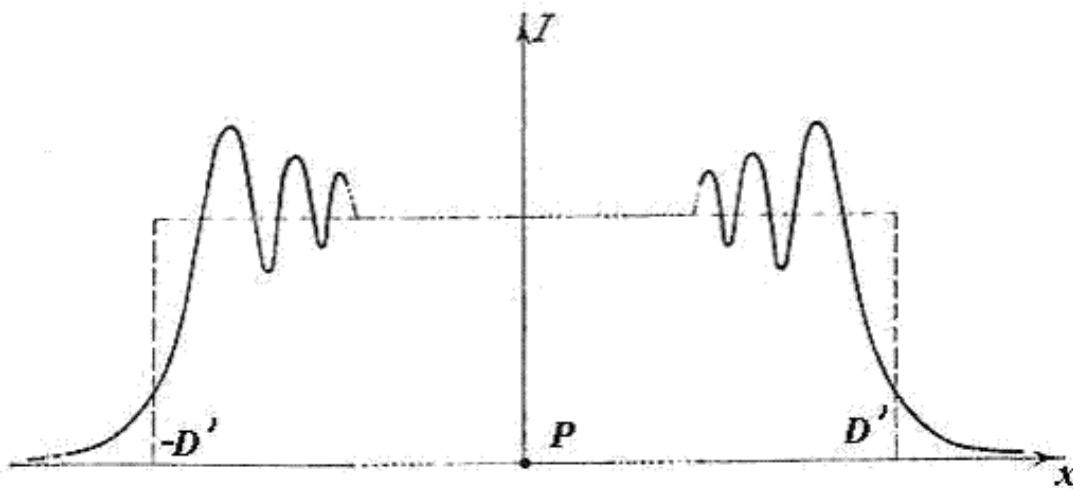


Рис. 5.27.

Распределение интенсивности в плоскости экрана как функция расстояния положения точки наблюдения с координатой x от точки P , находящейся в соответствии с рис. 5.26а напротив середины щели, приведено на рис. 5.27. В центре дифракционной картины может находиться либо светлая, либо относительно тёмная полоса, в зависимости от числа открытых зон Френеля.

Иллюстрация вида дифракционной картины в зависимости от ширины щели D при одном и том же расстоянии до экрана виде соответствующих наблюдаемых распределений интенсивности светового потока в плоскости экрана приведена на рис. 5.28a,b,c,d.

При большой ширине щели распределение интенсивности на экране в области напротив середины щели практически постоянно, поскольку начало и конец вектора амплитуды волны располагается вблизи соответственно правого и левого фокусов спирали Корню. Дифракционные полосы будут наблюдаться на экране напротив краёв щели.

При малой ширине щели в центре дифракционной картины будет отмечаться светлая полоса без каких либо заметных осцилляций освещённости экрана в виде полос.

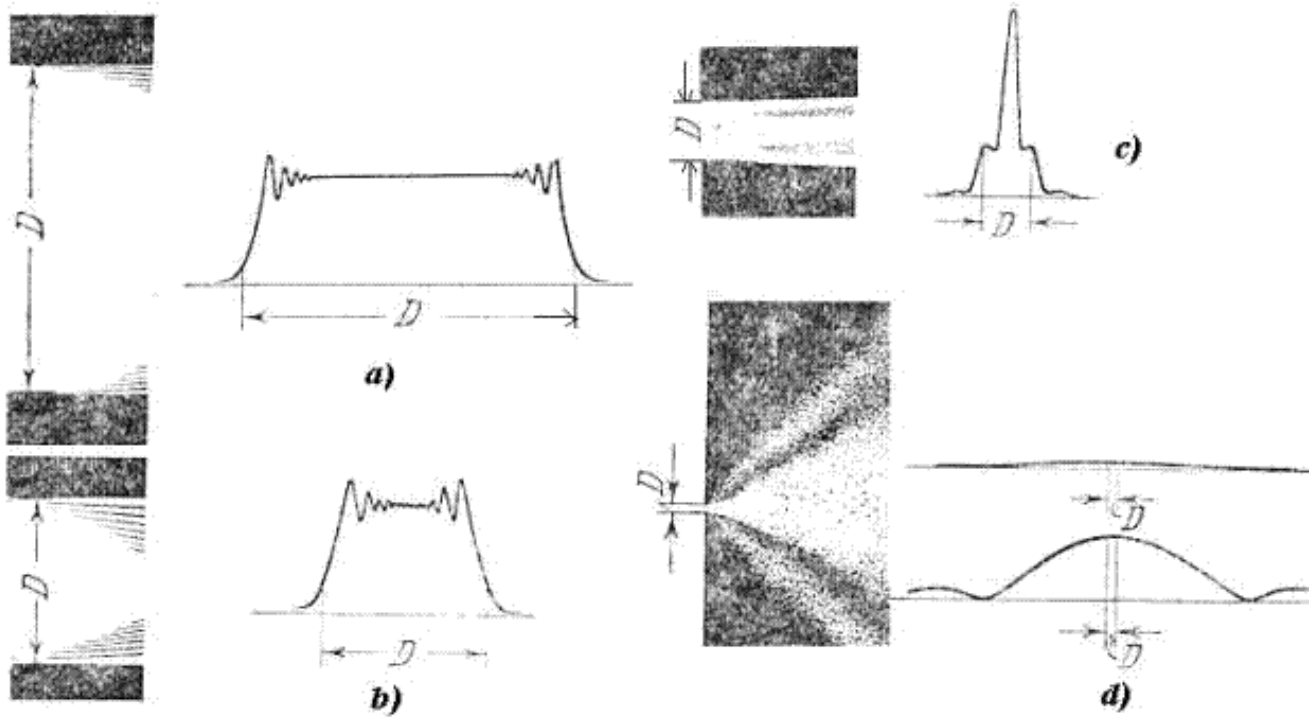


Рис. 5.28.

На рис. 5.28d нижняя кривая соответствует увеличенному масштабному изображению верхней кривой.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[.]Sote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 5. Дифракция света

5.4 Дифракция Фраунгофера

В соответствии с определением дифракция Фраунгофера наблюдается на большом удалении от препятствия, на которое падает электромагнитная волна (свет). Изучение особенностей этого явления и определение условий его наблюдения рассмотрим на примере дифракции на отверстии в плоском экране плоской электромагнитной волны, падающей на экран перпендикулярно его поверхности (рис. 5.5) в направлении оси OZ . Без ограничения общности будем полагать, что экран располагается в плоскости $z = 0$.

Используя приближение Кирхгофа, можно написать следующее из (5.1) выражение для комплексной амплитуды волны в точке наблюдения P с координатами x, y, z :

$$E(P) = \int_S \frac{e^{ikR}}{R} E(S) dS, \quad (5.18)$$

в котором S - область, ограниченная контуром отверстия; R - расстояние от точки интегрирования в области S до точки наблюдения P ; $E(S)$ - распределение комплексных амплитуд падающей волны на отверстии; практически постоянная функция направленности вторичных источников \tilde{K} , фигурирующая в выражении (5.1), полагается равной единице.

Упростим выражение (5.18) предполагая, что, во-первых, расстояние z от плоскости экрана с отверстием до точки наблюдения P во много раз больше размера отверстия D , т.е.:

$$z \gg D. \quad (5.19a)$$

Это означает, что в точку наблюдения приходит плоская волна. Во-вторых, будем считать, что область определения поля в точке наблюдения P не превышает размеров отверстия D , т.е.:

$$|x| \leq D/2; |y| \leq D/2. \quad (5.19b)$$

Последнее условие обеспечивает применимость приближения Кирхгофа для решения задач дифракции, которое, как было отмечено выше, справедливо для точки наблюдения внутри телесного угла, равного угловому размеру отверстия в экране.

В этом случае можно вынести из под знака интеграла стоящий в знаменателе практически постоянный множитель $z \approx R$, а в показателе экспоненты этот множитель заменить на

$$R = \sqrt{1 + ((x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2) / z^2} \approx z + 0.5((x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2) / z. \quad (5.20)$$

В результате этих преобразований получим выражение

$$E(P) \approx \frac{e^{ikR}}{R} \int_S e^{-ikx(x_1/R) - ik(y_1/R) + i\Delta} E(S) dS, \quad (5.21a)$$

где

$$\Delta = 0.5k(x_1^2 + x^2 + y_1^2 + y^2) / z. \quad (5.21b)$$

которое также может быть упрощено, если в показателе экспоненты подынтегрального выражения (5.21a) пренебречь множителем $k\Delta$, что имеет место при

$$k\Delta \ll 1 \quad (5.22)$$

Итак, комплексная амплитуда волны в точке наблюдения P , возникающая из-за дифракции Фраунгофера плоской волны на отверстии в экране, определяется выражением

$$E(P) \approx F(\theta, \varphi) \frac{e^{ikR}}{R}, \quad (5.23a)$$

где

$$F(\theta, \varphi) = \int_S e^{-ikx \sin \varphi - ik y \sin \theta} E(S) dS; \quad (5.23b)$$

$\varphi = \arcsin(x/R)$; $\theta = \arcsin(y/R)$ - угловые координаты точки наблюдения P , из 'центра' отверстия.

Из выражения (5.23a) следует, что при дифракции Фраунгофера в точку наблюдения приходит сферическая волна, практически не отличающаяся при условии (5.22) от плоской волны с направления, под которым 'виден' центр отверстия из точки P . Амплитуда этой волны определяется выражением (5.23b), определяющим функцию $F(\theta, \varphi)$, получившую название диаграммы направленности. Если в точку наблюдения P поместить экран, то наблюдаемое на нём распределение интенсивности света I_d будет определяться квадратом модуля этой функции, т.е.

$$I_d = C |F(\theta, \varphi)|^2, \quad (5.24)$$

где $C = 1/(z^2 R^2)$ - константа пропорциональности, определяемая пройденным волной расстоянием от отверстия до точки наблюдения и волновым сопротивлением среды.

Распределение интенсивности на экране при наблюдении дифракции Фраунгофера на экране с отверстием будет иметь вид чередующихся тёмных и светлых полос или колец в зависимости от числа открытых зон Френеля.

Рассмотрим более подробно дифракцию Фраунгофера плоской электромагнитной волны на щели шириной b в плоском экране, ориентированном перпендикулярно направлению распространения волны (рис. 5.26a). В соответствии с симметрией задачи искомое поле $E(P)$ будет одинаковым в любой плоскости, перпендикулярной экрану, т.е. $E(P) = E(x)$ не будет зависеть от y , а диаграмма

направленности $F(\theta, \varphi) = F(\varphi)$ не будет зависеть от угла координаты θ . Из выражения (5.23b) находим диаграмму направленности $F(\varphi)$ волны, испытавшей дифракцию на экране:

$$F(\varphi) = E_0 \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \exp(ikx \sin(\varphi)) dx = E_0 b \sin(0.5kb \sin \varphi) / (0.5kb \sin \varphi), \quad (5.25a)$$

где E_0 - амплитуда падающей на щель плоской волны, фаза которой в плоскости щели полагается равной нулю.

Распределение интенсивности $I(\varphi)$ дифракционной волны, рассчитываемое в соответствии с (5.24) и (5.25a), может быть определено с помощью следующего выражения:

$$I(\varphi) = I_c \sin^2(0.5kb \sin \varphi) / (0.5kb \sin \varphi)^2, \quad (5.25b)$$

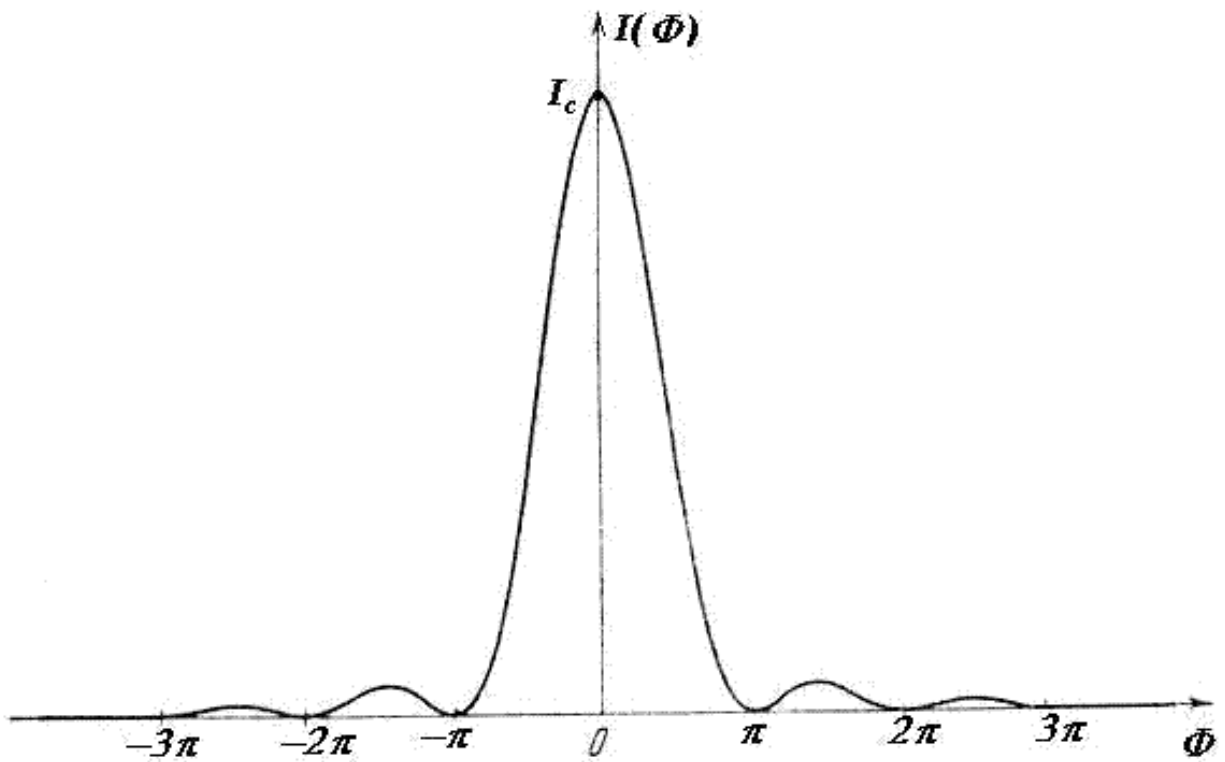


Рис. 5.29.

где $I_c = I_0 b^2 / R^2$ - интенсивность в центре дифракционной картины, расположенном напротив середины щели; $I_0 = E_0^2 / \zeta$ - интенсивность освещающей поверхность щели волны.

На рис. 5.29 приведен график распределения интенсивности дифракционной волны как функции от безразмерной переменной $\Phi = (\pi b / \lambda) \sin \varphi$, масштаб которой определяется размером щели b / λ , выраженным в длинах волн. Распределение имеет *главный максимум* в направлении распространения падающей на щель волны и быстро убывающие по мере удаления в тень *побочные максимумы*.

Главному максимуму соответствует освещённая область, а побочным - убывающие по интенсивности

светлые полосы равной ширины, параллельные краям щели. Величина главного максимума I_c распределения интенсивности дифракционной волны пропорциональна квадрату ширины щели b^2 .

Угловой размер наблюдаемого главного дифракционного максимума $\Delta\varphi_m$ оценим расстоянием между первыми нулями функции $F(\varphi)$ при смещении из центра картины в зону тени. Это не единственный способ определить угловую ширину наблюдаемого дифракционного пятна. Согласно Рэлею ширина пятна определяется разностью угловых координат, соответствующих уменьшению максимального значения интенсивности в два раза. Оказывается, что в большинстве практических случаев "рэлеевская" ширина полосы (пятна) меньше ширины 'по нулям' в примерно в два раза.

Для щелей, освещаемых световыми волнами, практически всегда выполняется условие ($\lambda/b \ll 1$). В соответствии с этим условием получаем, что *угловой размер наблюдаемой дифракционной полосы*

$$\Delta\varphi_m = \arcsin(\lambda/b) \approx \lambda/b \quad (5.26a)$$

обратно пропорционален ширине щели, выраженной в длинах волн.

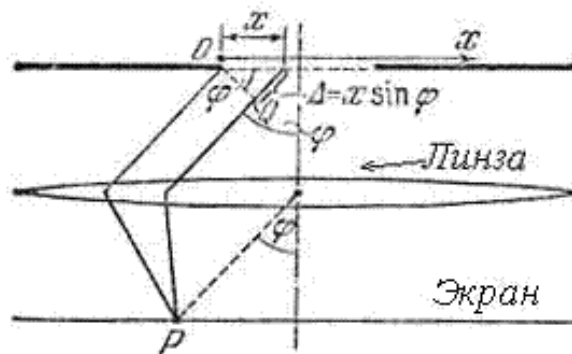


Рис. 5.30.

Можно показать, что 96% мощности светового потока при его дифракции на щели сосредоточено в пределах телесного угла $\Delta\varphi_m$.

Если для наблюдения дифракции Фраунгофера используется линза с фокусным расстоянием f (рис. 5.30), позволяющая видеть дифракционную картину в её фокальной плоскости на конечном расстоянии от препятствия, то найденному значению угловой ширины дифракционного пятна соответствует его 'линейная' ширина Δx_m :

$$\Delta x_m = \lambda f / b. \quad (5.26b)$$

Отсюда следует, что использование для наблюдения дифракции длиннофокусных линз с большим f позволяет получить на экране визуально различимые светлые и тёмные дифракционные полосы.

Характер дифракционной картины света на щели, установленный расчётным путём с помощью (5.23b), полностью совпадает с выводами, которые следуют из применения для решения рассматриваемой задачи графико - аналитического метода зон Френеля.

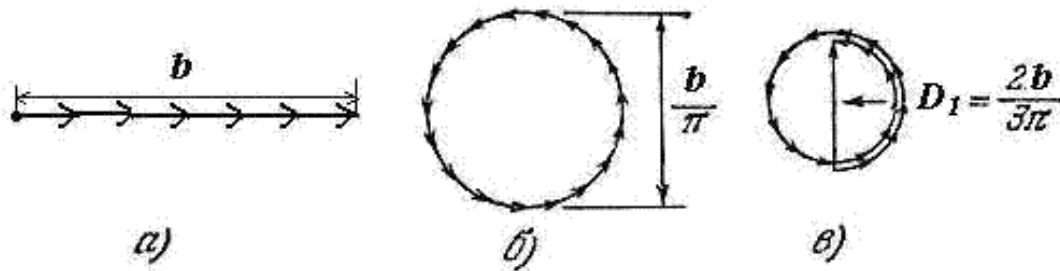


Рис. 5.31.

В самом деле, при формировании главного максимума дифракционной картины при $\varphi = 0$ волны от всех элементов щели складываются в фазе (рис.5.31а) и значение поля в этом направлении пропорционально сумме длин упомянутых выше бесконечно малых элементов щели, т.е. ширине щели b . Из (5.23) при $\varphi = 0$ также получается значение пропорциональное b : $E(P) = bE_0$. Для дальнейшего в целях упрощения примем амплитуду волны, освещающую щель, равной единице. Тогда амплитуда дифракционной волны в направлении главного максимума будет равна b .

Рассмотрим *формирование минимумов при дифракции на щели*. С точки зрения метода зон Френеля (рис.5.31b) волны, создаваемые множеством бесконечно малых элементов, на которые можно разбить щель, приходят в точку наблюдения так, что их суммарная амплитуда равна нулю. В этом случае, зонная диаграмма Френеля представляет собой замкнутую кривую (окружность) начало и конец которой совпадают друг с другом. Например, зонная диаграмма Френеля, соответствующая первым дифракционным минимумам ($|m| = 1$), является 'зонной' окружностью длиной b . Зонные окружности, соответствующие противоположным знакам m , имеют противоположные направления обхода.

Зонная диаграмма Френеля, соответствующая вторым, дифракционным минимумам ($|m| = 2$), представляет собой две вложенные 'зонные' окружности, общая длина которых равна b . Зонная диаграмма Френеля, соответствующая дифракционным минимумам с номером $|m|$, представляет собой в этом случае $|m|$ вложенных 'зонных' окружностей, общая длина которых равна b . В буквальном смысле дифракционному минимуму с номером $|m|$ соответствует 'накручивание' отрезка длиной b вокруг фокуса спирали Корню на $|m|$ оборотов.

Каждому из оборотов зонной окружности соответствует приращение фазы вектора комплексной амплитуды дифракционной волны, равное 2π . Следовательно, угловое направление φ_m на дифракционный минимум с номером m определится из условия

$$kb \sin(\varphi_m) = 2\pi m \quad (5.27)$$

где $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ - целые числа, определяющие номер или порядок дифракционного максимума.

Это выражение в точности следует из (5.25b) и определяет угловые направления φ_m , в которых формируются минимумы интенсивности дифракционного поля

Сравним, наконец, *значения побочных дифракционных максимумов*, находимые с помощью метода зон Френеля и из (5.25b) при

$$kb \sin(\varphi_m) = 2\pi(|m| + 0.5), \quad (5.26a)$$

где $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ - порядок дифракционного максимума, определяется одинаковой быстро убывающей последовательностью чисел

$$1: 4/(3\pi)^2 : 4/(5\pi)^2 : 4/(7\pi)^2 : \dots \quad (5.26b)$$

В самом деле, побочным дифракционным максимумам соответствует такое сложение волн (рис.5.31с) от малых элементов щели, при котором результирующий вектор приближённо совпадает с диаметром 'зонной' окружности. Заметим, что 'зонная' окружность соответствующая побочному дифракционному максимуму с номером m получается, как было отмечено выше, в результате 'накручивания' отрезка длиной b вокруг фокуса спирали Корню на $(|m| + 0.5)$ оборотов. Диаметр окружности D_m , соответствующей таким оборотам, определяется из формулы:

$$D_m = b / ((|m| + 0.5)\pi). \quad (5.28c)$$

Следовательно, учитывая, что значения соответствующих максимумов интенсивности света пропорциональны D_m^2 , получаем ту же последовательность чисел, что и (5.28b).

Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии.

Рассмотрим задачу фраунгоферовой дифракции на круглом отверстии диаметром b в непрозрачном экране плоской электромагнитной волны с длиной волны λ , падающей перпендикулярно плоскости экрана (рис. 5.14). Как следует из расчётов по формуле (5.23b) в этом случае для малых углов дифракции φ распределение интенсивности дифракционной волны описывается бesselевой функцией первого порядка $J(\Phi)$ от безразмерной переменной $\Phi = \pi b \sin(\varphi) / \lambda$:

$$J(\Phi) / J_{\max} = (2J_1(\Phi) / \Phi)^2,$$

где J_{\max} - максимальное значение интенсивности света в центре дифракционной картины.

Распределение интенсивности, наблюдаемое на экране, представляет собой семейство концентрических убывающих по величине максимумов, разделённых минимумами (тёмных и светлых колец при наблюдении дифракции света), вокруг главного дифракционного максимума (рис. 5.32).

Ширина главного дифракционного максимума $\Delta\varphi_m$ определяется диаметром отверстия

$$\Delta\varphi_m \approx 1.22\lambda / b. \quad (5.29)$$

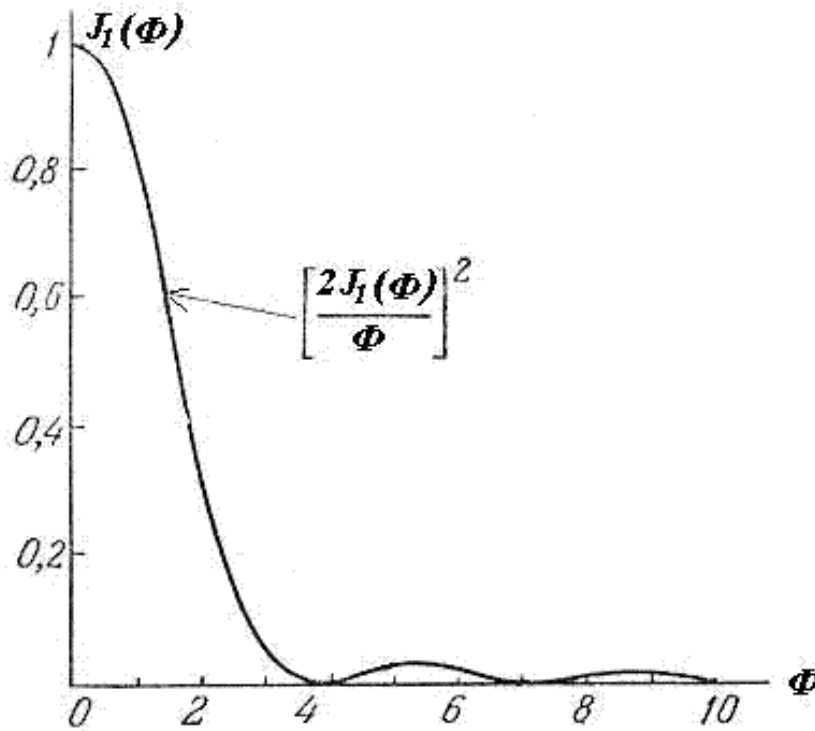


Рис. 5.32.

Числовой коэффициент в (5.29) зависит от распределения интенсивности волны, падающей на отверстие, и от формы отверстия. Если распределение интенсивности уменьшается к краю отверстия, то этот коэффициент увеличивается по величине. Обратим внимание, что при $b \rightarrow \infty$ ширина дифракционного максимума стремится $\Delta\varphi_m \rightarrow 0$. Это означает, что только при освещении линзы бесконечно большого размера плоской волной возможна её точная фокусировка в точку. Для линз конечного размера выражение (5.29) определяет возможный дифракционный предел качества изображения, которое может быть получено в оптической системе, состоящей из линз, зеркал, объективов, размеры которых заданы конструкцией этих приборов. В связи с этим, когда говорят о *дифракционной разрешающей способности объектива* диаметром b , то имеется в виду оценка минимально возможного углового расстояния между точечными объектами по формуле (5.29), при котором они могут быть различены при наблюдении их изображения в фокальной плоскости этого объектива. Это определение разрешающей способности объектива основано на *предложенном Рэлеем критерии разрешения*, более подробно с которым мы познакомимся в следующем параграфе.

Рассмотренное выше формирование максимумов и минимумов при дифракции Фраунгофера на щели имеет общий характер при дифракции на препятствиях другого вида. С помощью (5.23) можно показать, что при дифракции Фраунгофера электромагнитной волны на произвольном препятствии, размер которого равен b , *угловой размер области главного максимума дифракционного поля от препятствия*, может быть оценён с помощью формул (5.30).

На рис. 5.33 приведена фотография распределения интенсивности света при наблюдении дифракции Фраунгофера на круглом отверстии в непрозрачном экране, изображение которого вполне согласуется с приведенными выше рассуждениями.

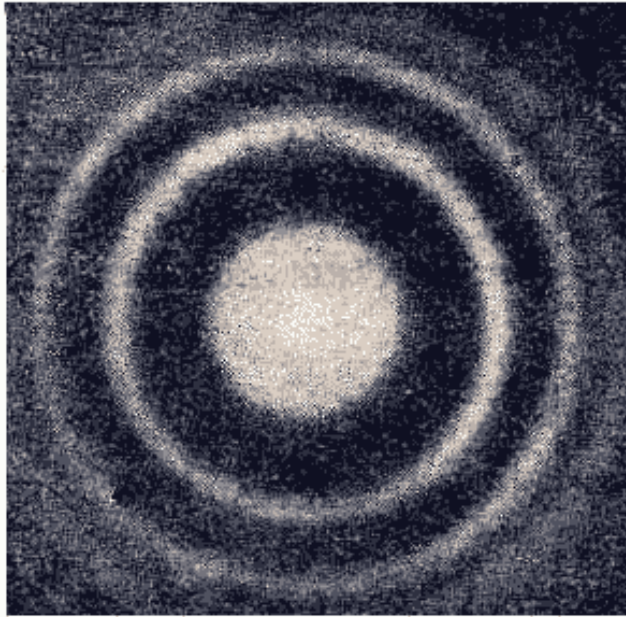


Рис. 5.33.

Для наблюдения дифракции Фраунгофера должно быть выполнено условие (5.22). Определим соотношение между размером отверстия D и расстоянием z , при котором приходящую в точку наблюдения волну ещё можно считать плоской (рис. 5.34).

Заметим, что введённый выше в (5.21b) параметр $k\Delta$ определяет отличие фаз сферической и плоской волн, приходящих в точку наблюдения от отверстия. Поэтому в качестве предельно допустимого значения этого параметра можно выбрать его значение, равное 0.5π , т. е. $k\Delta = 0.5\pi$. Используя неравенства (5.19b), с учётом конечного размера отверстия ($|x_i| \leq D/2; |y_i| \leq D/2$), получим искомую взаимосвязь между z и D :

$$z_f = 2D^2 / \lambda \quad (5.30)$$

Таким образом, для наблюдения дифракции Фраунгофера на отверстии размером D точка наблюдения должна находиться на расстоянии z , превышающем z_f , т.е.:

$$z > 2D^2 / \lambda \quad (5.31a)$$

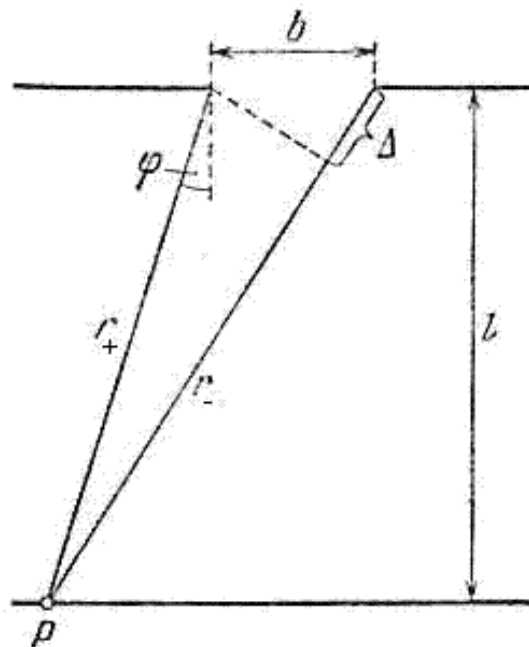


Рис. 5.34.

Если же

$$z < 2D^2 / \lambda, \quad (5.31b)$$

то приходящие в точку наблюдения волны будут существенно отличаться от плоских и в точке наблюдения будет иметь место *наиболее общий случай дифракции, называемый дифракцией Френеля*.

В пределе при очень малых расстояниях точки наблюдения от отверстия

$$z \ll 2D^2 / \lambda \quad (5.32c)$$

можно пренебречь фазовыми набегами волн от отверстия и считать, что свет распространяется вдоль лучей *по законам геометрической оптики*.

Если учесть, что в соответствии с выражение (5.12) площадь первой зоны Френеля, открываемой из точки наблюдения на расстоянии z от экрана, равна $\pi\lambda z$, а $0.25\pi D^2$ площадь отверстия, то условия (5.24) можно переписать в виде оценки числа открытых зон Френеля m :

а) для наблюдения дифракции Фраунгофера должна быть открыта меньшая часть первой зоны Френеля, т. е.

$$m < 1; \quad (5.33a)$$

б) для наблюдения дифракции Френеля должно быть открыто несколько зон Френеля, т. е.

$$m > 1; \quad (5.33b)$$

в) для применимости геометрической оптики должно быть открыто большое число зон Френеля, т. е.

$$m \gg 1. \quad (5.33c)$$

Числа в этих неравенствах, указывающие границы возможности наблюдать тот или иной вид дифракции (или вообще не наблюдать дифракцию, как это имеет место для геометрической оптики) имеют условное значение, которое на практике определяется точностью, предъявляемой к решению рассматриваемой задачи дифракции.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote]



[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)



ГЛАВА 5. Дифракция света

5.5 Дифракционная решётка

Периодическая система одинаковых, расположенных на одном и том же расстоянии друг от друга щелей, называется *дифракционной решёткой*. Расстояние d (рис.5.35) между серединами соседних щелей называется *периодом дифракционной решётки*. Обычно в дифракционных решётках, используемых в оптике, щели являются узкими, т.е. их размер b во много раз меньше периода дифракционной решётки d ($b \ll d$). Размер дифракционной решётки, состоящей из N узких щелей, называется её *шириной* L и вычисляется по формуле $L = dN$ (рис. 5.35).

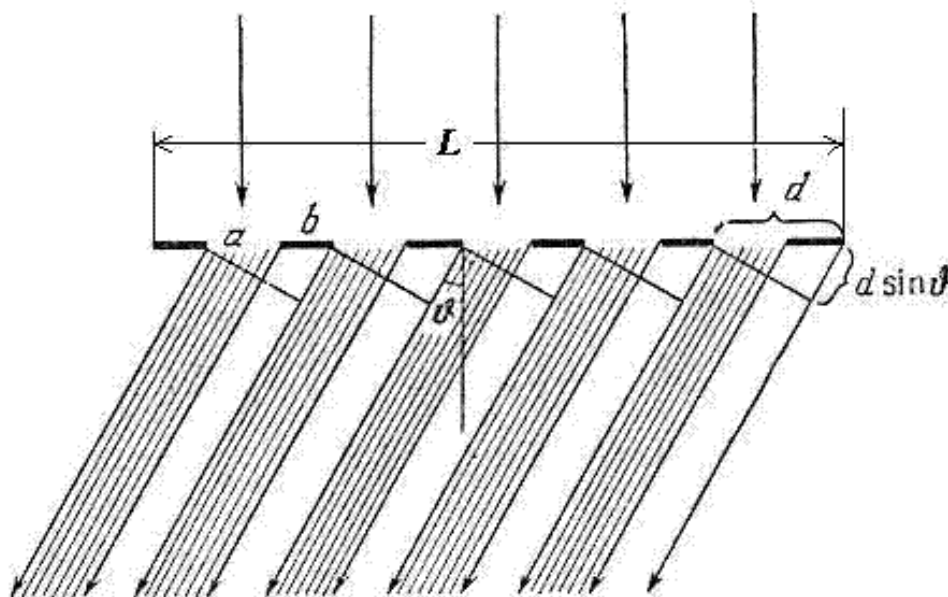


Рис. 5.35.

При освещении дифракционной решётки плоской световой волной с длиной волны λ , нормально падающей на решётку, на достаточно большом расстоянии от решётки наблюдается дифракционная картина, которая может наблюдаться и на конечном расстоянии с помощью выпуклой линзы на плоском экране, помещённом в её фокусе (рис. 5.36).

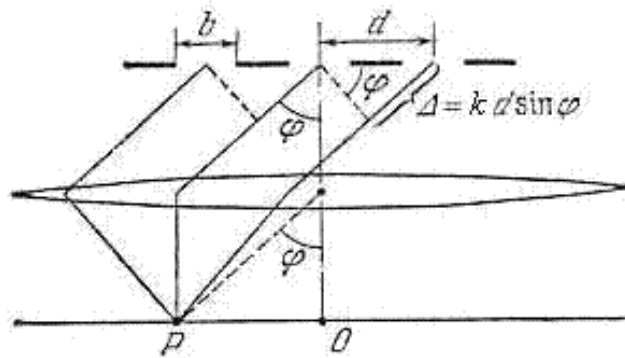


Рис. 5.36.

Пусть *радиус пространственной когерентности* падающей электромагнитной волны $\rho_c \gg L$. В этом случае в точке наблюдения P волны от каждой из щелей будут когерентными и комплексная амплитуда, испытавшей дифракцию волны, будет равна сумме комплексных амплитуд волн от каждой из щелей. Для расчёта дифракционной картины создаваемой световым потоком, освещающим решётку, применим подход, использованный в главе 4 для расчёта *многолучевой интерференции*.

Комплексные амплитуды волн от каждой из щелей решётки, рассчитываемые по формуле (5.25a), учитывающей угловой направленности одинаковых щелей, различаются друг от друга только фазовым множителем. Причём, фазы волн от соседних щелей отличаются на одинаковую величину Δ (рис. 5.36):

$$\Delta = kd \sin(\varphi), \quad (5.34)$$

где φ - угол в направлении точки наблюдения P , $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число.

В соответствии со сказанным комплексная амплитуда $E(P)$ в точке наблюдения будет равна

$$E(P) = E_0 b \sin(0.5kb \sin \varphi) / (0.5kb \sin \varphi) (1 + \exp(i\Delta) + \exp(2i\Delta) + \dots + \exp(i(N-1)\Delta)),$$

если отсчитывать фазы волн от каждой из щелей по отношению к фазе первой.

Замечая, что сумма в скобках этого выражения представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \exp(i\Delta)$, получим:

$$E(P) = E_0 b \exp(0.5(N-1)\Delta) \sin(0.5kb \sin \varphi) \sin(0.5N\Delta) / ((0.5kb \sin \varphi) (\sin(0.5\Delta))). \quad (5.35a)$$

Отсюда следует выражение для интенсивности волны $I(P)$ на большом расстоянии от дифракционной решётки

$$I(P) = I_e (\sin(0.5kb \sin \varphi) / (0.5kb \sin \varphi))^2 (\sin(0.5N\Delta) / (\sin(0.5\Delta)))^2 \quad (5.35b)$$

где $I_e = I_0 b^2 / R^2$ - интенсивность в центре дифракционной картины, расположенном на расстоянии R напротив середины дифракционной решётки; $I_0 = E_0^2 / \zeta$ - интенсивность освещающей поверхность дифракционной решётки волны.

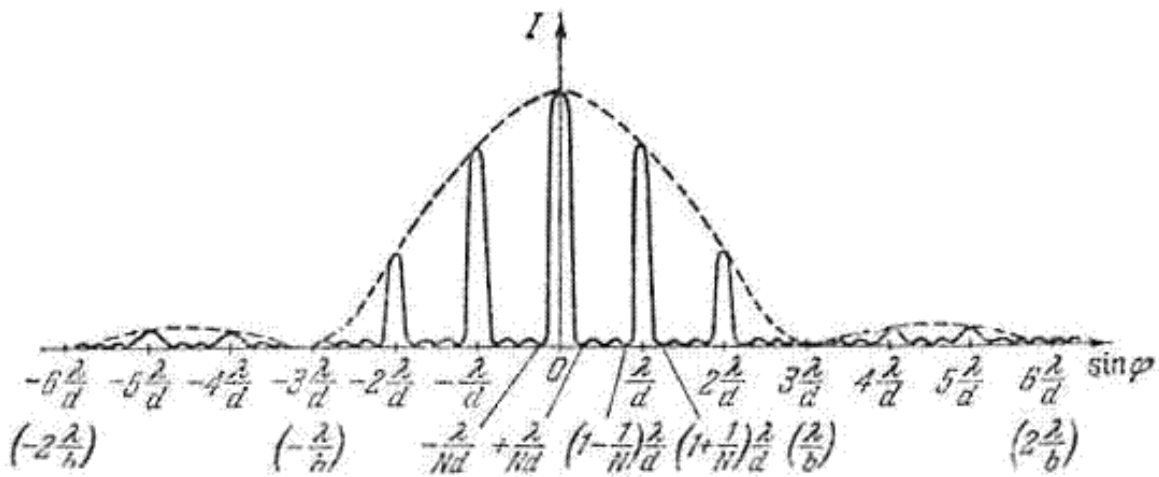


Рис. 5.37.

Характер распределения интенсивности в соответствии с (5.35b) представляет собой чередование главных дифракционных максимумов, между которыми располагаются побочные дифракционные максимумы и минимумы (рис. 5.42).

Главные дифракционные максимумы интенсивности располагаются в направлениях φ_m , в которых волны от щелей в точке наблюдения имеют разность хода, кратную λ , т.е.:

$$\sin(\varphi_m) = m\lambda/d, \quad (5.36)$$

где $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ - целые числа.

Главный дифракционный максимум, соответствующий направлению, называется дифракционным максимумом m -го порядка. Центральный дифракционный максимум соответственно является дифракционным максимумом нулевого порядка ($m = 0$) и имеет наибольшую величину

$$I_{\max}(P) = \tilde{C}I_0 b^2 N^2 \quad (5.37)$$

По мере увеличения порядка дифракционного максимума его интенсивность уменьшается из-за влияния диаграммы направленности щели. Для узких щелей ($b \ll d$) $b \ll d$ этим уменьшением можно пренебречь.

Если дифракционная решётка освещается белым светом, то все дифракционные максимумы ($|m| \geq 1$) за исключением центрального оказываются *окрашенными в цвета спектральных составляющих падающей волны*. Это является следствием зависимости направления дифракционных максимумов (5.36) от длины волны λ . Спектральные составляющие с меньшей длиной волны располагаются ближе к центру дифракционной картины, а с большей длиной ближе к её периферии.

Свойство дифракционной решётки разделять в пространстве различные спектральные составляющие падающего на неё излучения позволяет её использовать в качестве *спектрального прибора*, с помощью которого можно *исследовать спектры различных источников излучения*.

Основными характеристиками дифракционной решётки как спектрального прибора являются такие её

параметры, как дисперсия и разрешающая способность.

Дисперсия дифракционной решётки.

Дисперсия дифракционной решётки определяется угловым или линейным расстоянием между дифракционными максимумами, соответствующих спектральным составляющим, длина волны которых отличается на единицу.

Следовательно, математическим выражением для угловой дисперсии D_φ дифракционной решётки является следующее выражение:

$$D_\varphi = \delta\varphi / \delta\lambda. \quad (5.38)$$

После дифференцирования по λ выражения (5.36), определяющего угловые направления максимумов дифракционной решетки, получим:

$$D_\varphi = m / (d \cos\varphi), \quad (5.39)$$

где m - порядок дифракционного максимума.

Отсюда можно сделать вывод, что наибольшую дисперсию имеет дифракционная решётка при наблюдении максимумов максимально возможного порядка под углами, близкими к скользящим ($\varphi \rightarrow \pm 0.5\pi$).

Например, возможно наблюдение окрашенной (радужной) дифракционной картины на такой грубой отражательной дифракционной решётке, которая представляет собой виниловая грампластинка. Для этого необходимо смотреть вдоль её поверхности на источник света.

Определим *максимальное число m наблюдаемых порядков дифракции в дифракционной решётке*. Из формулы (5.36) следует, что неравенство $|\sin(\varphi)| \leq 1$ возможно, при условии, что

$$|m| \leq d / \lambda. \quad (5.40)$$

Линейная дисперсия D_λ в соответствии с определением может быть найдена из выражения

$$D_\lambda = \delta / \delta\lambda. \quad (5.41)$$

При *наблюдении дифракционной картины в фокальной плоскости линзы* (рис. 5.41) очевидно

$$D_\lambda = f D_\varphi, \quad (5.42)$$

где f - фокусное расстояние линзы.

Разрешающая способность дифракционной решётки определяется безразмерной величиной

$$R = \lambda / \delta\lambda. \quad (5.43)$$

где $\delta\lambda$ - минимальная разность длин волн спектральных составляющих источника излучения, при которых эти составляющие ещё воспринимаются раздельно.

Критерий раздельного восприятия различных спектральных составляющих источника излучения был предложен Рэлеем. В соответствии с этим критерием, два дифракционных максимума воспринимаются раздельно, если середина одного максимума совпадает с краем (минимумом) другого (рис. 5.38). Такому взаимному расположению разрешаемых максимумов одинаковой интенсивностей соответствует пресечение их распределений на уровне половины от максимального значения (рис.5. 38).

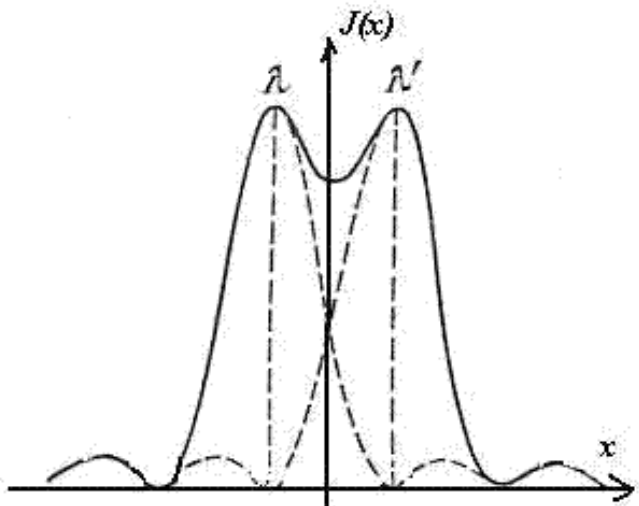


Рис. 5.38.

Найдём угловую ширину дифракционного максимума m порядка $\Delta\varphi_m$. Очевидно, $\Delta\varphi_m$ определяется двумя ближайшими минимумами $\varphi_{\text{мин}+}(m), \varphi_{\text{мин}-}(m)$ к направлению дифракционного максимума m порядка:

$$\Delta\varphi_m = \varphi_{\text{мин}+}(m) - \varphi_{\text{мин}-}(m). \quad (5.44)$$

Направления $\varphi_{\text{мин}+}(m), \varphi_{\text{мин}-}(m)$ определяются из условия образования замкнутой кривой, суммой комплексных амплитуд от всех щелей:

$$\sin\varphi_m = k'\lambda / (Nd), \quad (5.45)$$

где k' - принимает все целые значения кроме $0, \pm N, \pm 2N, \pm 3N, \dots$

С учётом того, что ближайшие к m - ому максимуму нули соответствуют значениям $k' = \pm 1$, получаем:

$$\Delta\varphi_m = \arcsin[(m+1/N)\lambda/d] - \arcsin[(m-1/N)\lambda/d]. \quad (5.46)$$

При большом числе щелей $m \gg 1$, с помощью дифференцирования находим:

$$\Delta\varphi_m \approx (2\lambda/Nd) / \sqrt{1 - (m\lambda/d)^2} \quad (5.47a)$$

В частности, для центрального максимума $m = 0$, имеем

$$\Delta\varphi_m \approx (2\lambda/Nd). \quad (5.47b)$$

Из выражений (5.47a) следует, что угловая ширина дифракционных максимумов обратно пропорциональна ширине решётки (Nd) и с увеличением m увеличивается. Увеличение связано с тем, что для больших значений m уменьшается эквивалентная ширина дифракционной решётки $L_{\text{экв}}$, которая представляет собой проекцию дифракционной решётки на направление, перпендикулярное направлению m -ого дифракционного максимума (рис. 5.39).

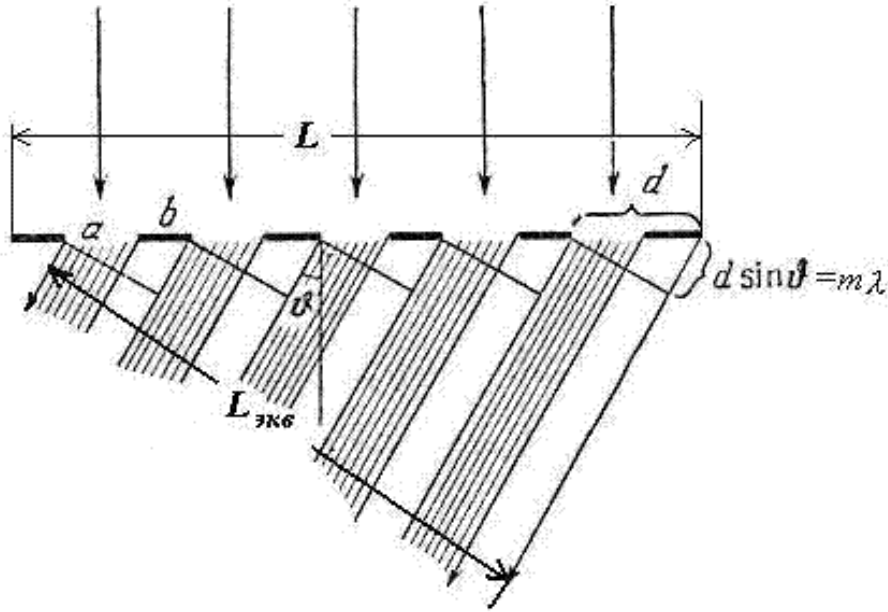


Рис. 5.39.

Исходя из (5.36) и (5.45), определим направление φ_m середины максимума m -ого порядка, соответствующего длине волны $\lambda + \Delta\lambda$

$$\sin\varphi_{\max} = m(\lambda + \Delta\lambda)/d \quad (5.48a)$$

и направления края максимума m -ого порядка, соответствующего длине волны λ

$$\sin\varphi_{\min} = (m \pm 1/N)\lambda/d \quad (5.48b)$$

Равенство направлений на середину максимума и края минимума ($\varphi_{\max} = \varphi_{\min}$) двух спектральных составляющих возможно, если выполнено условие равенства выражений (5.48a) и (5.48b):

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m \pm 1/N)\lambda/d$$

Отсюда получаем выражение определяющее разрешающую способность дифракционной решётки:

$$R = \lambda/\delta\lambda = mN. \quad (5.49)$$

Из этой формулы следует, что разрешающая способность дифракционной решётки тем, больше, чем

больше число щелей N и чем больше порядок дифракционного максимума m , который используется для разрешения спектральных компонент. Физическая причина такой зависимости разрешающей способности от N и m очевидна ввиду того, что при увеличении N сужаются дифракционные максимумы, а при увеличении m увеличивается угловая дисперсия дифракционной решётки, благодаря чему облегчается раздельное восприятие разрешаемых спектральных компонент.

Дифракционные решётки могут быть использованы для наблюдений, как в проходящем свете, так и в отражённом. Для *изготовления дифракционных решёток* используют специальную технологию нанесения штрихов на поверхность стекла или металла. *Количество штрихов* может достигать несколько сотен тысяч. Для металлических решёток штрихи могут наноситься на вогнутую поверхность и в этом случае дифракционные решётки называются вогнутыми. Применение металла для изготовления дифракционных решёток имеет определённые преимущества перед использованием стекла для этих целей. Главное из них возможность более строгого соблюдения периодичности нанесения штрихов на поверхности решётки. Это является следствием меньшей твёрдости металла по сравнению со стеклом, в результате чего меньше изнашивается резец, наносящий штрихи, и периодичность на поверхности металлической дифракционной решётки выдерживается лучше, чем на поверхности стеклянной. Изготовленные высококачественные металлические дифракционные решётки используются для применения более дешёвых копий путём изготовления их отпечатков на желатине. Первая дифракционная решётка была изготовлена в 1785г. американским астрономом *Риттенгаузом*, но по прямому назначению не использовалась. В 1821г. дифракционная решётка была изготовлена *Фраунгофером* для спектральных исследований солнечного излучения. Дифракционная решётка Фраунгофера имела порядка нескольких сотен штрихов на сантиметр и изготавливалась путём намотки тонкой проволоки на два параллельных винта. Дальнейшее развитие технологии изготовления дифракционных решёток сделали возможным получение решёток с несколькими десятками тысяч штрихов на сантиметр.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[S]ote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 5. Дифракция света**5.6 Дифракция рентгеновских лучей**

В природе в роли дифракционных решёток выступают вещества, имеющие кристаллическую структуру. Для таких веществ характерно *упорядоченное расположение атомов или молекул в пространстве*. При их облучении электромагнитными волнами последние испытывают явление дифракции на атомах или молекулах, в результате становится возможным наблюдать перераспределение интенсивности падающей волны. Структура наблюдаемой дифракционной картины определяется закономерностями расположения атомов и молекул. По этой причине явление дифракции электромагнитных волн может быть использовано для исследования структуры строения вещества, а при известной структуре кристалла - для изучения спектрального состава излучения естественных и искусственных источников излучения.

Выше при изучении свойств дифракционной решётки было установлено, что для увеличения их разрешающей способности и дисперсии расстояние между щелями d должно быть во много раз больше длины волны λ облучающей волны, т. е.

$$d \ll \lambda. \quad (5.50)$$

В кристаллах в роли щелей выступают атомы или молекулы, а период решётки определяется межатомным расстоянием d (рис. 5.40). Учитывая, что порядок величины $d \approx 10^{-8}$ м, для выполнения условия (5.50) необходимо использовать электромагнитные волны с очень малой длиной волны. Для этой цели подходят *электромагнитные волны рентгеновского диапазона* с длиной волны $\lambda \approx 10^{-12}$ м.

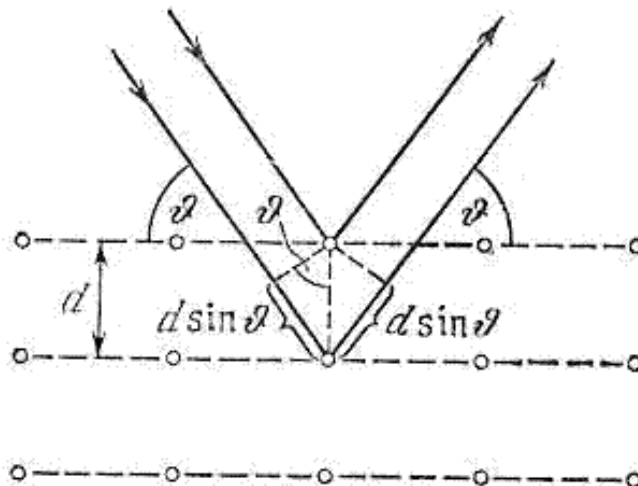


Рис. 5.40.

Изучение структуры кристаллических, а также *поликристаллических веществ* с помощью явления

дифракции электромагнитных волн рентгеновского диапазона составляет сущность *рентгеноструктурного анализа*.

Как известно, структура расположения атомов в кристалле может иметь достаточно сложный, трёхмерный порядок, определяемый т.н. *группами симметрии кристалла*. Для упрощения рассуждений рассмотрим самый простой случай регулярного расположения атомов в *кристаллических плоскостях* вдоль прямых линий, параллельных оси OX , с межатомным расстоянием d_x (рис. 5.40). Тогда распределение интенсивности наблюдаемой дифракционной картины будет одинаковым в любой плоскости, проходящей через линии расположения атомов и перпендикулярной кристаллическим плоскостям.

По этой причине можно ограничиться анализом дифракции плоской рентгеновской волны с длиной λ , падающей под углом θ к линии расположения атомов (рис. 5.40). При когерентном рассеянии волн атомами вещества в двух соседних кристаллических плоскостях в направлениях под углами θ_{m_x} к оси OX будут формироваться максимумы интенсивности дифракционной картины, если разность хода $\Delta l_x = 2d_x \sin \theta_{m_x}$ рассеянных волн в этих направлениях кратна длине волны:

$$2d_x \sin \theta_{m_x} = m_x \lambda, \quad (5.51a)$$

где $m_x = 1, 2, \dots$ - целые числа.

Выражение (5.51) известно как *формула Вульфа - Брэггов*. Из этой формулы следует, что при известной длине волны λ и порядке наблюдаемого дифракционного максимума m расстояние между кристаллическими плоскостями d_x может быть найдено из формулы:

$$d_x = 0.5 m_x \lambda / \sin \theta_{m_x} \quad (5.51b)$$

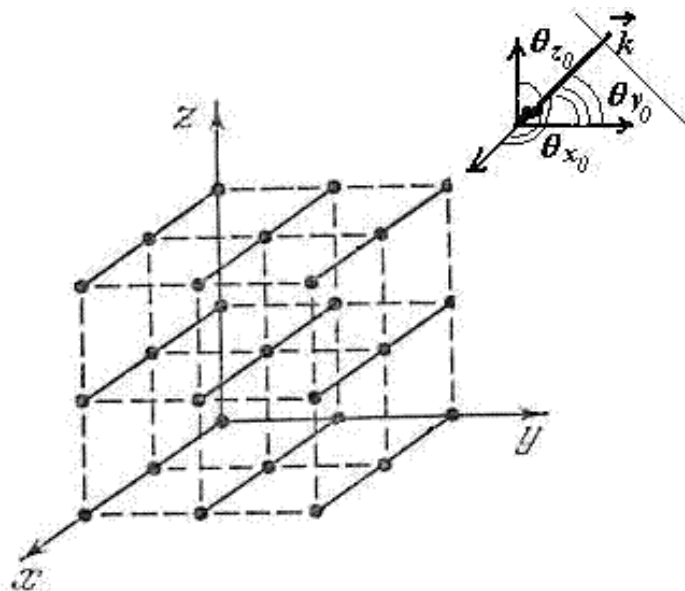


Рис. 5.41.

В более общем случае структуры кристалла при наличии порядка расположения атомов вдоль оси OY , определяемого межплоскостным расстоянием d_y , а также вдоль оси OZ , за которое отвечает межплоскостное расстояние d_z , в результате дифракции рентгеновских волн будут наблюдаться

дифракционные максимумы, угловое расположения которых имеет трёхмерный характер и задаётся для каждого из них углами $\theta_{m_x}, \theta_{m_y}, \theta_{m_z}$, где $m_x, m_y, m_z = 1, 2, \dots$ -- целые числа. Положение максимумов и межплоскостные расстояния связаны между собой, соотношениями, следующими из формулы Вульфа - Брэггов (5.51) с учётом угла падения рентгеновской волны на кристалл.

Пусть по отношению к осям выбранной декартовой системы координат XYZ (рис.5.41) направление падения волны составляет углы, равные $\theta_{x0}, \theta_{y0}, \theta_{z0}$. Между этими углами существует связь, следующая из очевидного соотношения:

$$\cos^2 \theta_{x0} + \cos^2 \theta_{y0} + \cos^2 \theta_{z0} = 1. \quad (5.52a)$$

С учётом изложенных выше соображений условия формирования дифракционных максимумов в направлениях $\theta_{m_x}, \theta_{m_y}, \theta_{m_z}$ могут быть записаны следующим образом:

$$d_x (\cos \theta_{m_x} - \cos \theta_{x0}) = \pm m_x \lambda; \quad (5.53a)$$

$$d_y (\cos \theta_{m_y} - \cos \theta_{y0}) = \pm m_y \lambda; \quad (5.53b)$$

$$d_z (\cos \theta_{m_z} - \cos \theta_{z0}) = \pm m_z \lambda. \quad (5.53c)$$

Система уравнений (5.53), дополненная условием аналогичным (5.52a)

$$\cos^2 \theta_{m_x} + \cos^2 \theta_{m_y} + \cos^2 \theta_{m_z} = 1 \quad (5.52b)$$

используется для определения искомых значений межплоскостных расстояний d_x, d_y, d_z

Распределение интенсивности рентгеновских волн при их дифракции на кристалле фиксируется на *фотоплёнку*, на которой после проявления можно наблюдать светлые и тёмные полосы, кольца, соответствующие дифракционным максимумам и минимумам.

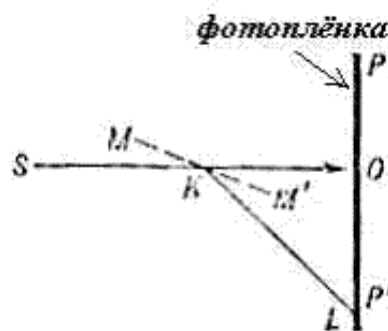


Рис. 5.42.

Рассмотрим *метод рентгеноструктурного анализа, предложенный Лауэ*. В этом методе рентгеновское излучение от источника S направляется на исследуемый монокристалл и испытывает дифракцию (рис. 5.42). На помещённой за монокристаллом с кристаллической осью MM' фотопластинке после PP' проявления получается совокупность черных точек, соответствующих дифракционным максимумам. Расшифровка записанной таким образом дифракционной картины,

называемой лауэграммой, позволяет получить представление о структуре кристалла. На рис.5.43 приведена *лауэграмма* берилла.

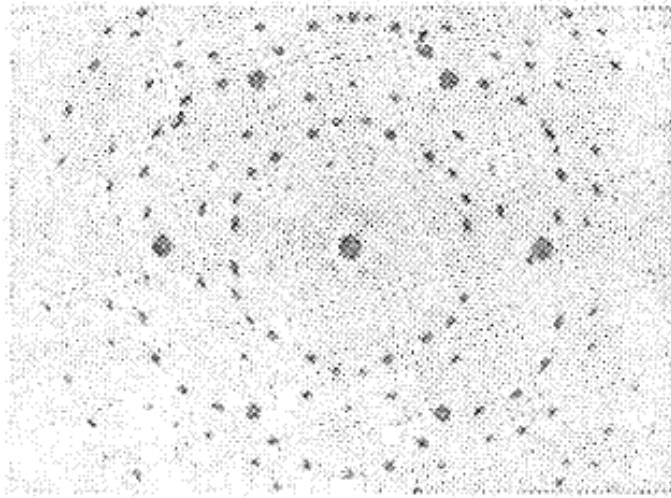


Рис. 5.43.

Другой *метод рентгеноструктурного анализа* был предложен Шерером и Дебаем для исследования поликристаллических образцов. Поликристаллические образцы получают в результате спекания измельчённого в порошок кристаллического вещества. Изготовленный таким способом образец в форме проволочки W помещается на оси камеры (рис. 5.44), на боковые стенки которой помещается фотоплёнка P .

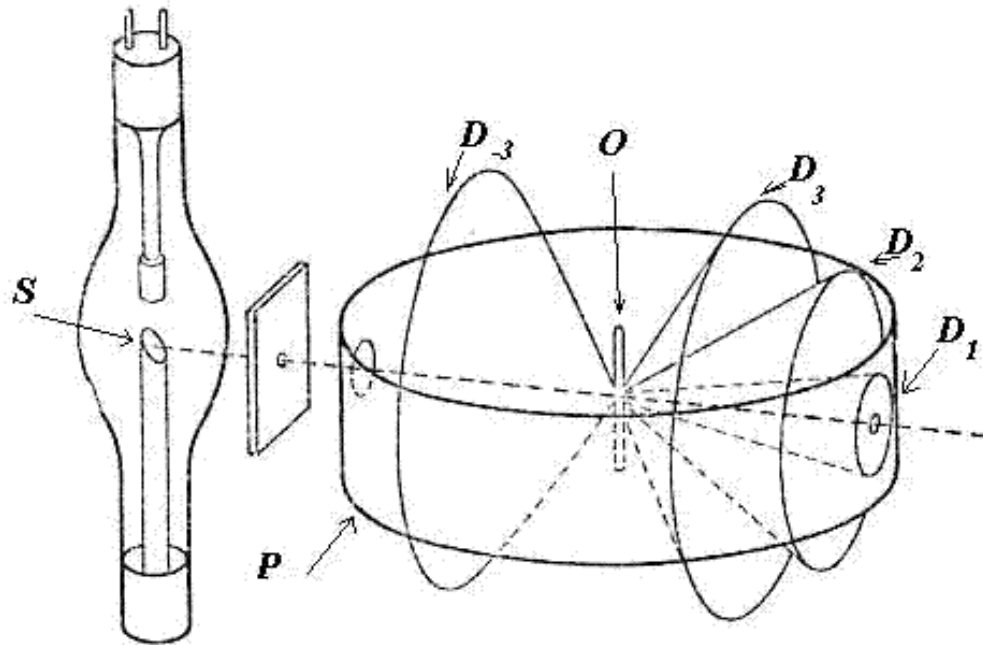


Рис. 5.44.

При облучении *монохроматическим рентгеновским излучением* от источника S поликристаллического образца O из-за беспорядочной ориентации кристаллических плоскостей различных его составляющих возникает конусы направлений D_1, D_2, D_3, \dots , в которых для рассеянных волн выполнено условие Вульфа - Брэггов.

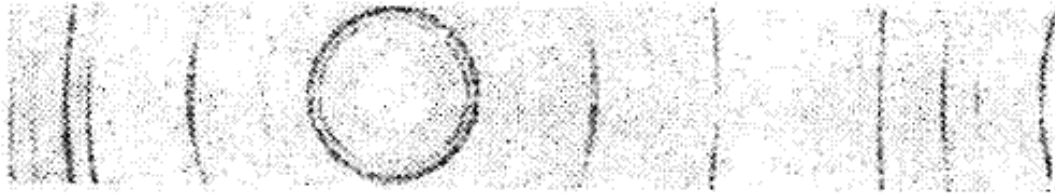


Рис. 5.45.

На плёнке после проявления дифракционная картина (*дебаетграмма*) будет иметь вид колец или полос в соответствии с рис. 5.45. Анализ дебаеграммы позволяет определить основные элементы структуры кристалла.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[.]Sote



[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)



ГЛАВА 6. Голография

6.1 Принципы записи и восстановления волновых фронтов

Любое изображение объекта воспринимается нами благодаря рассеянию светового излучения, освещающего объект. Как мы установили выше, характер распределения интенсивности рассеянного объектом светового потока определяется законами дифракции. В частности, в соответствии с этими законами в точке наблюдения рассеянная световая волна представляет собой суперпозицию элементарных вторичных волн от каждой точки поверхности объекта. Если представить освещаемый световой волной объект, окружённым некоторой замкнутой поверхностью S , то в соответствии с принципом Гюйгенса Френеля поле в точке наблюдения P будет определяться *сферическими волнами вторичных источников*, исходящих из каждой точки поверхности S , амплитуда и фаза которых равна амплитуде и фазе рассеянной объектом световой волны. Таким образом, если с помощью какого либо способа 'записать' распределение комплексных амплитуд, создаваемого при рассеянии световой волны некоторым объектом, то можно получить изображение этого объекта в точке наблюдения P при воспроизведении записанного распределения на той же поверхности S в отсутствие изображаемого объекта.

Для записи и воспроизведения волновых фронтов, переносящих изображение того или иного объекта или их совокупности, используется способ, получивший название - *голография*. В переводе с греческого языка голография означает '*полная запись*'. "Изобретателем" голографии является *Денис Габор*, с помощью которой он в 1947г. собирался увеличить *разрешающую способность электронных микроскопов*. Однако практическая реализация голографии стала возможной после появления источников монохроматического излучения - *лазеров*, а также изобретения *Лейтом* и *Упатниексом* в 1963г. способа разделения действительного и мнимого изображения объекта, записываемого на тонкой голограмме. Способ записи голограмм с помощью толстых слоёв эмульсии, устраняющий проблему совмещения действительного и мнимого изображения объекта, был предложен *Денисюком Ю.Н.* в 1962г.

Рассмотрим принцип голографии на примере использования для записи волнового фронта пластинки, покрытой тонким слоем фотоэмульсии. *Фотозэмульсия* представляет собой слой микроскопически малых *зёрен галлоидного серебра*, которые под действием света после проявления пластинки остаются на её поверхности в виде отложений *частичек металлического серебра*. Количество серебра на поверхности пластинки, образующееся под действием света, тем больше, чем больше интенсивность световой волны в том или ином месте её поверхности. Таким образом, распределение интенсивности светового потока на поверхности пластинки при её освещении передаётся после проявления в виде изменения плотности серебра в соответствующих местах её поверхности.

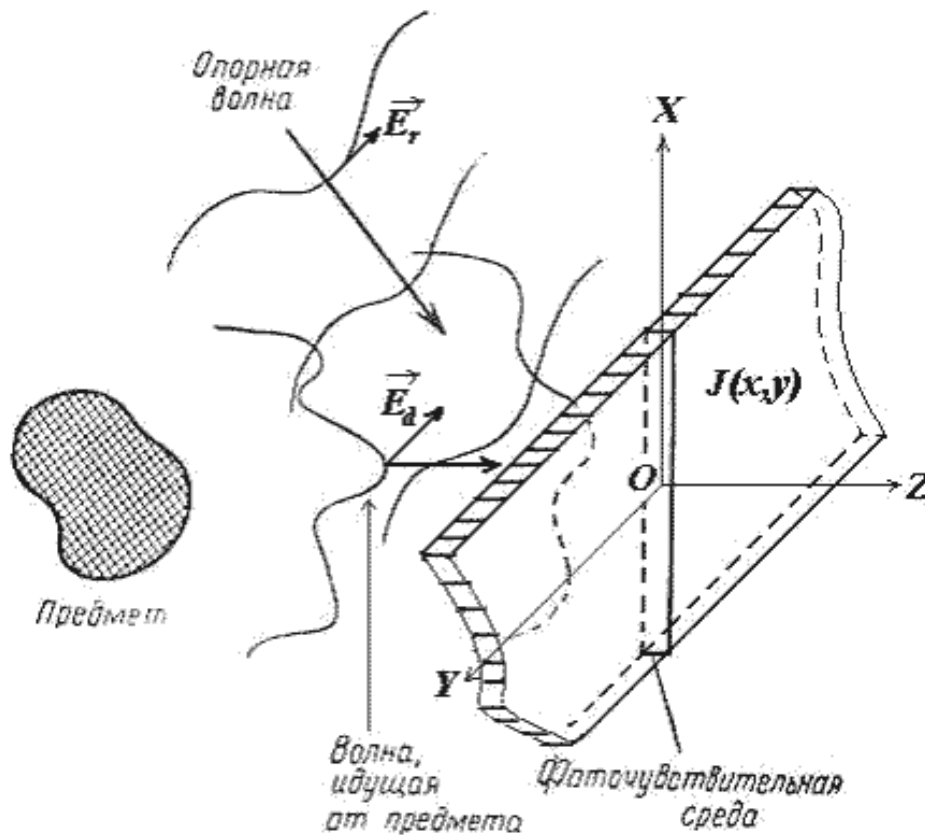


Рис. 6.1.

Процесс освещения фотопластинки светом для регистрации распределения его интенсивности на её поверхности называется **экспозицией**. Время экспозиции определяется интенсивностью регистрируемого светового потока и физико-химическими свойствами используемой фотоземлюли (**чувствительностью фотоплёнки**).

Голография представляет собой двухступенчатый процесс. На первом его этапе производится **запись на голограмме волнового фронта**, переносящего изображения объекта. На втором этапе получается восстановление изображения объекта с голограммы. Причём, это изображение в отличие от фотографического имеет трёхмерный характер, т.е. его можно рассматривать под различными ракурсами (углами зрения).

Рассмотрим первый этап голографии - запись волнового фронта объекта \vec{E}_2 , изображение которого мы хотим получить. В дальнейшем будем называть этот волновой фронт - **предметным**. Для записи изображения объекта используется **фоточувствительная среда** (например, **фотопластинка**) и дополнительное волновое поле \vec{E}_r , называемое **опорным**, в соответствии со схемой, изображённой на рис. 6.1. На используемой для записи волновых фронтов фотопластинке регистрируется распределение интенсивности I , соответствующее **интерференции предметной и опорной волн**, т.е.

$$J = C |\vec{E}_2 + \vec{E}_r|^2, \quad (6.1)$$

где $C = 1/\zeta$ константа пропорциональности, равная обратной величине волнового сопротивления среды ζ .

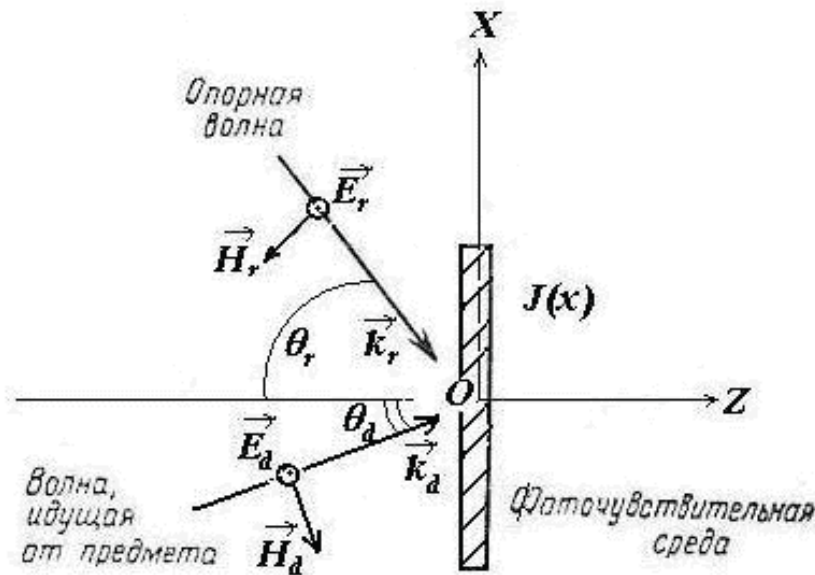


Рис. 6.2.

В целях упрощения следующих далее рассуждений предположим, что предметный и опорный волновые фронты представляют собой две плоские когерентные световые волны с одной и той же длиной волны λ и поляризацией, падающие соответственно под углами θ_d, θ_r на поверхность фотопластинки, расположенной в плоскости $z = 0$ выбранной системы координат XYZ (рис. 6.2). Для определённости будем полагать, что направление колебаний векторов напряжённости электрических полей предметной и опорной волны параллельно оси OY . В этом случае вектор напряжённости суммарного электрического поля предметной и опорной волны также будет параллелен оси OY . По этой причине в приводимых ниже расчётах, можно не использовать векторные обозначения для напряжённости электрического поля волн. Тогда, их комплексные амплитуды определяются следующими выражениями:

$$E_d = E_{d0} \exp(i\vec{k}_d \cdot \vec{r}); \quad (6.2a)$$

$$E_r = E_{r0} \exp(i\vec{k}_r \cdot \vec{r}), \quad (6.2b)$$

где \vec{k}_d и \vec{k}_r - волновые вектора, соответствующие предметной и опорной волнам.

Подставляя эти выражения в (6.1), получим

$$J = C(E_{d0}^2 + E_{r0}^2 + 2E_{d0}E_{r0} \cos(\varphi_r - \varphi_d)), \quad (6.3a)$$

где $\varphi_r = (\vec{k}_r \cdot \vec{r})$ и $\varphi_d = (\vec{k}_d \cdot \vec{r})$ распределения фаз опорной и предметной волн.

Если учесть, что на поверхности фотопластинки ($z = 0$) фазы плоских опорной и предметной волн соответственно равны $\varphi_r = 2\pi x(\sin \theta_r) / \lambda$; $\varphi_d = 2\pi x(\sin \theta_d) / \lambda$, из (6.3a) следует, что распределение суммарной интенсивности этих волн на поверхности фотопластинки представляет собой периодическую функцию координаты x :

$$J(x) = C(E_{d0}^2 + E_{r0}^2 + 2E_{d0}E_{r0} \cos(2\pi x(\sin \theta_r - \sin \theta_d) / \lambda)). \quad (6.3b)$$

Из выражения (6.3b) следует, что распределение интенсивности на поверхности фотопластинки имеет вид системы чередующихся максимумов и минимумов (рис. 6.3a), характерной для *интерференционной картины от двух когерентных точечных источников*, наблюдаемой на достаточно удалённом от них экране. После проявления фотопластинки на её поверхности в местах, которым соответствуют максимумы интенсивности, будут отмечены тёмные полосы и, наоборот, минимумам соответствуют светлые полосы на фотопластинке (рис. 6.3b). Полученное изображение можно рассматривать, как *дифракционную решётку*, если приближённо считать что тёмные участки проявленной фотопластинки полностью поглощают проходящий через них свет, а светлые - полностью пропускают его.

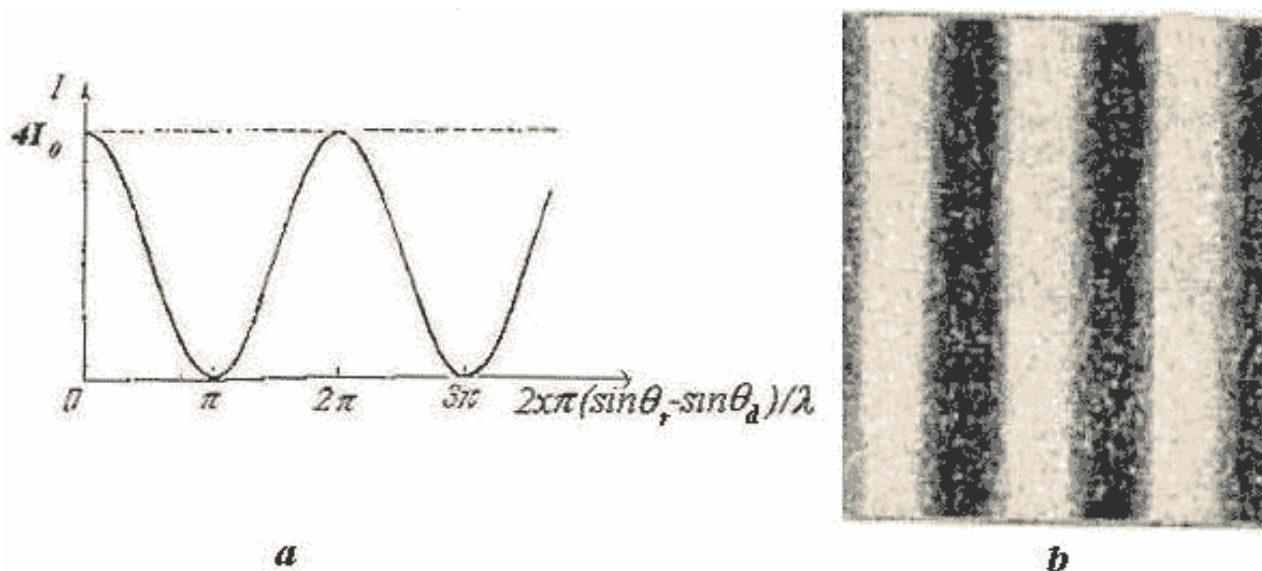


Рис. 6.3.

С другой стороны изображение на фотопластинке, соответствующее (6.1) или (6.3), после проявления можно рассматривать как некоторый *транспарант*, обладающий переменной прозрачностью от точки к точке на его поверхности, которую можно задать с помощью функции $T(x, y)$, в общем случае зависящей от двух координат x, y , причём,

$$T(x, y) = \chi J(x, y), \quad (6.4a)$$

где χ - константа пропорциональности, зависящая от физико-химических свойств материала фотопластинки, процесса её проявления и записи голограммы.

Транспарант переменной прозрачности, пропорциональной распределению суммарной интенсивности опорной и предметной волн на его поверхности, называется *голограммой опорной и предметной волн*.

По существу голограмма представляет собой *интерферограмму опорной и предметной волн*, распределение интенсивности на поверхности которой определяется их разностью фаз.

Рассмотрим второй этап голографического процесса - *восстановление изображения, записанного на голограмме*. На этом этапе проявленная фотопластинка - голограмма освещается опорной световой волной E_y^*

$$E_y^* = E_{y0} \exp(-i\vec{k}_y \cdot \vec{r}), \quad (6.5)$$

падающей на поверхность голограммы под зеркальным углом по отношению к направлению волны, используемой для получения голограммы (рис. 6.4).

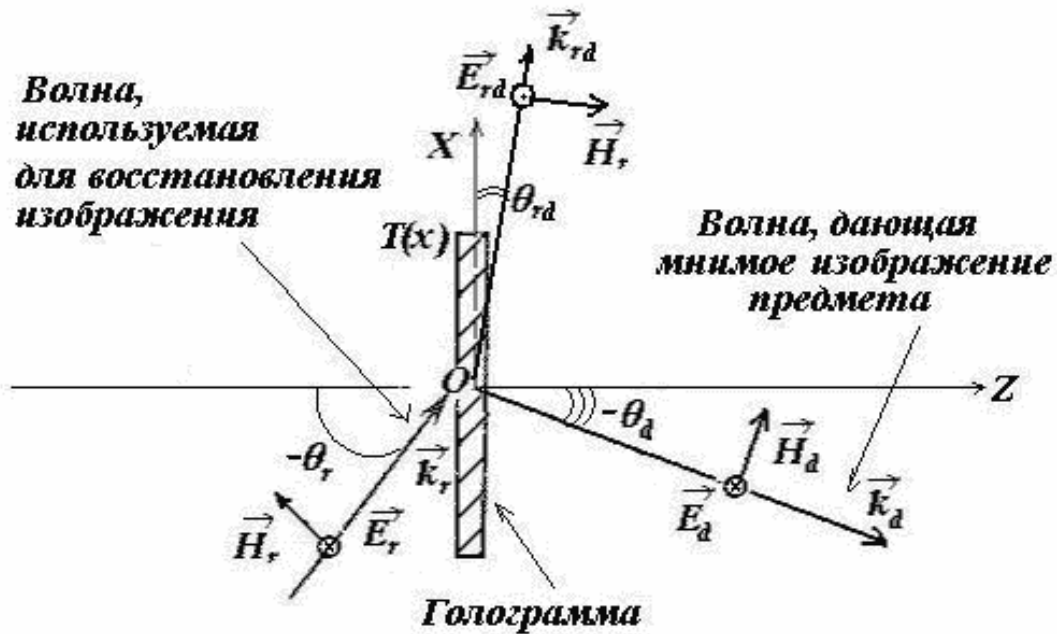


Рис. 6.4.

В результате явления дифракции на голограмме освещающей её волны E_r^* в *приближении Кирхгофа* за голограммой образуется распределение комплексных амплитуд E_{out} , которое соответствует сумме трёх волновых фронтов (рис. 6.4)

$$E_{out} = \chi T(x, y) E_r^* = \chi C (|E_{d0}|^2 + |E_{r0}|^2) E_r^* + \chi C |E_{r0}|^2 E_{d0} \exp(-i(\vec{k}_d, \vec{r})) + \chi C (E_r^*)^2 E_d \exp(-i2(\vec{k}, \vec{r})) = \hat{C}_r E_r^* + \hat{C}_d E_d^* + \hat{C}_{rd} E_{rd} \quad (6.6)$$

где $\hat{C}_r, \hat{C}_d, \hat{C}_{rd}$, - константы пропорциональности, зависящие от физико-химических свойств материала фотопластинки, процесса её проявления и записи голограммы, в конечном счёте, определяющие интенсивности волновых фронтов E_r^*, E_d^*, E_{rd} , распространяющихся за голограммой:

E_r^* - волновой фронт, освещающий голограмму;

E_d^* - волновой фронт, соответствующий мнимому изображению предмета;

E_{rd} - волновой фронт, который можно трактовать, как соответствующий действительному изображению предмета, промодулированному волной, используемой для освещения голограммы. Помимо мнимого изображения с голограммы получается и действительное, но оно размещается в стороне и не мешает наблюдению мнимого.



ГЛАВА 6. Голография**6.2 Виды голограмм**

Повторяя рассуждения предыдущего параграфа, можно показать, что при освещении голограммы (6.4а) опорной световой волной E_r , получается *действительное изображение предмета* (рис. 6.5). При этом, как и для случая изображённого на рис. 6.4, одновременно с действительным с голограммы восстанавливается и *мнимое изображение*, но оно размещается в стороне и не мешает наблюдению действительного.

Формирование одновременно действительного и мнимого изображения предмета, записанного на тонкой голограмме, есть следствие того, что она тонкая. Соответствующая такой голограмме плоская дифракционная решётка имеет точно такой же вид, как если бы на ней было записано действительное изображение предмета.

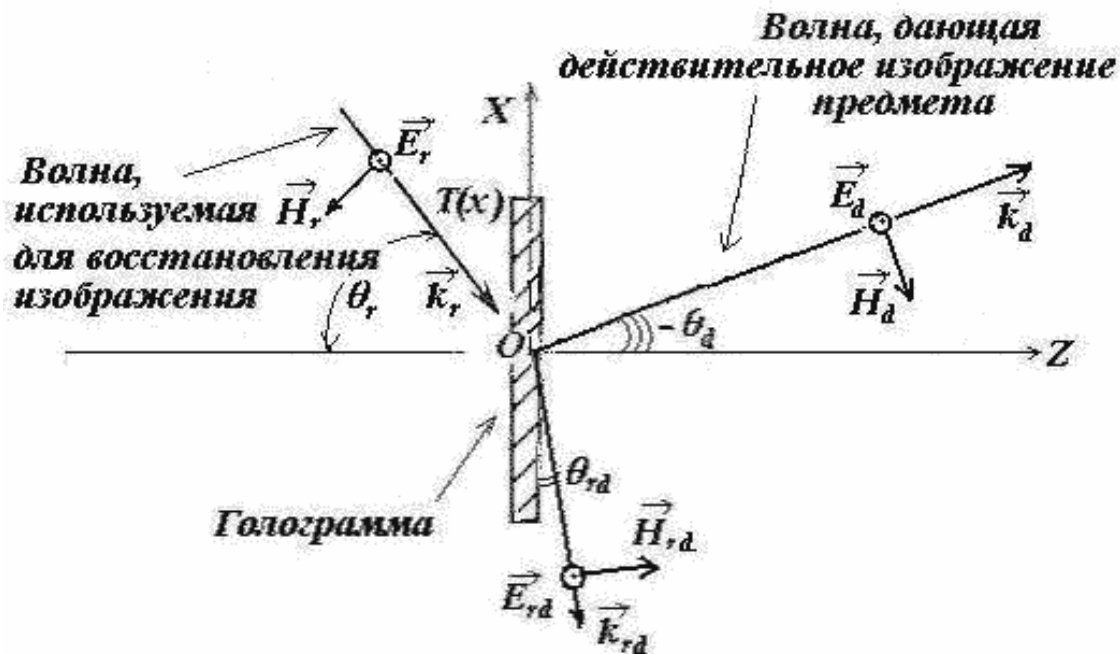


Рис. 6.5.

Напротив, для *голограмм, записываемых на фотопластинке с 'толстым' слоем фотоэмульсии*, при записи голограммы образуется объёмная структура зёрен серебра, представленная на рис. 6.6а,б в виде *"отражающих слоёв"* и соответствующая распределению максимумов интенсивности, освещающей голограмму волны, которая передаёт *кривизну записываемых волновых фронтов* (рис. 6.6а,б). В результате при восстановлении мнимого изображения предмета с таких голограмм не возникает его действительного двойника.

Отметим одну особенность объяснения принципа действия объёмных голограмм, следующую из рис. 6.6. В объёмных голограммах пространственную структуру отражающих слоёв внутри голограммы

можно рассматривать как *объёмную дифракционную решётку*, в которой направление на дифракционный максимум связано с межплоскостным расстоянием и длиной волны *условием Вульфа - Брэггов*. Тогда, для определения углового направления θ_B , в котором наблюдается восстанавливаемое с голограммы изображение, может быть определено с помощью формулы Вульфа - Брэггов, рассмотренной в главе 5.

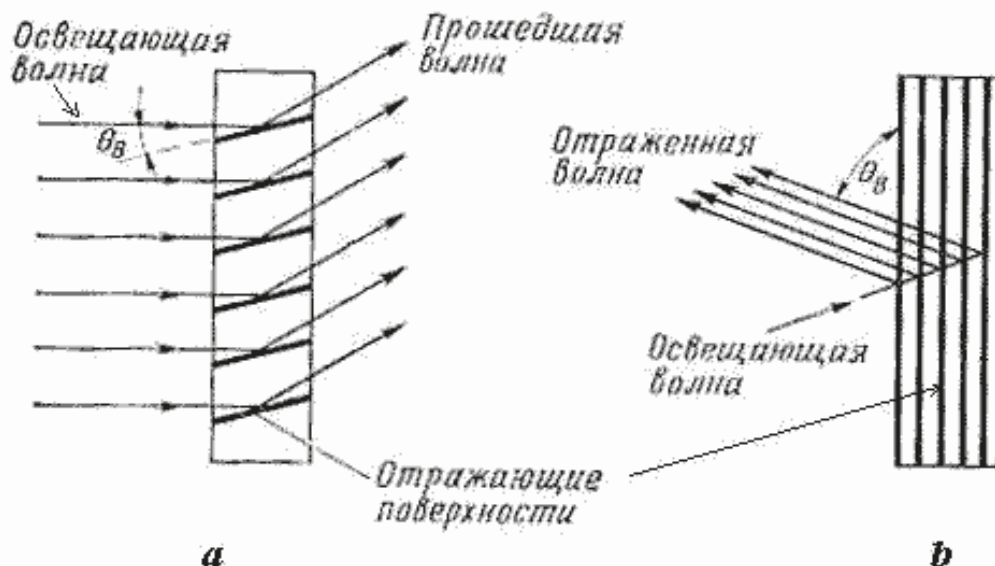


Рис. 6.6.

Кроме этого отметим, что на рис. 6.6a представлена *объёмная пропускающая голограмма*, в которой записанное изображение восстанавливается в проходящих голограмму световых волнах. Для таких голограмм коэффициент пропускания пропорционален распределению интенсивности опорного и предметного волновых фронтов в соответствии с выражением (6.4a).

На рис. 6.6b представлена *объёмная отражающая голограмма*, в которой в которой записанное изображение восстанавливается в отраженных от голограммы световых волнах. Для таких голограмм коэффициент отражения $R(x, y)$ пропорционален распределению интенсивности опорного и предметного волновых фронтов :

$$R(x, y) = \chi_R J(x, y), \quad (6.4b)$$

где χ_R - константа пропорциональности, зависящая от физико-химических свойств материала фотопластинки, процесса её проявления и записи голограммы.

В более общем случае, когда изображение предмета передаётся совокупностью плоских волн, процесс записи и восстановления изображения, записанного на голограмме, можно представить также, как это было сделано выше, но для каждой из плоских волн, представляющих собой *пространственный спектр записываемого изображения*.

С этой точки зрения наиболее адекватным способом записи голограмм сложных объектов представляет *голография Фурье - Фраунгофера*. В *голографии Фурье* (рис. 6.7a) для записи голограммы фотопластинка (H), после проявления которой получается голограмма, помещается в заднюю фокальную плоскость линзы L , в переднем фокусе которой размещается записываемый объект D . В соответствии со сказанным в главе 4 голограмма Фурье представляет собой интерферограмму плоской опорной волны и совокупности волн, представляющих собой пространственный спектр записываемого на голограмме объекта.

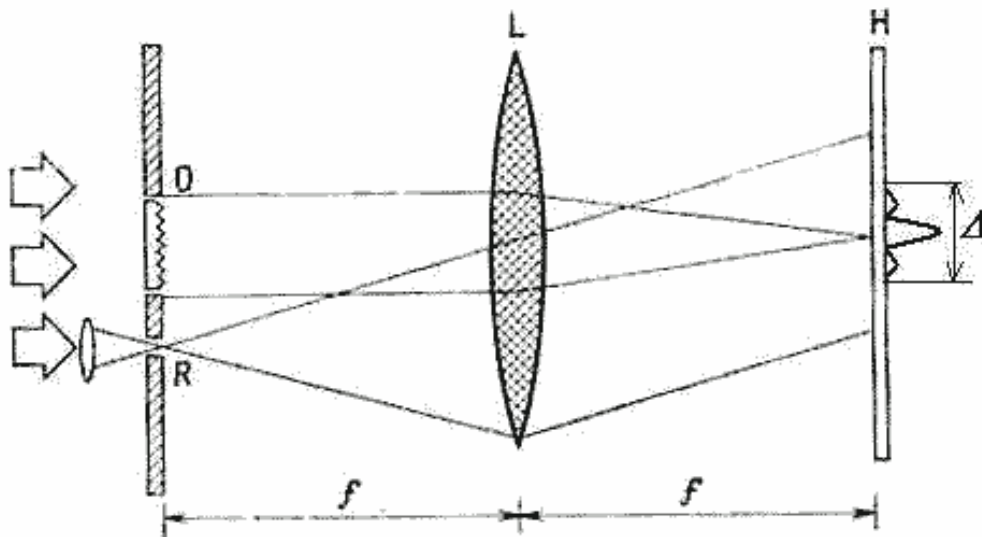


Рис. 6.7а.

На рис. 6.7b приводится *схема восстановления изображения*, записанного на *голограмме Фурье* и помощью *схемы записи*, приведенной на рис. 6.7а.

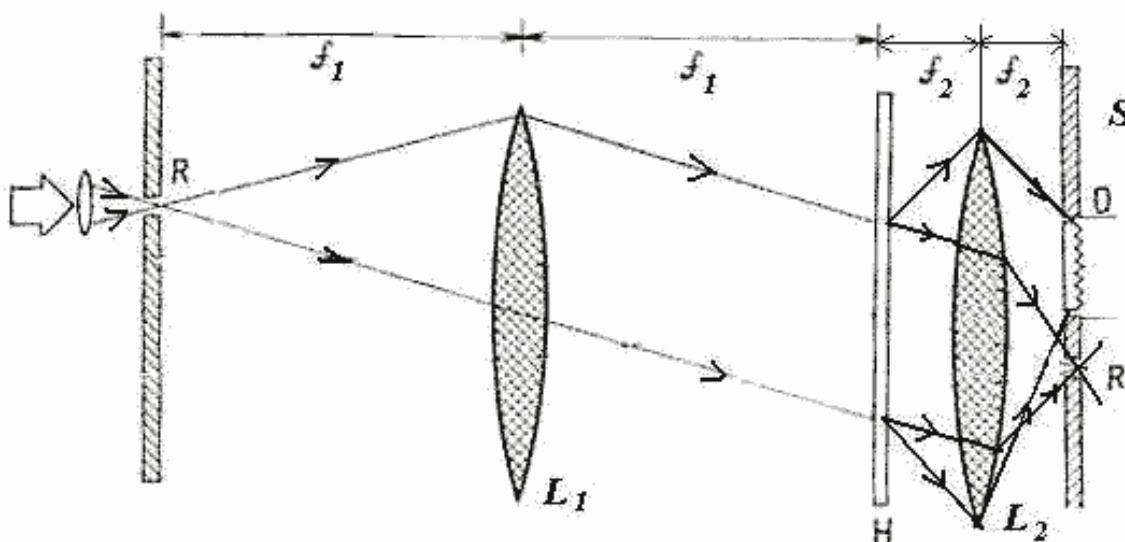


Рис. 6.7b.

Для восстановления голограмма Фурье помещается в заднюю фокальную плоскость линзы L_1 и освещается плоской волной, падающей на голограмму с направления зеркального по отношению к направлению опорной волны, используемой для записи голограммы. Преобразованный голограммой волновой фронт в задней фокальной плоскости линзы L_2 превращается в волновой фронт, несущий изображение объекта D .

Характер кодирования изображения на голограмме Фурье гораздо сложнее, чем на голограмме двух плоских волн, приведенной на рис. 6.3 и представляющей результат *двухлучевой интерференции*. На голограмме Фурье предмета сложной формы, наблюдается интерференционная картина каждой из спектральной составляющей с полем плоской опорной волны. Представление о записанном на голограмме изображении имеет опосредствованный характер. Свидетельством этого является изображённая на рис. 6.7с фотография голограммы Фурье выражения - "МГТУ им. Н. Э. Баумана".

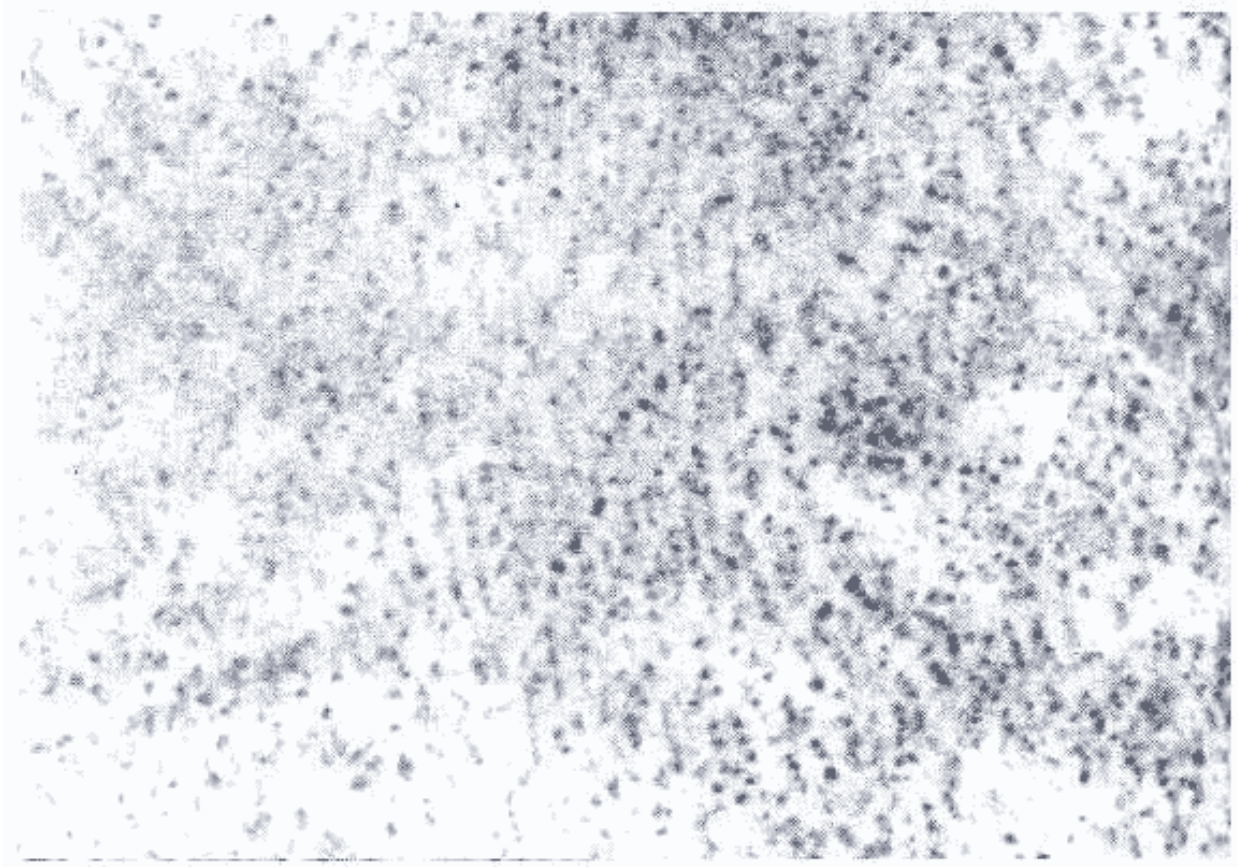


Рис. 6.7с.

Наиболее общий вид голограмм представляют *голограммы Френеля*. В этом случае опорный источник и предмет, изображение которого записывается на голограмме, находятся на конечном расстоянии от её поверхности. При записи таких голограмм может быть применена схема на рис. 6.8а , аналогичная

представленной на рис. 6.1, в которой часть светового потока опорного источника используется для подсветки голографируемого объекта с помощью светоделительного устройства в виде комбинации зеркала и линзы . Восстановление изображения, записанного на голограмме, по схеме на рис. 6.8б позволяет наблюдать действительное и мнимое изображение.

По способу записи голограммы различаются на *амплитудные*, рассмотренные выше, и *фазовые*, в которых при восстановлении записанного на них изображения изменяется фаза проходящего светового потока пропорционально распределению интенсивности на поверхности интерферограммы волновых фронтов .

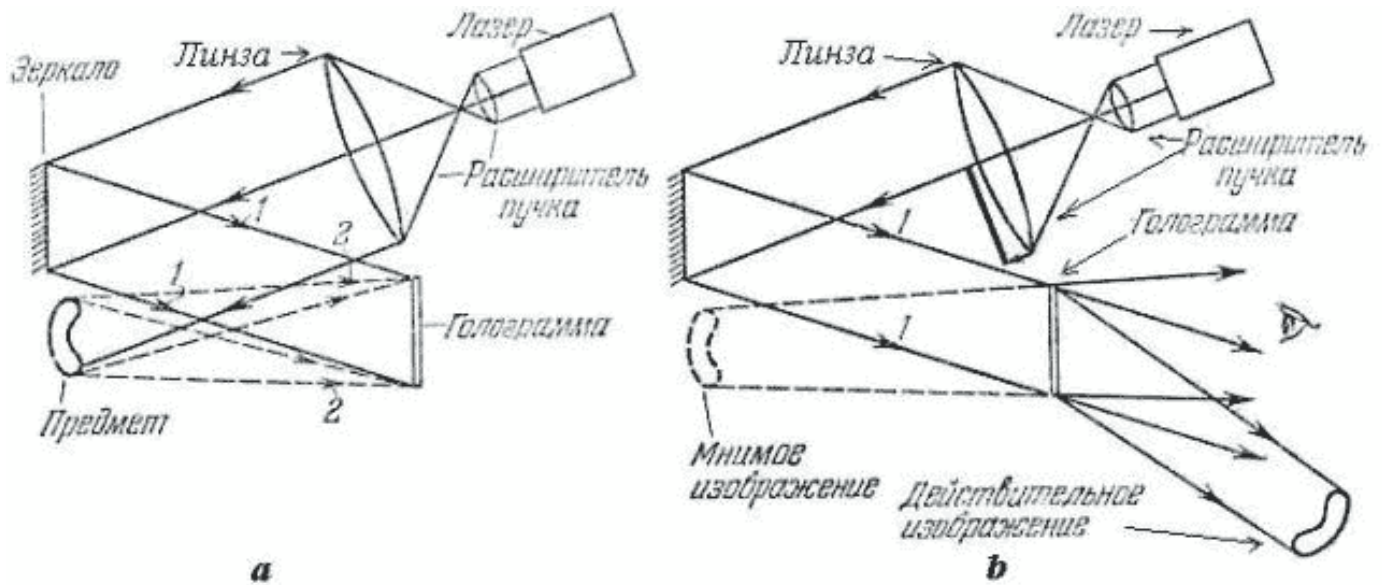


Рис. 6.8.

Хотя теория фазовых голограмм достаточно сложная, начальные представления об их свойствах можно получить в следующем параграфе в связи с изучением параметров голограмм.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote]

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 6. Голография

6.3 Основные параметры голограмм

Выше при рассмотрении голограммы двух плоских волн мы отмечали сходство голограммы и дифракционной решётки. Следуя этой аналогии, можно ввести понятие *разрешающей способности голограммы*. Чем больше разрешающая способность голограммы, тем более чёткое (контрастное) изображение объекта может быть получено при его восстановлении. Как для дифракционной решётки с увеличением числа штрихов увеличивается её разрешающая способность, так и для голограммы с увеличением площади голограммы происходит увеличение *чёткости изображения получаемого с голограммы*. Всем известное суждение о возможности получения изображения с любой части голограммы записанного на нём изображения объекта, не следует понимать буквально. Дело в том, что изображение, полученное с малых частей голограммы, может быть нечётким из-за малой разрешающей способности голограммы, используемой для восстановления изображения записанного на ней объекта. В этом отношении голограммы Фурье в ряде случаев представляют собой удобный способ получения голограмм, имеющих очень малый размер. Такие голограммы называются микроголограммами. Возможности получения *микроголограмм* объектов в голографии Фурье является следствием свойства линзы, согласно которому изображение протяжённых объектов, наблюдаемых в её задней фокальной плоскости, сосредоточено в очень малой окрестности вокруг точки фокуса. Минимальный размер голограммы, с которой можно получить чёткое изображение записанного на ней объекта, определяется размером Δ области в фокальной плоскости линзы (рис. 6.7а), внутри которой находится распределение пространственного спектра записываемого объекта. Как следует из главы 7, размер минимальной голограммы определяется *диском Эйри* для линзы диаметром b , вычисляется по формуле (5.29):

$$\Delta = 1.22\lambda/b,$$

где λ - длина волны опорного источника, используемого для записи голограмм.

Например, для линзы диаметром $b = 10^{-1}$ м, $\lambda = 0.510^{-6}$ м получаем, что величина $\Delta \approx 0.610^{-5}$ м имеет порядок десяти длин световых волн.

Другим важным параметром голограммы является её дифракционная эффективность.

Дифракционная эффективность голограммы определяется как отношение мощности светового потока, формирующего изображение объекта, записанного на голограмме, к мощности потока опорной световой волны. Как видим, дифракционная эффективность голограмм представляет собой параметр, который сродни *коэффициенту полезного действия*, широко используемому в физике и технике. Различные виды голограмм обладают различной дифракционной эффективностью. Рассмотренная выше простейшая голограмма двух плоских волн представляет собой пример амплитудных голограмм. При записи амплитудных голограмм коэффициент пропускания или отражения получаемых голограмм $T(x, y)$ пропорционален распределению интенсивности $I(x, y)$ на интерферограмме опорного и предметного волновых фронтов.

Следует отметить, что в силу разных причин не всегда удаётся обеспечить требуемую пропорциональность. Если это имеет место, т.е. $T(x, y) = CI^\alpha(x, y)$, где $C, \alpha \neq 1$ - некоторые константы; то голограмма называется *неидеальной*. При восстановлении изображений объектов, записанных на таких голограммах, возможно появление *нелинейных искажений*. Как показывают расчёты, для тонких амплитудных голограмм их дифракционная эффективность не может превышать 6.5%. Для объёмных голограмм дифракционная эффективность не может превышать 13%.

Для повышения эффективности голограмм используются т.н. фазовые голограммы, у которых фаза коэффициента пропускания (отражения) пропорциональна интенсивности записываемой голограммы, т.е.:

$$T(x, y) = \exp(iCI(x, y)). \quad (6.7a)$$

где C - константа пропорциональности, зависящая от физико-химических свойств материала фотопластинки, процесса её проявления и записи фазовой голограммы.

Теория записи и восстановления изображений, записанных на фазовых голограммах, более сложная, чем рассмотренная выше при изучении основных свойств амплитудных голограмм. Однако в ряде практических ситуаций для отсутствия фазовых искажений восстанавливаемых изображений должно быть выполнено условие $CI(x, y) \ll 1$. Тогда

$$T(x, y) = \exp(iCI(x, y)) \approx 1 + CI(x, y). \quad (6.7b)$$

Сравнение выражений (6.4) и (6.7b) позволяет сделать вывод о том, что при сделанных предположениях принципы записи и восстановления фазовых и амплитудных голограмм во многом сходны.

Как показывают более тщательные исследования, эффективность фазовых голограмм значительно превышает эффективность амплитудных голограмм. Так, *теоретическим пределом эффективности тонких фазовых* является величина, равная 33.5%. Использование специальных схем записи фазовых голограмм позволяет увеличить эффективность фазовых голограмм до 96%.

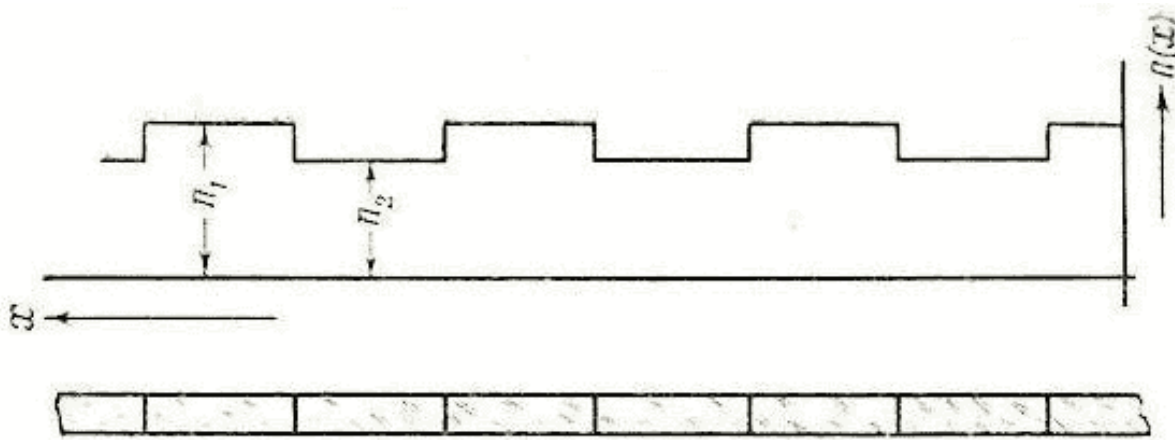


Рис. 6.9.

Выше отмечалась *аналогия голограммы дифракционной решётке*, у которой период чередования её открытых и закрытых частей определяется опорным и предметными световыми пучками, геометрией устройства записи и имеет в общем случае нерегулярный характер на поверхности голограммы. Если

отвлечься от этого обстоятельства, то в первом приближении можно считать, что механизм восстановления изображения, записанного на голограмме аналогичен формированию дифракционного максимума в дифракционной решётке, получающегося в результате сложения в фазе волн, прошедших щели решётки.

Аналогия голограмм и дифракционных решёток является весьма полезной и для понимания принципов фазовой голографии. Так в оптике применяются для решения различных исследовательских задач *фазовые дифракционные решётки*, в которых на поверхности с некоторым периодом чередуются участки, вносящие определённый фазовый сдвиг, например, на 180° , по отношению к фазе волны, проходящей соседний участок (рис. 6.9). Фазовые дифракционные решётки также обладают замечательными свойствами спектральных приборов. Однако, по сравнению со *щелевыми дифракционными решётками* интенсивность дифракционных максимумов фазовых решёток во много раз больше. Это объясняется тем, что в щелевых дифракционных решётках часть падающего на решётку света задерживается закрытыми участками её апертуры. По этой причине понятно стремление использовать для получения качественных изображений объектов фазовую голографию, поскольку при этом уменьшаются потери энергии источника света, идущие на формирование изображения записанного на голограмме.

Использование аналогии фазовых голограмм и фазовых дифракционных решёток позволяет получить представление о принципах увеличения дифракционной эффективности фазовых голограмм. Для фазовых дифракционных решёток увеличение интенсивности её дифракционных максимумов состоит в уменьшении их числа и в специальном подборе на поверхности решётки функции распределения периода её фазосдвигающих участков. Для фазовой голографии это подход приводит к задаче *согласованного выбора волнового фронта опорного источника*, поверхности голограммы, исходя из заданного волнового фронта объекта голографирования.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote]

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 6. Голография

6.4 Применение голографии

а) Голографическая интерферометрия

В соответствии со сказанным выше изображение, восстановленное с голограммы с помощью источника когерентного света, представляет собой волновой фронт, который может интерферировать с другой когерентной волной. Если интерферирующие волновые фронты не очень сильно отличаются друг от друга, то по характеру возникающих интерференционных полос можно сделать вывод о степени отличия сравниваемых изображений. Например, можно сравнить два состояния одного и того же объекта наблюдения при изменении температуры и отметить соответствующие термические деформации объекта.

Принципиального отличия *методы голографической интерферометрии* и оптической интерферометрии не имеют. Прежде всего, в обоих методах из-за малости длины волны света можно фиксировать отличия объектов с одинаковой, высокой точностью, составляющей доли длины волны света. Но с помощью голографической интерферометрии можно решить задачи, которые не по силам методам оптической интерферометрии.

Прежде всего, это относится к *задаче сравнения пространственной структуры трёхмерных объектов*. В *оптической интерферометрии* возможности *изучения трёхмерной структуры* объекта ограничена *глубиной резкости объектива* и не идёт ни в какое сравнение с возможностями голографии сравнивать объекты при различных ракурсах их наблюдения.

Другой задачей, которая не способна решить оптическая интерферометрия, является сравнение диффузно отражающих объектов. Оптическая же интерферометрия имеет дело с объектами, имеющими оптическое качество поверхности.

Однако, пожалуй, самое главное преимущество голографической интерферометрии перед оптической это возможность *записи голограмм состояний объекта*, меняющегося во времени, и последующий анализ изменений этих состояний после того, как эволюция объекта завершилась и даже сам объект может быть прекратил своё существование. Необходимо отметить, что возможность записи на голограмме различных состояний объекта была предложена открывателем голографии Д. Габором. Его идея заключалась в том, что в результате *многократной экспозиции* на голограмме записывается несколько изображений объекта, которые после освещения опорной волной могут интерферировать, поскольку являются взаимно когерентными. На практике идея Габора известна как *метод двойной экспозиции*, позволяющий сравнить интерференционные картины, соответствующие двум состояниям объекта.

Наиболее эффектные эксперименты, иллюстрирующие возможности этого метода, были проделаны *Бруксом* при записи голограмм с помощью рубинового лазера модулированной добротности.

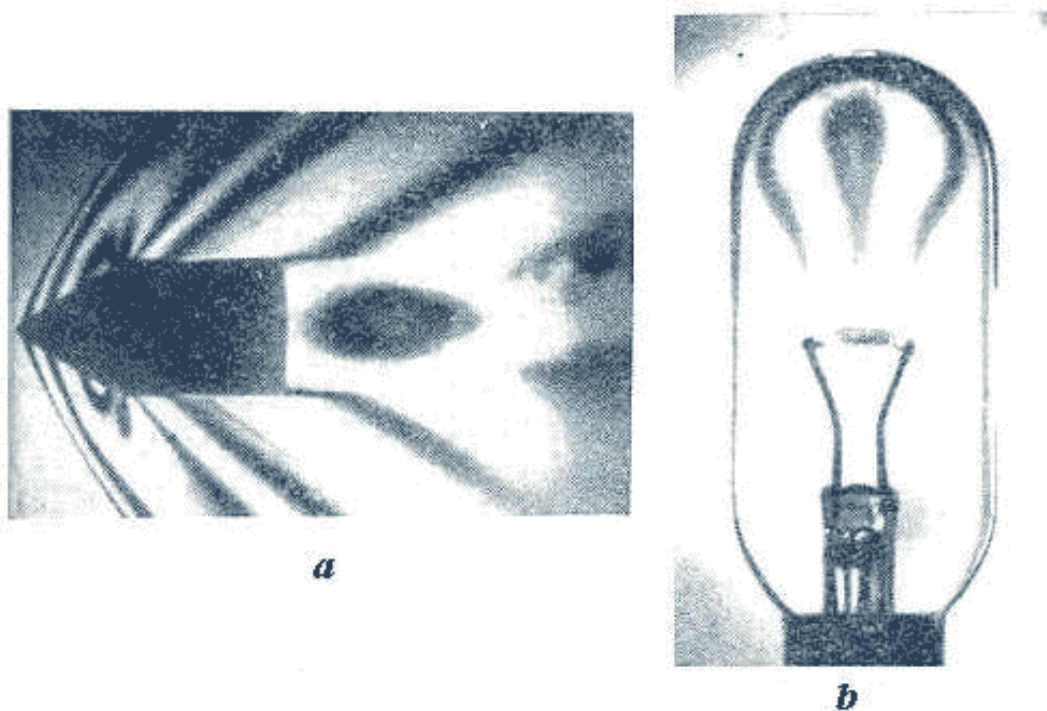


Рис. 6.10.

На рис. 6.10а приведена фотография *интерферограммы ударной волны движущейся пули*, получающейся при восстановлении изображения с голограммы, записанной двумя короткими *лазерными импульсами*. С помощью первого импульса записывалась голограмма "фона" - среды до пролёта пули, а вторым импульсом записывалось изображение пули в полёте. В результате пролёта пули возникают пространственно распределённые изменения плотности среды, а, следовательно, и соответствующего им *изменение показателя преломления*. Два волновых фронта - одно соответствует изображению невозмущенной среды, а другое наличию неоднородностей, вызванных ударной волной из-за пролёта пули - интерферируют, и возникает изображение трёхмерных ударных волн в пространстве около пули. Другая фотография на рис. 6.10b представляет полученную тем же способом двойной экспозиции, что и выше изложенный, *интерференционную картину распределения температуры* и расширения газа в колбе лампы накаливания. Необходимо отметить, что наблюдение интерференционной картины с помощью метода голографической интерферометрии сделало её практически возможным, несмотря на то, что газ находится внутри стеклянной колбы, имеющей *оптические неоднородности стекла* из-за которых применение методов оптической интерферометрии просто невозможно.

б) Голографический анализ вибраций.

Этот метод явился дальнейшим развитием идеи Д. Габора многократной экспозиции голограммы для записи состояния объекта с целью их последующего анализа.

Рассмотрим *стробоскопический метод голографического анализа вибраций*. Суть этого метода состоит в том, что освещение изучаемого объекта производят короткими импульсами, следующими с частотой колебания объекта и появляющимися в те моменты времени, когда объект находится в положении максимального отклонения от положения равновесия. Запись голограммы освещённого объекта с помощью метода двойной экспозиции и последующее восстановление интерферирующих волновых фронтов позволяет получить *изображение колебаний объекта в различных фазах*.

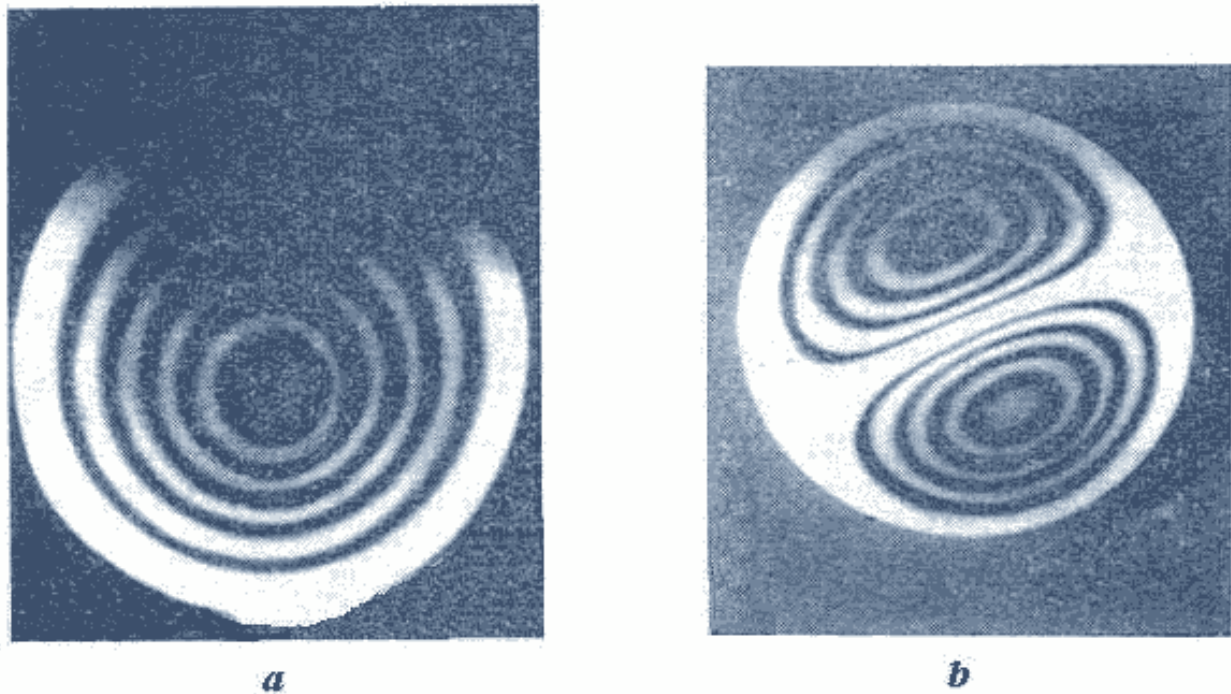


Рис. 6.11.

На рис.6.11а,б приведены интерференционные картины колеблющихся телефонных мембран, соответствующие двум различным модам её колебаний.

в) Объёмное изображение высокого качества.

Традиционное применение *объемного голографического изображения высокого качества* относится к сфере культуры, образования для создания макетов оригиналов памятников культуры и искусства. Другая сфера применения объемного голографического изображения высокого качества *тренажёры для обучения пилотирования самолётов*, космических кораблей и овладения навыками работы в сложных условиях.

Получение голографического изображения высокого качества вместе с голографической интерферометрией нашло своё применение в *картографии* для создания на картах земной поверхности *линий одного уровня* (топографической сетки). Эта же методика может быть применена для контроля отклонения профиля поверхности от заданной формы. Для этой цели используется запись голограммы объекта либо с помощью двух близко расположенных источников (рис. 6.12), либо по методу двойной экспозиции регистрируются две голограммы от одного источника, занимающего разные положения в пространстве.

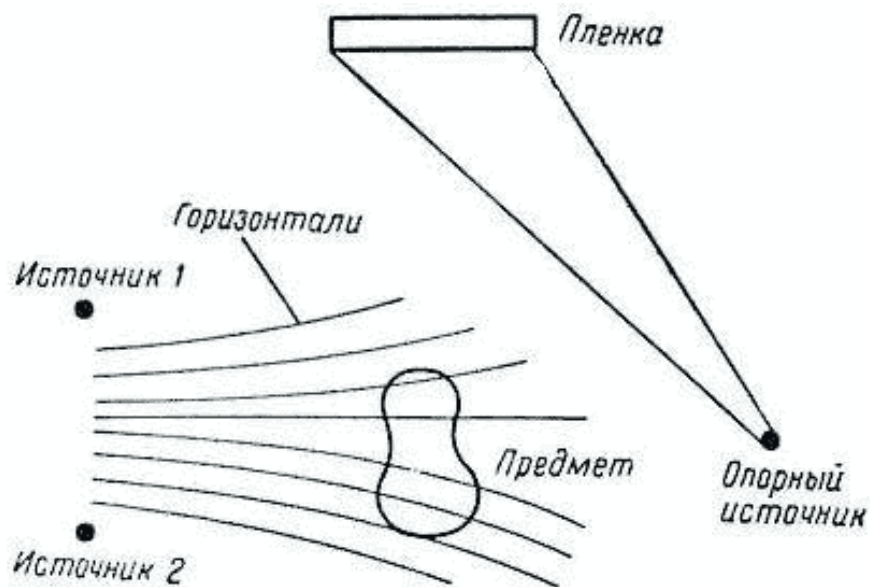


Рис. 6.12.

При рассмотрении полученной интерференционной картины она представляется испещрённой тёмными и светлыми полосами, соответствующими гиперболам одинаковой разности хода, точки которых определяются одной из линий равного уровня.

Другой способ получения линий одного уровня основан на записи интерферограммы объекта с помощью опорного источника, в спектре колебаний которого имеются две спектральные составляющие. При освещении полученной голограммы волной, одной из частот, используемых при её записи, возникнут два изображения, волновые фронты которых будут интерферировать. В результате интерференции на поверхности голографируемого объекта будут видны линии одинакового уровня, в соответствии со сказанным выше.

Кроме того, голографическое объёмное изображения высокого качества используется для *изучения объёмной структуры меняющихся во времени объектов*. Объёмное изображение высокого качества применяется, например, для исследования трёхмерной структуры *живых микробиологических объектов*, для изучения распределения частиц по размерам в аэрозолях и других задачах прикладной физики. Для получения трёхмерного изображения меняющегося во времени трёхмерного объекта используется импульсный лазер с малой длительностью импульсов. Подвижный объект при записи его голограммы как бы становится неподвижным. Однако, получающаяся голограмма позволяет исследовать весь объём объекта и последовательно изучить эволюцию объекта во времени. Использование для этих целей оптических систем с большой глубиной резкости влечёт за собой необходимость постоянной перестройки фокуса для исследования объёмной структуры объекта. Наблюдение за меняющимся во времени объектом во всём занимаемом им объёме с помощью оптических систем с большой глубиной резкости вообще становится невозможным, поскольку в каждый момент времени может наблюдаться только одно сечение объекта, а информация о других сечениях может быть получена только в другой момент времени. Из-за эволюции объекта во времени результаты таких наблюдений, очевидно, могут составить лишь приближённое представление о реальных изменениях, имеющих место в объёме изучаемого объекта с течением времени.

Отметим, что первоначальная идея Д. Габора (1947г) применения голографии и получения первой интерференционной картины в проходящем свете была направлена на *повышение разрешающей способности электронных микроскопов*. Согласно предложению Д. Габора повышение

разрешающей способности электронного микроскопа возможно, если записывать голограмму в электронном пучке, а восстанавливать с помощью световой волны. Такой путь, к сожалению, привёл к ряду неразрешимых для того времени технических трудностей и не был реализован на практике. Дальнейшие исследования в области возможностей получения голографического увеличения показали, что голографическое увеличение имеет разное значение для продольного и поперечного направлений на поверхности изображаемого объекта, что может привести к искаженному восприятию восстанавливаемого изображения объекта. В некоторых областях прикладной физики и техники голографическое увеличение, несмотря на отмеченный недостаток, нашло применение для решения *задач немасштабного оптического моделирования протекания процессов* и работы различных устройств сверхвысокочастотной техники, оптоэлектроники и фотоники.

г) Голографические оптические элементы.

Голограмма может быть использована не только в качестве носителя в закодированном виде изображения исследуемого объекта, но и как оптическое устройство, формирующее изображение. Например, можно использовать голограмму в качестве линзы, дифракционной решётки, светоделителей и других устройств преобразования светового потока.

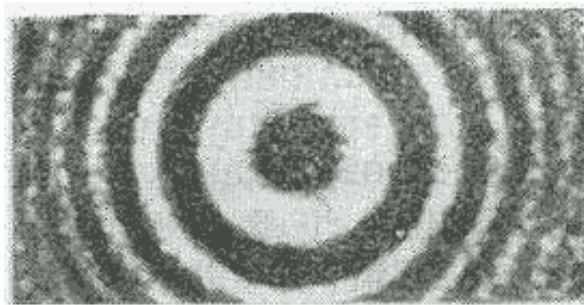


Рис. 6.13.

Рассмотрим *голографическую линзу*. Простейшая плоская голографическая линза представляет собой *голограмму сферической волны и плоской волны* (рис. 6.13). При облучении такой линзы плоской волной, последняя после прохождения голограммы сфокусируется в две фокальные точки, симметрично расположенные относительно линзы, положение которых определяется расстоянием от линзы до источника сферической волны при записи голограммы, в соответствии со свойствами плоских голограмм, рассмотренными выше. Как следует из рис. 6.13 структура интерференционных линий на голограмме сферической волны и плоской волны во много схожа с набором прозрачных и непрозрачных зон на *зонной пластинке Френеля*, изображённой на рис.5.15 из главы 5.



Рис. 6.14.

Для получения одной фокальной точки вместо плоской голограммы используется - объёмная голограмма, в объёме которой распределение выделившегося серебра или изменения показателя преломления передаёт пространственную структуру записываемого волнового фронта. Такими свойствами обладает отражающая объёмная фазовая голограмма сферической и плоской волн. Профиль рельефа поверхности отражающей фазовой голограммы представлен на рис. 6.14. Как следует из рисунка, рельеф фазы повторяет распределение фазы на поверхности зонной линзы Френеля, представляющей собой пластинку, поверхность которой разбита на зоны Френеля, открываемые из фокальной точки линзы, причём, в пределах каждой из зон выравнивается фаза проходящего через зону волнового фронта.

Одним из известных способов технической реализации объёмной голографической линзы является *киноформ*. В киноформе профиль изменения фазы светового потока, аналогичный рассмотренному выше, может быть воспроизведён, если в качестве регистрирующей голограммы среды используется *бихромированная желатина*. Профиль киноформа может рассчитан с помощью ЭВМ или посредством фотографирования *колец Ньютона*. Киноформы, изготовленные с помощью ЭВМ представляют собой искусственные или *синтезированные голограммы*. Особенностью синтезированных голограмм является возможность создания на их основе устройств *голографического преобразования волновых фронтов*, которые другим способом сделать затруднительно или вовсе невозможно. В качестве примера можно указать *устройство фокусировки волнового фронта электромагнитной волны*, света с заданным распределением амплитуд и фаз на его поверхности в линию произвольной формы или внутрь области, ограниченной заданным контуром.

Другим достаточно широко используемым на практике голографическим оптическим устройством является *голографическая дифракционная решётка*. Использование голограммы в качестве дифракционной решётки очевидно, поскольку как отмечалось выше, голограмма по существу является дифракционной решёткой. В зависимости от типа голограмм периодический характер пропускания или отражения света в голографической дифракционной решётке может быть основан либо на вариации в пространстве её пропускания (почернения), либо на пространственном изменении фазового рельефа её поверхности. В отличие от традиционных нарезных дифракционных решёток, имеющих прямоугольный профиль штриха, в голографических штрих имеет синусоидальный профиль. Голографические решётки просты в изготовлении, дешевле обычных и не имеют дефектов, связанных с технологией нарезания щелей. Дифракционные решётки на бихромированной желатине обладают дифракционной эффективностью до 90% и способны регистрировать пространственные частоты до 4000 линий/мм.

Голографические оптические элементы находят применение в качестве *элементов, корректирующих искажение изображений объектов* в оптических системах. Искажения в оптических системах могут возникать вследствие разнообразных причин, связанных как с технологией изготовления системы, в результате которой неизбежно имеет место некоторый разброс параметров характеристик элементов, отличающих их от заданных, так и эксплуатацией системы из-за влияние температурных деформаций, климатических факторов, неблагоприятных внешних воздействий случайного и искусственного происхождения.

В качестве примера рассмотрим корректировку изображения точки, получаемого с помощью *линзы с аберрациями*. Для построения голографического корректирующего элемента, устраняющего аберрации линзы, в фокальной плоскости линзы (рис. 6.15а) записывается голограмма изображения точки P и опорной сферической волны исходящей из некоторой точки P' . Для получения неискажённого изображения точки P используется оптическая система (рис. 6.15b), состоящая из линзы и голограммы, освещаемой из точки расположения опорного источника P' . Благодаря свойствам голограммы изображение точки P свободно от аберраций. Недостатком этого способа корректировки изображений является необходимость изготавливать *голографический фильтр* для каждого из исследуемых объектов, а также появление искажений, вызванных аберрациями самой голограммы.

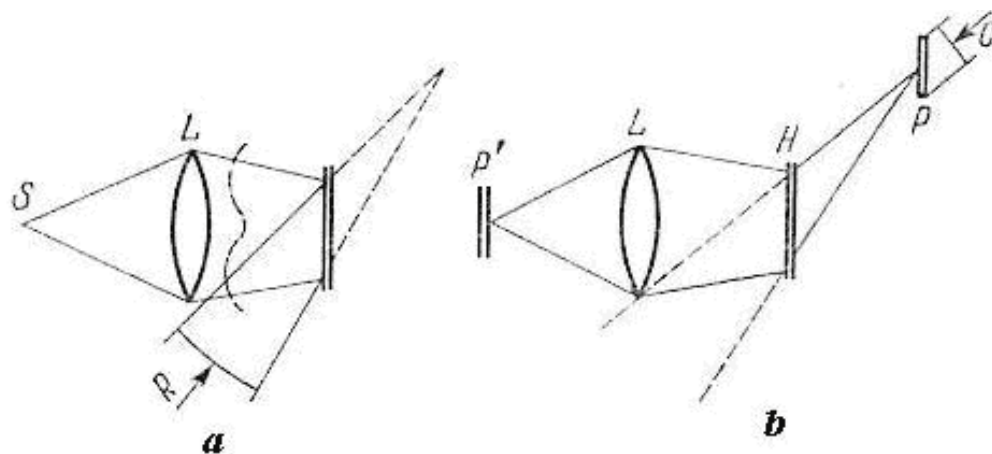


Рис. 6.15.

Метод компенсации искажений с помощью голографических корректирующих элементов по существу основан на идее **обращения направления распространения волнового фронта** от источника изображения, в результате которого мнимое изображение объекта превращается в действительное. Этот подход может быть использован для **компенсации искажений изображений предметов при их рассмотрении через искажающую среду**.

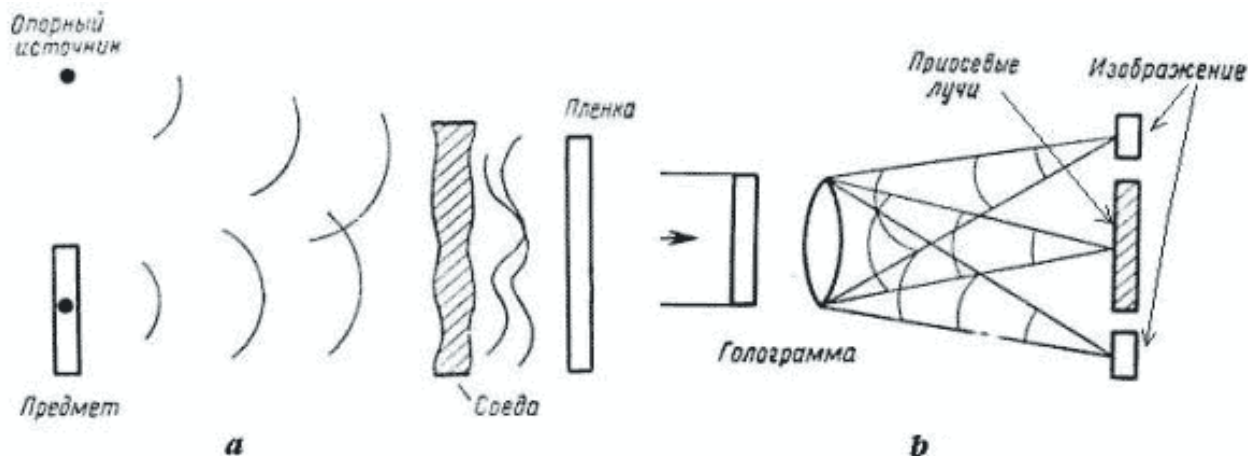


Рис. 6.16.

Искажённое восприятие изображения объекта P , волновой фронт от которого прошёл искажающую среду, в основном связан с "порчей" фазы распространяющейся волны в среде (рис. 6.16а). По этой причине будем считать, что объект наблюдается через неоднородность в виде тонкого "фазового" экрана T_p , вносящего изменение $\delta\Phi(x, y)$ в распределение фаз $\Phi_0(x, y)$ волны от рассматриваемого объекта. В качестве корректирующего искажение изображения объекта может быть использована голограмма волнового фронта от объекта и плоской волны опорного источника (рис. 6.16а), получаемая в плоскости наблюдения изображения. При условии, что волны от опорного источника и объекта проходят искажающую среду и одинаковым образом искажаются средой, параметры которой не меняются за время прохождения волны, распределение интенсивности в плоскости голограммы будет иметь вид, следующий из выражения (6.3):

$$I = C(|E_d|^2 + |E_r|^2 + 2|E_d| |E_r| \cos(\Phi_r(x, y) - \Phi_0(x, y))), \quad (6.8)$$

где $E_d(x, y) = |E_{d0}(x, y)| \exp(i\Phi_0(x, y))$ - неискажённая средой комплексная амплитуда объекта P ; $E_r(x, y) = |E_{r0}(x, y)| \exp(i\Phi_r(x, y))$ - неискажённая средой комплексная амплитуда опорного

источника.

Из выражения (6.8) следует, что голограмма прошедших искажающую среду волновых фронтов опорного источника и объекта не зависит от вносимых средой фазовых искажений, вносимых средой. По этой причине, если осветить голограмму (6.8) волной опорного источника (рис. 6.16b), то в соответствии со свойствами голограммы возникнет неискажённое средой действительное и мнимое изображение объекта.

д) Голографическая обработка информации.

С помощью голографии можно решить достаточно обширный класс *задач обработки информации*. Одним из примеров плодотворности голографического подхода был приведен выше при рассмотрении изображения объекта, искажённого средой.

При обработке оптических изображений основной задачей является фильтрация светового потока, переноса изображения объектов, с помощью *фильтра с заданной пространственной частотной характеристикой*. Важный частный случай этой задачи представляет *согласованная фильтрация оптических сигналов*, которая возникает при *максимизации отношения мощностей обрабатываемого полезного изображения к мощности шумов*, а также используется для *распознавания обрабатываемых изображений*.

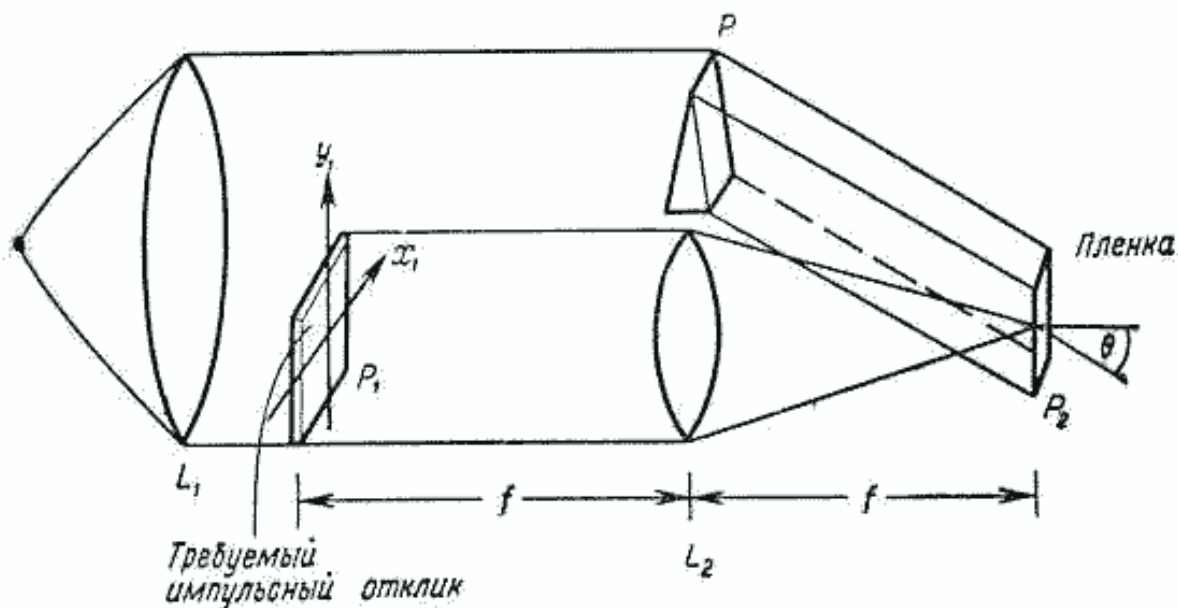


Рис. 6.17а.

Задача распознавания изображений объектов состоит в классификации исследуемого изображения, т. е. отнесения его к той или группе объектов, имеющих общие черты. Такие задачи появляются при *автоматическом распознавании цифр* на почтовом индексе, всевозможных штрих кодов, шифров доступа, отпечатков пальцев и т.п.

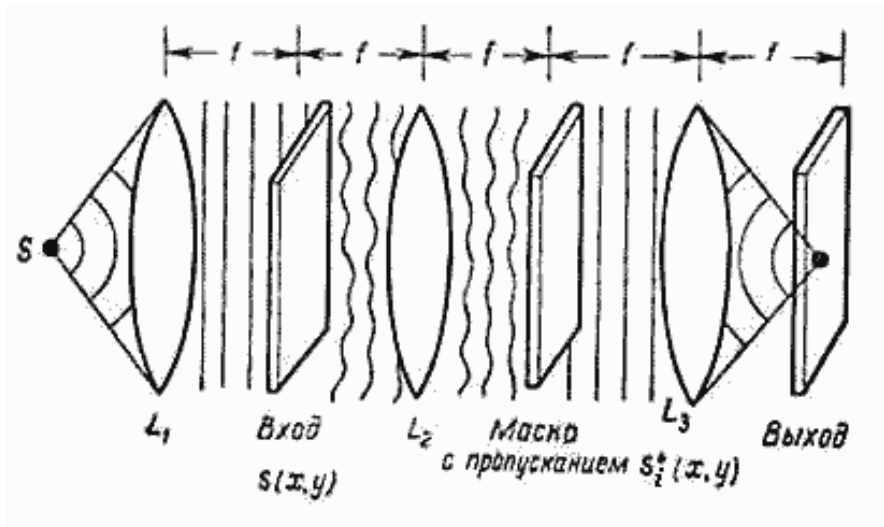


Рис. 6.17b.

Задача согласованной фильтрации оптических сигналов состоит в построении оптического фильтра, обладающего заданной пространственной частотной характеристикой, определяемой комплексно сопряжённым пространственным спектром полезного изображения или классифицируемого объекта. Метод решения этой задачи с помощью голографии был предложен в 60-ые годы прошлого столетия *Ван дер Люгтом* (1963). В соответствии с его идеей требуемой пространственной частотной характеристикой обладает Фурье голограмма (рис. 6.17а), получаемая в "задней" фокальной плоскости линзы при записи распределения интенсивности изображения в линзе полезного объекта, помещённого в переднюю фокальную плоскость линзы, и плоской опорной волны, освещающей под некоторым углом плоскость голограммы.

Записанная таким образом голограмма, обозначенная на рис. 6.17b как "маска с пропусканием $S_i^*(x,y)$ " помещается в заднюю фокальную плоскость линзы, в переднем фокусе которой находится обрабатываемое изображение.

После фильтрации в третьей линзе L_3 преобразованного голограммой пространственного спектра обрабатываемого изображения в её задней фокальной плоскости получается три изображения (рис. 6.17c).

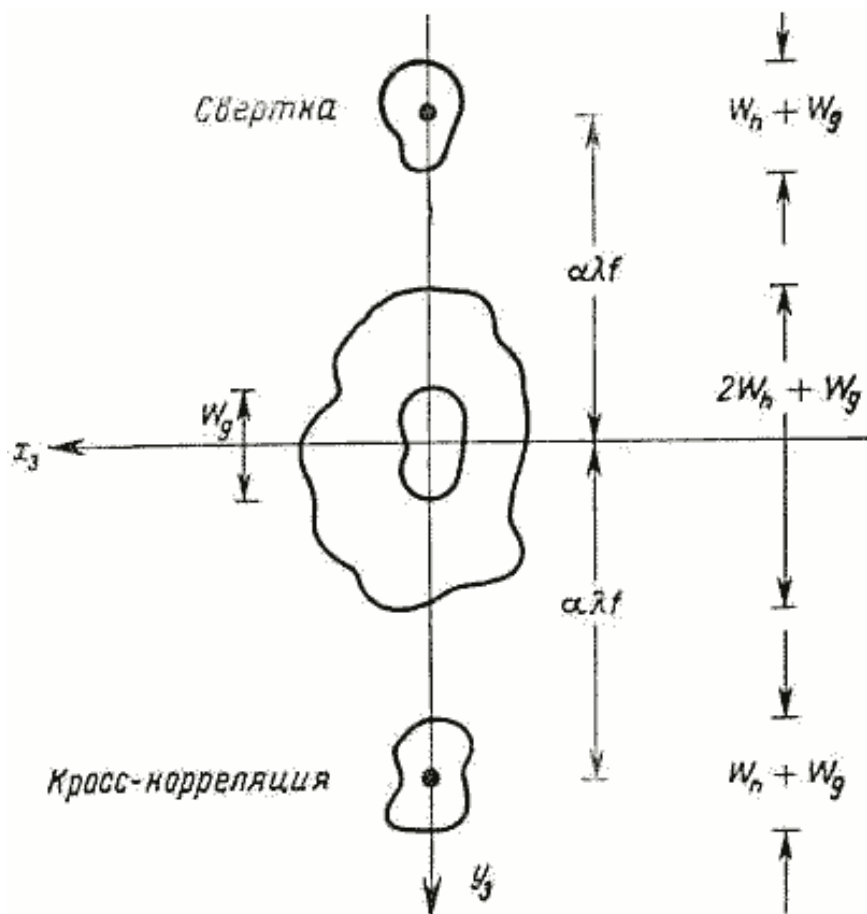


Рис. 6.17с.

Центральное светлое пятно, не несущее полезной информации, и два боковых изображения разнесённых в пространстве благодаря наклонному освещению плоской волной плоскости голограммы при её записи. Одно из боковых изображений, как можно показать, представляет результат согласованной оптической фильтрации, а другой результат оптической фильтрации оптического изображения в фильтре, импульсная характеристика которого соответствует пространственной частотной характеристике полезного изображения. Второе изображение также используется в оптической обработке сигналов для решения задачи фильтрации сигналов с заданным импульсным откликом. Выбор между двумя выходами оптического фильтра Ван дер Люгта осуществляется установкой непрозрачного экрана на пути светового потока не используемого изображения.

Рассмотрим *классификацию изображений* с помощью фильтра Ван дер Люгта (рис. 6.18a,b). Пусть надо сделать выбор между тремя изображениями символов Q, W, P .

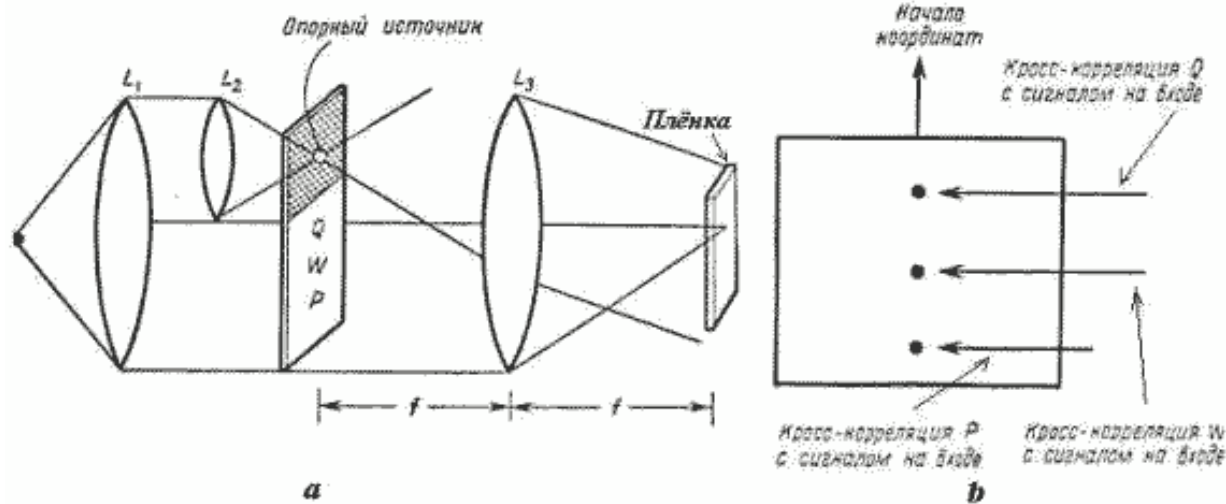


Рис. 6.18.

На рис. 6.18а показана процедура синтеза согласованных фильтров Ван дер Люгта для этих символов. На пути светового потока, переносящего одно из трёх возможных изображений $s_i(x, y)$, ($i = 1, 2, 3$) в оптической системе, изображённой на рис.6.17b, в фокальной плоскости линзы помещается три голографических фильтра Ван дер Люгта (6.18b), каждый из которых настроен на оптимальный приём одного из изображений символов. В фокальной плоскости выходной линзы L_3 помещается устройство сравнения интенсивности сигналов на выходе фильтров, с помощью которого из трёх изображений выбирается то, для которого на выходе соответствующего фильтра регистрируется максимальная интенсивность. Если больше интенсивность на выходе первого фильтра, то переносимое изображение относится к изображению, на который настроен первый фильтр, и т.д.

е) Системы голографической памяти.

В *системах оптической памяти* используется *побитовое представление информации*, когда нулю соответствует малый непрозрачный элемент изображения (*пиксель*), а единице - прозрачный. Сразу с освоением лазеров начали разрабатываться поточечные системы оптической памяти на светочувствительной среде. При освещении светом в такой среде увеличивается оптическая плотность в том месте, куда падает записывающий световой пучок, и данная часть среды перестаёт пропускать свет. Считывание информации производится световым лучом, последовательно проходящим светочувствительную пластинку от одного пикселя к другому, а прошедшее световое излучение регистрируется *решёткой фотодетекторов*. *Плотность записи* в системах оптической памяти может достигать величины 10^6 бит/мм². К недостаткам оптической памяти относят большую вероятность порчи отдельных пикселей из-за микродефектов слоя.

Преодолевают этот недостаток систем оптических памяти *голографическая память*, в которой для записи одного бита информации используется сферическая волна, которая регистрируется на поверхности плоской голограммы, включающей несколько пикселей. Очевидно, что в этом случае вероятность порчи в записи одного бита информации из-за *микродефектов* в одном пикселе существенно ниже, чем это имеет место в системах оптической памяти. При считывании каждому биту информации в системе голографической памяти соответствует своя интерференционная картина. Записи большого количества битов (странице) соответствует сложная интерференционная картина. Голограмма соответствующая странице памяти занимает площадь 0.2мм² и имеет *информационную ёмкость* в $10^2 - 10^4$ бит.

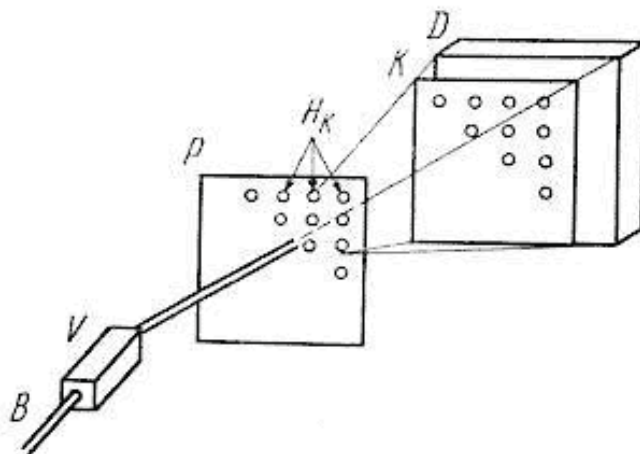


Рис. 6.19.

На рис. 6.19 приведена схема считывания информации с голограммы, построенной из расчёта одного **фотоприёмника** на один бит. При организации считывания записанной на голограмме информации с помощью $10^3 - 10^6$ **раздельных направлений считывания** полная информационная ёмкость записи на одной голографической пластинке памяти может достигать 10^{10} бит. Существенным ресурсом увеличения плотности записи информации на голограмме является использование не плоских, а объёмных голограмм, позволяющих получить плотность записи в 10^9 бит/мм².

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote]

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 7. Взаимодействие электромагнитных волн с материальными средами

Материальные среды, существующие в виде твердых тел, жидкостей и газов, состоят из заряженных частиц - электронов и ионов, связанных между собой кулоновскими силами. При проникновении электромагнитной волны в материальную среду на заряженные частицы материальной среды действуют дополнительные силы, величина которых зависит от энергии электромагнитной волны, попавшей в материальную среду. С другой стороны, при ускоренном движении заряженных частиц происходит излучение электромагнитных волн. Таким образом, в материальной среде должно происходить взаимодействие электромагнитных волн с заряженными частицами, приводящее к изменению как характеристик свободных электромагнитных волн, распространяющихся в вакууме, так и закона движения электронов и ионов материальной среды.

В данной главе мы рассмотрим основные экспериментальные закономерности процессов взаимодействия электромагнитных волн с различными материальными средами и дадим их теоретическое описание.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[]Sote

ГЛАВА 7. Взаимодействие электромагнитных волн с материальными средами**7.1. Дисперсия электромагнитных волн. Экспериментальные результаты**

При распространении электромагнитной волны в материальных средах происходит изменение характеристик электрического и магнитного полей. Свойства электромагнитных волн в материальной среде описываются с помощью уравнений Максвелла.

Оптическое излучение является частным случаем электромагнитного. Как уже отмечалось в главе 1, диапазон длин известных к настоящему времени электромагнитных волн простирается от долей ангстрема (1 ангстрем = 10^{-10} м) до километровых волн радиодиапазона. Как оказалось, свойства электромагнитных волн в материальной среде существенным образом зависят от значения их длины волны λ_0 в вакууме.

Важной характеристикой материальной среды является её абсолютный показатель преломления (см. главу 1) n , который в дальнейшем для упрощения терминологии мы будем называть показателем преломления. В простейших случаях показатель преломления является вещественным числом, большим единицы. Показатель преломления характеризует изменение длины электромагнитной волны при попадании её из вакуума в материальную среду:

$n = \lambda_0 / \lambda$ (λ – длина

электромагнитной волны в рассматриваемой материальной среде). Таким образом, при проникновении электромагнитной волны в материальную среду частота её не изменяется, а длина волны уменьшается. Показатель преломления также характеризует процесс преломления светового луча на границе раздела вакуума и рассматриваемой материальной среды. Кроме того, показатель преломления n задает значение фазовой скорости v распространения электромагнитной волны в

веществе: $v = c_0 / n$ (см. главу 1). Выполненные к настоящему времени эксперименты показали, что скорость света в вакууме практически не зависит от длины волны λ электромагнитной волны, а

также от её круговой частоты $\omega = c_0 k_0 = \frac{2\pi c_0}{\lambda_0}$ и составляет $c_0 = 2,9979 \cdot 10^8$ м/с (\vec{k}_0 – волновой

вектор волны в вакууме). В различных веществах фазовая скорость v оказывается различной и изменяется с изменением длины волны λ_0 .

Отметим, что Ньютон (XVII век) рассматривал процесс распространения светового луча в пространстве как движение большого числа классических частиц – корпускул. Согласно корпускулярной теории Ньютона оптическое излучение в вакууме – это поток частиц (корпускул), движущихся со скоростью света. В современной теории также в ряде случаев используется представление об электромагнитном излучении как потоке классических частиц, движущихся в вакууме со скоростью c_0 . Такие частицы в настоящее время называются фотонами. Фотоны,

рассматриваемые как классические частицы, характеризуются энергией E и импульсом \vec{p} . Если фотоны из вакуума попадают в материальную среду, то, в соответствии с современной теорией, их скорость изменяется и зависит от исходного импульса фотона в вакууме. Согласно принятой в настоящее время терминологии фотоны, попавшие в материальную среду, называют *поляритонами*.

Согласно квантовой теории оптического излучения для энергии E и импульса \vec{p} фотона или поляритона выполняются соотношения: $E = \hbar\omega$, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$, где $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с - постоянная Планка, ω, \vec{k} - круговая частота и волновой вектор электромагнитной волны соответственно.

Квантовую теорию электромагнитного излучения мы будем рассматривать в дальнейшем, а сейчас ограничимся лишь классическим рассмотрением.

Согласно классической теории Максвелла показатель преломления n в материальной среде связан с диэлектрической и магнитной проницаемостями соотношением: $n^2 = \epsilon\mu$. В 1672 г. Ньютоном были выполнены экспериментальные исследования по изучению зависимости показателя преломления материальных сред от длины волны. В первых опытах Ньютона солнечный луч проходил через небольшую прямоугольную щель и попадал на стеклянную призму (см. рис. 7.1). После призмы устанавливался экран, на котором обнаружилось разложение белого пучка света в спектр, содержащий все цвета радуги: от фиолетового до темно-красного. Такое явление было названо *дисперсией* света. Это явление обусловлено изменением показателя преломления материальной среды с изменением длины волны λ_0 исходного электромагнитного излучения. Опыт Ньютона можно объяснить следующим образом. Белый луч света в действительности состоит из бесконечного числа монохроматических лучей. Видимый глазом диапазон длин волн соответствует 0,4 - 0,8 мкм и охватывает все цвета радуги. Так как показатель преломления стеклянной призмы изменяется с длиной волны, разные монохроматические лучи в соответствии с законом преломления света $n_0 \sin \theta_0 = n_1 \sin \theta_1$ на границе "воздух-стекло" преломляются по-разному: больше всего преломляется фиолетовый луч, а меньше всего - красный. Это и приводит к наблюдаемому эффекту разложения белого света в спектр. Зависимость показателя преломления n от длины волны λ_0 называют законом дисперсии показателя преломления, или просто дисперсией показателя преломления. В природе дисперсия показателя преломления приводит к известному явлению радуги. В этом случае преломление света осуществляется в мельчайших капельках воды, присутствующих в атмосфере. Дисперсия света имеет место не только для видимого излучения, но и для многих других типов электромагнитных волн, в частности для инфракрасного и ультрафиолетового излучений, невидимых глазом, но регистрируемых электронными детекторами: *фотоумножителями*, фотодиодами и фотозементами.

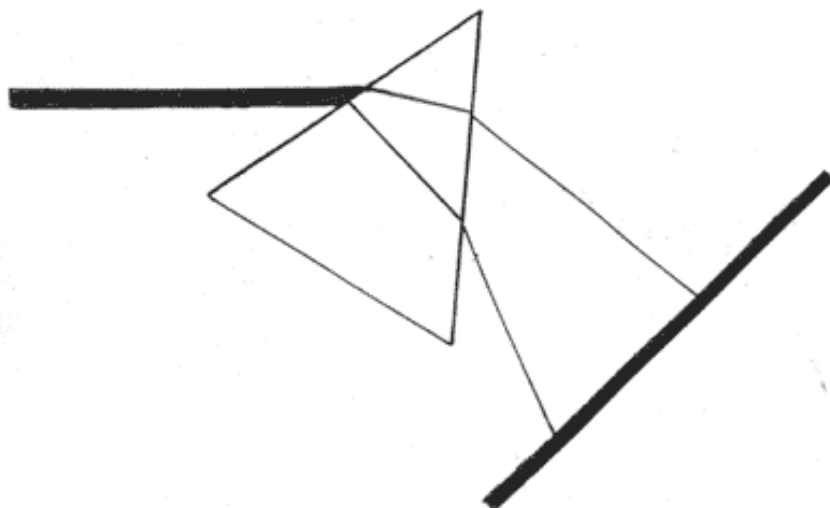


Рис. 7.1.

Схема первых опытов Ньютона по наблюдению явления дисперсии света в призме

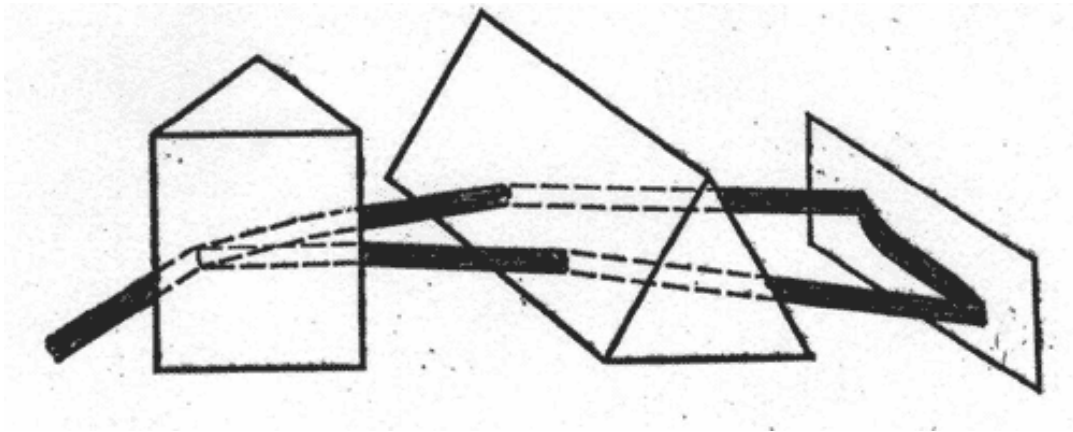


Рис. 7.2.

Метод скрещенных призм для наблюдения дисперсии света в призме

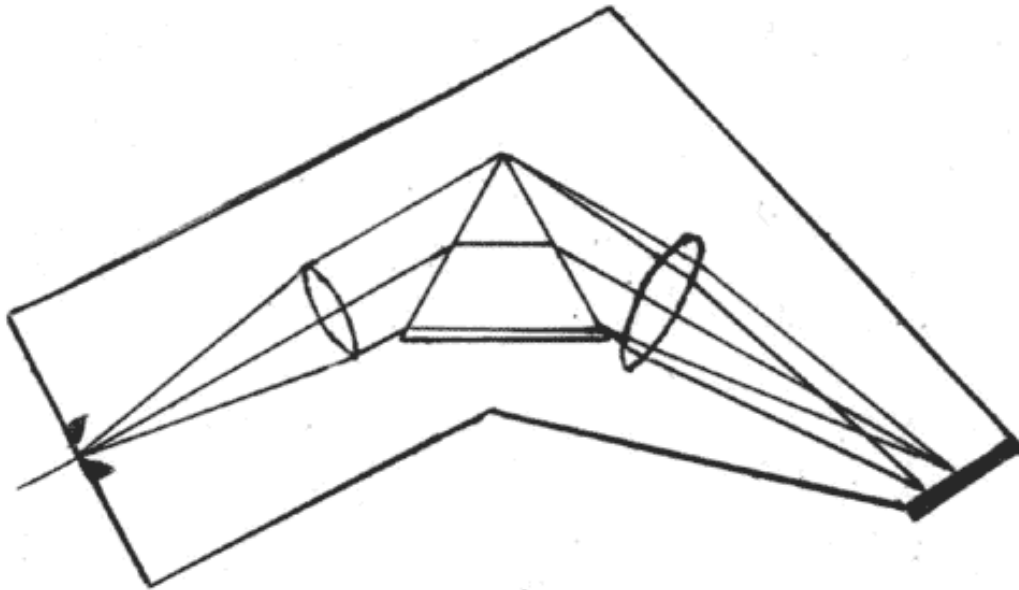


Рис. 7.3.

Принципиальная схема призмного спектрографа

Если сравнивать вид спектров, наблюдаемых на экране (рис. 7.1), для нескольких типов призм, изготавливаемых из нескольких сортов стекла или других оптических материалов, то можно обнаружить, что протяженность спектра, наблюдаемого на экране, оказывается различной. Это свидетельствует о том, что зависимость $n(\lambda_0)$ изменяется для различных материальных сред.

Удобным экспериментальным способом исследования явления дисперсии электромагнитных волн является метод скрещенных призм. При этом световой луч последовательно проходит через две призмы (см. рис. 7.2), преломляющие ребра которых расположены взаимно перпендикулярно друг другу. Линзы на рис. 7.2 устанавливаются для того, чтобы создать параллельный пучок, а затем сфокусировать его на экран. На экране наблюдается искривленная цветная полоска, характеризующая дисперсию света в исследуемом материале.

В результате экспериментов по исследованию дисперсии электромагнитных волн было установлено, что, как правило, с уменьшением длины волны показатель преломления материальной среды

увеличивается. Такой тип дисперсии называют нормальным. В 1862 г. Леру обнаружил, что, если анализировать преломление света в полый призме, заполненной парами йода, то наблюдается обратная ситуация, т.е. показатель преломления в видимой области уменьшается с уменьшением длины волны. Такая дисперсия была названа аномальной.

Кундт, используя *метод скрещенных призм*, обнаружил, что аномальная дисперсия всегда сопровождается сильным поглощением света материальной средой. Наоборот, нормальная дисперсия проявляется в том случае, когда среда является прозрачной для анализируемого излучения.

В результате анализа экспериментальных данных Коши (1829 - 1835 гг.) установил, что зависимость показателя преломления от длины волны в вакууме в условиях нормальной дисперсии удовлетворительно описывается следующим соотношением (формула Коши):

$$n = a + \frac{b}{\lambda_0^2} + \frac{c}{\lambda_0^4}, \quad (7.1)$$

Здесь a, b, c – некоторые константы, определяемые на основе сравнения экспериментальной зависимости с соотношением (7.1), λ_0 – длина электромагнитной волны в вакууме.

На основе явления дисперсии света создан спектральный прибор, называемый спектрографом. Принципиальная схема призмного спектрографа приведена на рис. 7.3. После узкой (50 - 100 мкм) щели спектрографа располагаются: коллиматорный объектив, диспергирующая призма и камерный объектив. Регистрация спектра осуществляется с помощью фотопленки или многоэлементного электронного детектора. Если наблюдение спектра осуществляется глазом, то такой прибор называют спектроскопом.

Вместо многоэлементного детектора на выходе спектрального прибора может быть помещена узкая выходная щель в фокусе камерного объектива. После щели устанавливается электронный детектор оптического излучения (фотоумножитель или фотоэлемент). При вращении призмы вокруг своей оси с помощью специального поворотного устройства, снабженного шаговым двигателем, происходит сканирование спектра на выходной щели. Такой спектральный прибор называется спектрометром или монохроматором. Современные спектрометры и спектрографы оснащены компьютером, управляющим поворотом призмы и накапливающим информацию о наблюдаемых спектрах для различных материальных сред. При этом более эффективным оказалось использование, вместо призмы, дифракционной решетки, также осуществляющей разложение падающего на неё параллельного пучка электромагнитного излучения в спектр.

Оптические устройства, с помощью которых измеряются значения показателя преломления различных материальных сред, называются рефрактометрами. В настоящее время показатель преломления n в видимой области для многих веществ измерен с высокой точностью (несколько знаков после запятой).

ГЛАВА 7. Взаимодействие электромагнитных волн с материальными средами

7.2. Теория нормальной дисперсии

При проникновении электромагнитной волны в материальную среду происходит формирование новой волны, распространяющейся по веществу. Отличие новой волны от исходной состоит в том, что при ее распространении происходят процессы, связанные не только с колебаниями электрического и магнитного полей, но и с движением заряженных частиц внутри вещества, т.е. с возбуждениями чисто механической природы. Чтобы подчеркнуть различие между электромагнитными волнами в вакууме и материальной среде в настоящее время электромагнитные волны, проникшие в вещество, называют *поляритонными волнами*. Кванты поляритонных волн, аналогичные фотонам, являются поляритонами.

Как было отмечено в предыдущем параграфе, зависимость показателя преломления n от частоты ω падающего на вещество излучения или от соответствующей длины волны λ_0 в вакууме

$(\omega = \frac{2\pi c_0}{\lambda_0} = 2\pi c_0 \nu)$ называется дисперсией показателя преломления электромагнитных волн.

Именно вследствие такой зависимости Ньютон наблюдал явление разложения белого светового пучка во все цвета радуги с помощью стеклянной призмы (см. рис. 7.1). Для многих прозрачных в видимой области спектра веществ область электронного поглощения молекулами или атомами, из которых они состоят, соответствует ультрафиолетовому диапазону спектра ($\lambda_0 < 0,4 \text{ мкм}$). Как правило, с уменьшением длины волны показатель преломления возрастает, что соответствует так называемой нормальной дисперсии.

Для теоретического описания свойств электромагнитных волн в материальной среде, и, в частности, явления дисперсии света, необходимо исходить из определенной модели вещества. Одной из таких моделей является модель Лорентца. Согласно этой модели предполагается, что внутри материальной среды имеются равномерно распределенные в пространстве заряженные частицы, колеблющиеся около своих положений равновесия *лорентцевы осцилляторы*. Простейший случай соответствует тому, что такими частицами являются электроны с массой $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ и зарядом $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$. Для того, чтобы среда была электрически нейтральна, необходимо допустить, что в ней присутствуют также частицы с положительным зарядом. Роль таких частиц могут играть относительно тяжелые ионы, движение которых на первом этапе можно не учитывать. Схематически такую модель можно представить в виде кубической кристаллической решетки заряженных колеблющихся частиц. Одномерным аналогом такой решетки может служить кристаллическая цепочка частиц, не взаимодействующих друг с другом, но связанных упругими силами с тяжелыми ионами, расположенными в узлах кристаллической цепочки (см. рис. 7.4).

Если период кристаллической цепочки равен a , то число заряженных осцилляторов, приходящихся на

единицу длины, есть $1/a$ в трехмерном случае для простой кубической решетки концентрация осцилляторов соответственно есть: $N_0 = 1/V$, где V – объем кубической элементарной ячейки.

Важно отметить, что, если равновесные положения электронных осцилляторов несущественно изменяются в процессе электронных колебаний, то модель Лорентца может быть использована для описания свойств поляритонных волн не только в кристаллах, но и в других, менее упорядоченных средах: аморфных телах, стеклах, жидкостях и, с учетом некоторых ограничений, даже в разреженных средах. Модель Лорентца может быть использована также для описания свойств электромагнитных волн в твердых телах, содержащих равномерно распределенные в пространстве примесные центры.

Обозначим через $\vec{u}(\vec{l})$ вектор отклонения заряженной частицы (электрона) от положения равновесия. Здесь $\vec{l} = l_1\vec{a}_1 + l_2\vec{a}_2 + l_3\vec{a}_3$ – так называемый вектор трансляции, задающий положение элементарной ячейки в кубической кристаллической решетке; l_1, l_2, l_3 – целые числа.

Запишем уравнение движения заряженной частицы с зарядом $e\sqrt{F}$ (F – так называемая сила осциллятора, характеризующая величину заряда колеблющейся частицы, e – заряд электрона; $F \approx 1$) в поле электромагнитных волн с напряженностью \vec{E} . При этом для простоты будем полагать, что поле \vec{E} вблизи

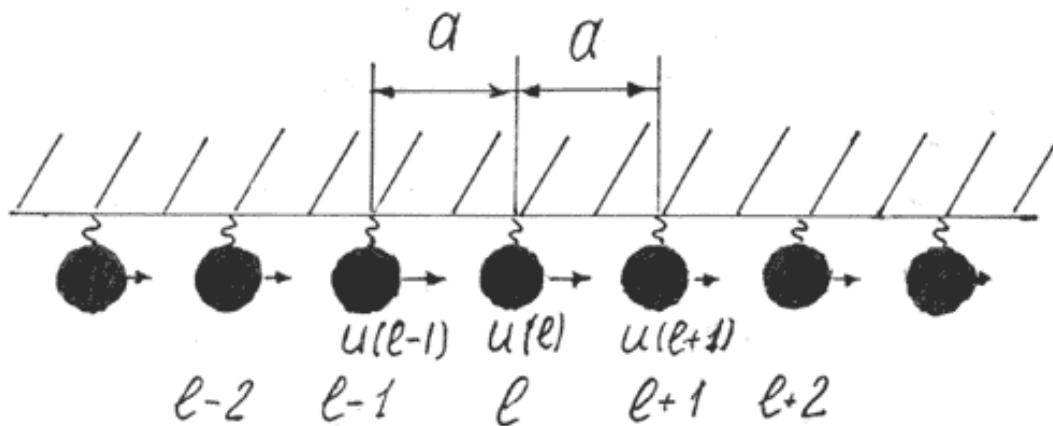


Рис. 7.4.

Цепочка лорентцевых осцилляторов материальной среды

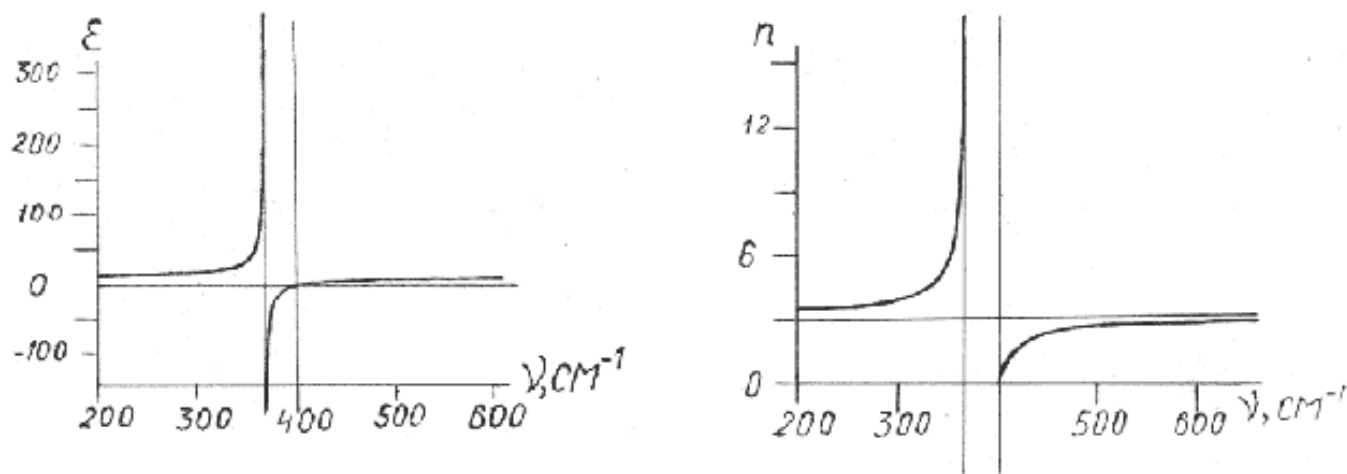


Рис. 7.5.

Дисперсионные зависимости диэлектрической проницаемости $\epsilon(\gamma)$ и показателя преломления $n(\gamma)$ для кристалла фосфида галлия в инфракрасной области спектра

заряженной частицы (так называемое эффективное поле) совпадает по амплитуде с внешним полем

электромагнитной волны в вакууме. При этом получаем:

$$m \frac{d^2 \vec{u}(\vec{l})}{dt^2} = -\gamma_0 \cdot \vec{u}(\vec{l}) + e \sqrt{F} \vec{E} \quad (7.2)$$

В правой части уравнения (7.2) присутствует сила, действующая на заряженный осциллятор и обусловленная электрическим полем в области движения заряженной частицы. Уравнение движения (7.2.) необходимо рассматривать совместно с уравнениями Максвелла в материальной среде. Запишем эти уравнения в следующем виде:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 0, \operatorname{div} \vec{B} = 0. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Система уравнений (7.3) написана для материальной среды, внутри которой нет свободных зарядов ($\rho = 0$) и отсутствуют токи ($j = 0$). Кроме того, для простоты полагается, что среда является немагнитной, т.е. $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ ($\mu = 1$).

Решение системы уравнений для вещества (7.2) и электромагнитного поля (7.3) ищется в виде плоских монохроматических волн, что является характерным для всех волновых процессов, происходящих в средах с трансляционной симметрией (в частности, в кристаллах):

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t), \vec{H} = \vec{H}_0 \exp i((\vec{k}\vec{r} - \omega t), \vec{D} = \vec{D}_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t), \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t), \vec{u} = \vec{u}_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t). \end{aligned}$$

Здесь $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ – круговая частота, характеризующая колебания рассматриваемых величин в процессе распространения волны (f – обычная частота, измеряемая в герцах; $\vec{k} = [2\pi / \lambda] \vec{n}$ – волновой вектор, направление которого задает направление распространения волны в пространстве; λ – длина волны в материальной среде). Остановимся сначала на анализе первого из уравнений системы (7.3). Применим операцию "rot" к левой и правой части этого уравнения и используем известное тождество векторного анализа:

$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{a} = \operatorname{grad} \cdot \operatorname{div} \vec{a} - \nabla^2 \vec{a}$, где ∇ – оператор векторной производной,

$(\nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2})$ – оператор Лапласа). В результате приходим к соотношению:

$$\operatorname{grad} \cdot \operatorname{div} \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\frac{\partial \mu_0}{\partial t} \frac{\partial \epsilon \epsilon_0 \vec{E}}{\partial t} \quad (7.4)$$

При этом мы использовали известные материальные соотношения: $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$ и

$B = \mu_0 \mu \varepsilon \vec{H}$ ($\mu = 1$), а также второе уравнение Максвелла ($\text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$) системы (7.3).

Подставим в третье уравнение системы (7.3) решение в виде плоских монохроматических волн. В результате, используя правила векторного дифференцирования

$\text{div} \vec{E}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t] = i\vec{k}\vec{E}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t] = 0$, получаем соотношение:

$$i\varepsilon_0 \varepsilon \vec{k} \vec{E}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t] = 0 \quad (7.5)$$

Относительная диэлектрическая проницаемость ε в общем случае предполагается зависящей от частот ω электромагнитной волны, т.е. $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$.

Напомним, что в вакууме электромагнитная волна характеризуется только поперечной поляризацией, т.е. имеет место: $\vec{E}_0 \perp \vec{k}$. В материальной среде необходимо рассмотреть возможность существования как поперечных ($\vec{E}_0 \perp \vec{k}$), так и продольных ($\vec{E}_0 \parallel \vec{k}$) волн. Для продольных волн имеет место $\vec{E}_0 \vec{k} = E_0 k \cos \theta \neq 0$. Поэтому для выполнения соотношения (7.5) необходимо, чтобы диэлектрическая проницаемость ε при этом обращалась в нуль для некоторого значения частоты $\omega = \omega_1$: $\varepsilon(\omega_1) = 0$, (т.е. ω_1 - нуль диэлектрической проницаемости).

Для поперечной ($\vec{E}_0 \perp \vec{k}$, $\vec{E}_0 \vec{k} = E_0 k \cos \pi/2 = 0$) волны соответственно имеем:

$$i\varepsilon_0 \varepsilon \text{div} \vec{E} = i\varepsilon_0 \varepsilon \vec{k} \vec{E}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t] = 0, \varepsilon(\omega) \neq 0. \quad (7.6)$$

Остановимся на нахождении зависимости $\varepsilon(\omega)$ для поперечных волн. В этом случае соотношение (7.4) с учетом (7.6) переходит в волновое уравнение для напряженности поля \vec{E} :

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \vec{E} = 0. \quad (7.7)$$

где вводится обозначение: $c = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}}$ для фазовой скорости поляритонной волны.

При подстановке в уравнение (7.7) решения в виде плоской монохроматической волны

$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t]$ приходим к следующему алгебраическому соотношению:

$$\omega = \frac{c_0 k}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}} \quad (7.8)$$

Это соотношение в неявном виде задает так называемый закон дисперсии для поляритонной волны:

$$\omega = \omega(\vec{k}).$$

Для нахождения вида диэлектрической функции $\varepsilon(\omega)$ и соответствующего показателя преломления $n = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$ обратимся к уравнению движения для заряженного осциллятора (7.2). Подставляя решение в виде плоских монохроматических волн в это уравнение, приходим к соотношению для

амплитуд \vec{u}_0 и \vec{E}_0 :

$$-\omega^2 \vec{u}_0 = -\omega_0^2 \vec{u}_0 + e\sqrt{F} \vec{E}_0 / m, \quad (7.9)$$

где вводится обозначение: $\omega_0^2 = \frac{Y_0}{m}$ (квадрат собственной частоты колебаний заряженного осциллятора). Отсюда получаем:

$$\vec{u}_0 = \frac{e\sqrt{F} \vec{E}_0}{m[\omega_0^2 - \omega^2]}. \quad (7.10)$$

В процессе отклонения заряженной частицы от противоположно заряженного иона (см. рис. 7.4) происходят осцилляции соответствующего дипольного момента:

$\vec{p} = \vec{p}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t] = e\sqrt{F} \vec{u}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t]$. Используем известное из электростатики понятие поляризации $\vec{P} = \vec{P}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t]$. Физический смысл этой величины состоит в равенстве модуля этого вектора дипольному моменту единицы объема, т.е. для однородной среды:

$$\vec{P}_0 = \frac{\vec{p}_0}{V} = \frac{e\sqrt{F} \vec{u}_0}{V}, \quad (7.11)$$

где V - объем, занимаемый одним осциллятором. Из соотношения (7.9) следует выражение для амплитуды вектора поляризации:

$$\vec{P}_0 = \frac{e^2 F \vec{E}_0}{V} \quad (7.12)$$

С другой стороны, используя соотношение: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/М}$), имеем:

$$\epsilon \epsilon_0 \vec{E}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_0 + \frac{e^2 F \vec{E}_0}{mV[\omega_0^2 - \omega^2]}. \quad (7.13)$$

Отсюда получаем вид функции $\epsilon(\omega)$ и квадрата показателя преломления $n^2(\omega) = \epsilon(\omega)$:

$$n^2(\omega) = \epsilon(\omega) = 1 + \frac{e^2 F}{mV \epsilon_0 [\omega_0^2 - \omega^2]} = 1 + \frac{e^2 F N_0}{m \epsilon_0 [\omega_0^2 - \omega^2]}. \quad (7.14)$$

В дальнейшем удобно ввести обозначение для квадрата так называемой плазменной частоты ω_p^2 :

$$\omega_p^2 = \frac{e^2 F}{mV \epsilon_0}. \quad (7.15)$$

С использованием этого обозначения диэлектрическая функция представляется в виде:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \text{ или}$$

$$\varepsilon(\omega) = \frac{\omega_i^2 - \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (7.16)$$

где $\omega_i^2 = \omega_0^2 + \omega_p^2$ (ω_i – значение частоты, при котором $\varepsilon(\omega)$ обращается в нуль).

Вторая формула в (7.16) в литературе известна как соотношение Куросавы (по имени физика из Японии, получившего аналогичную формулу). Соответственно показатель преломления для рассматриваемой модели материальной среды представляется в виде:

$$n(\omega) = \sqrt{\frac{\omega_i^2 - \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}}. \quad (7.17)$$

Как видно из формулы (7.17), на высоких частотах ($\omega \gg \omega_0$) показатель преломления стремится к единице, т.е. фазовая скорость света при этом $c \rightarrow c_0$. Наоборот, при низких частотах ($\omega \rightarrow 0$) имеет место:

$$\varepsilon(0) = \frac{\omega_i^2}{\omega_0^2} \text{ и}$$

$$n(0) = \frac{\omega_i}{\omega_0}. \quad (7.18)$$

Если $\omega = \omega_i$, то показатель преломления и диэлектрическая проницаемость согласно (7.17) обращаются в нуль: $\varepsilon(\omega_i) = 0$. Таким образом, на этой частоте ($\omega = \omega_i$) согласно соотношению (7.5) возможно существование продольных электромагнитных волн (см. рис. 7.3). Частота продольной электромагнитной волны для рассматриваемой модели вещества не зависит от модуля волнового вектора \vec{k} , т.е. от длины волны.

Если частота $\omega \cong \omega_0$, то показатель преломления и диэлектрическая проницаемость согласно (7.18) резко возрастают и существенно отличаются от единицы.

Таким образом, рассматриваемая теория объясняет явление дисперсии электромагнитных волн в веществе и дает количественное описание зависимости диэлектрической проницаемости ε и показателя преломления n от частоты ω и от длины волны λ_0 падающего на материальную среду электромагнитного излучения. Из соотношения (7.14) следует:

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (7.19)$$

Рассмотрим ситуацию, когда $\omega \ll \omega_0$ (излучение вдали от резонансной частоты ω_0). При этом можно использовать разложение в ряд Тейлора для функции:

$$\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{1}{\omega_0^2(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})} \cong \frac{1}{\omega_0^2} \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right). \quad (7.20)$$

Таким образом, из (7.19) и (7.20) получаем:

$$n^2(\omega) = A + \frac{B}{\lambda_0^2}, \quad (7.21)$$

где $A = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}$; $B = \omega_p^2 \left(\frac{2\pi c}{\omega_0^2}\right)^2$.

Полученное соотношение (7.21) близко к формуле Коши, полученной при описании нормальной дисперсии в реальных средах. Схематический вид зависимостей $\varepsilon(\omega)$ и $n(\omega)$, соответствующих соотношениям (7.16, 7.17), представлен на рис. 7.5. Важно отметить, что формула (7.14) была получена для рассматриваемой модели материальной среды как кристаллического тела.

Использование этой формулы для неидеальных кристаллических структур, а также для других типов материальных сред оказывается справедливым лишь в области волновых векторов, для которой существуют поляритонные волны в этих средах. Формулу (7.14) удобно представить также в следующем виде:

$$\varepsilon = n^2 = 1 + \frac{e^2 FN_0}{m \varepsilon_0 [\omega_0^2 - \omega^2]}, \quad (7.22)$$

где $N_0 = 1/V$ - концентрация заряженных осцилляторов (т.е. их число в единице объема). Если частота падающего света ω много больше резонансной частоты ω_0 , то величиной ω_0^2 в знаменателе (7.14) можно пренебречь. В этом случае можно использовать более простую формулу для дисперсии диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon(\omega) = n^2 = 1 - \frac{e^2 FN_0}{m \varepsilon_0 \omega^2}. \quad (7.23)$$

Такая формула может быть применима, в частности, для описания дисперсии рентгеновских лучей при их распространении в веществе, так как их частота ω существенно превышает значения собственных частот ω_0 колебаний оптических электронов в атомах и молекулах. Частоты таких колебаний обычно соответствуют видимой области спектра (для окрашенных веществ) и ближнему ультрафиолетовому диапазону спектра. Это выражение для диэлектрической проницаемости может быть использовано также для описания свойств рентгеновского излучения при его прохождении через металлическую среду, прозрачную для рентгеновского излучения.

Остановимся теперь на анализе зависимости $\omega(\vec{k})$, т.е. закона дисперсии электромагнитных волн в материальной среде (поляритонных волн), исходя из соотношения (7.8). Используя выражение для диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$, получаем:

$$\omega^2 = \frac{c_0^2 k^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{\omega_i^2 - \omega^2}. \quad (7.24)$$

Отсюда приходим к биквадратному уравнению для круговой частоты (:

$$\omega^4 - \omega^2 (\omega_i^2 + c_0^2 k^2) + c_0^2 k^2 \omega_0^2 = 0. \quad (7.25)$$

Таким образом, для рассматриваемой модели материальной среды имеются два типа поляритонных волн, соответствующие двум дисперсионным ветвям, т.е. зависимостям $\omega^2(\vec{k})$, являющимися корнями биквадратного уравнения (7.2.24):

$$\omega_+^2 = \frac{\omega_i^2 + c_0^2 k^2}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4c_0^2 k^2 \omega_0^2}{\omega_i^2 + c_0^2 k^2}} \right), \quad (7.26a)$$

$$\omega_-^2 = \frac{\omega_i^2 + c_0^2 k^2}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4c_0^2 k^2 \omega_0^2}{\omega_i^2 + c_0^2 k^2}} \right). \quad (7.26b)$$

Вид этих дисперсионных кривых для поляритонов в кристалле фосфида галлия показан на рис. 7.6. При этом построен закон дисперсии поляритонов нижней и верхней ветвей в виде функции

$$\nu = \nu(k) (\nu = 1/\lambda_0 - \text{волновое число, измеряемое обычно в см}^{-1}).$$

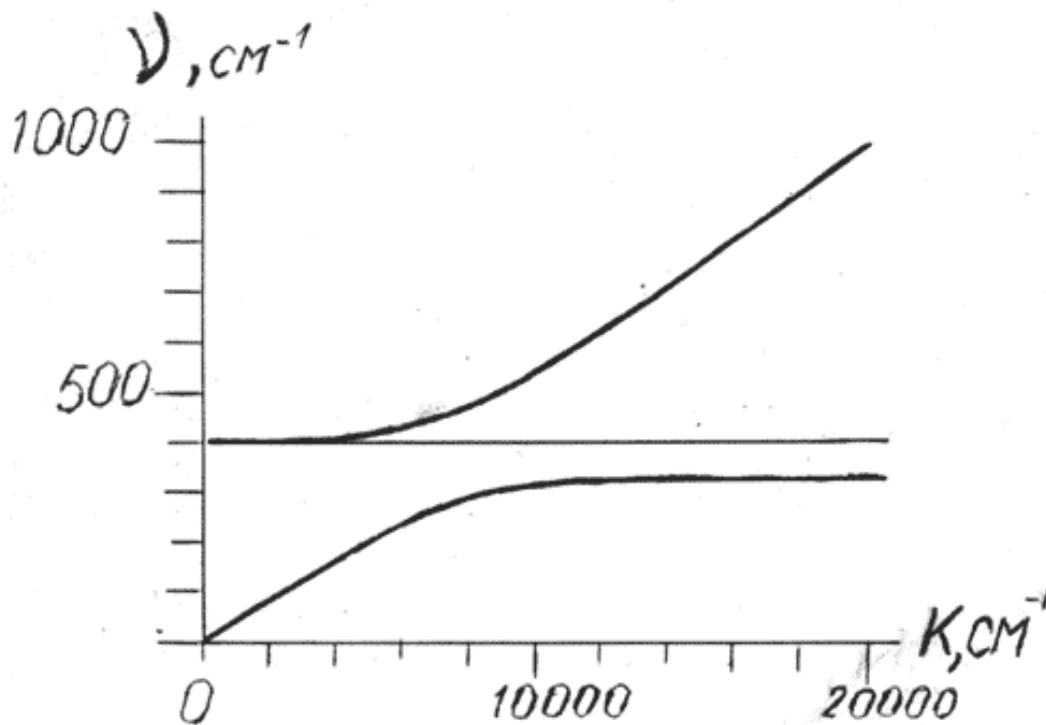


Рис. 7.6.

Вид поляритонных кривых, т.е. закон дисперсии для поляритонов в диэлектрическом кристалле фосфиде галлия в инфракрасной области спектра. Нижняя кривая соответствует нижней поляритонной ветви, стремящейся при больших значениях волнового вектора к

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0, \text{ а верхняя кривая - верхней поляритонной ветви, начинающаяся со значения } \mathbf{v} = \mathbf{v}_L; \text{ прямая линия на частоте } \mathbf{v} = \mathbf{v}_L = \omega_l / 2\pi c_0 \text{ соответствует продольным волнам;}$$

$$\mathbf{v}_0 = 366 \text{ см}^{-1} \text{ и } \mathbf{v}_L = 402 \text{ см}^{-1}.$$

В области малых значений волновых векторов можно использовать разложение в ряд Тейлора:

$$\omega_+ = \sqrt{\omega_l^2 + c_0^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_l^2}\right) k^2}, \quad (7.27a)$$

$$\omega_- = c_0 k \frac{\omega_0}{\omega_l}. \quad (7.27b)$$

Таким образом, в далекой инфракрасной области спектра, соответствующей низким частотам

поляритонных волн, показатель преломления $\mathbf{n} = \sqrt{\epsilon_0} = \frac{\omega_0}{\omega_l} > 1$. Поэтому фазовая и групповая

скорости распространения миллиметровых электромагнитных волн в материальной среде может быть существенно меньше (на несколько порядков) скорости распространения света в вакууме.

Соответственно статическая диэлектрическая проницаемость ϵ_0 может быть существенно больше

единицы. Особая ситуация имеет место, когда частота собственных колебаний ω_0 лорентцевых осцилляторов становится очень малой. При этом статическая диэлектрическая проницаемость в соответствии с соотношением 7.18, в котором ω_0^2 находится в знаменателе, сильно возрастает: её значение для некоторых веществ достигает 10^4 .

Отметим, что значение квадрата плазменной частоты в соотношении 7.18, находящееся в числителе, зависит только от заряда и массы осциллятора, т.е. не должно существенно изменяться с температурой. Резкое возрастание

низкочастотной диэлектрической проницаемости обнаруживается у некоторых твердых тел для узкого интервала температур вблизи так называемой **точки Кюри** ($T = T_C$). Вещества, характеризующиеся

аномально высокими значениями статической диэлектрической проницаемости в точке Кюри, ниже

точки Кюри ($T < T_C$) оказываются спонтанно поляризованными, т.е. их вектор поляризации \vec{P}_0 (дипольный момент единицы объема) отличен от нуля даже при отсутствии внешнего электрического поля.

При ($T > T_C$) спонтанная поляризация такого вещества полностью пропадает ($P_0 = 0$). Ниже

температуры T_C направление вектора спонтанной поляризации может быть изменено на противоположное при приложении к такому веществу внешнего статического (постоянного)

электрического поля. Вещества, характеризующиеся существованием спонтанной поляризации, направление которого может изменяться под действием внешнего статического поля, называются

сегнетоэлектриками, или ферроэлектриками (по аналогии с ферромагнетиками). Типичным примером сегнетоэлектрика является титанат бария, для которого статическая диэлектрическая проницаемость

возрастает до 10^4 вблизи температуры 12°C . Как выяснилось, роль лорентцевых осцилляторов,

обуславливающих аномальное возрастание статической диэлектрической проницаемости в

сегнетоэлектриках, играют не электроны, а ионы. В случае титаната бария такую роль выполняют

ионы титана, бария и кислорода, колеблющиеся с большой амплитудой вблизи равновесных

положений (см. рис. 7.7).

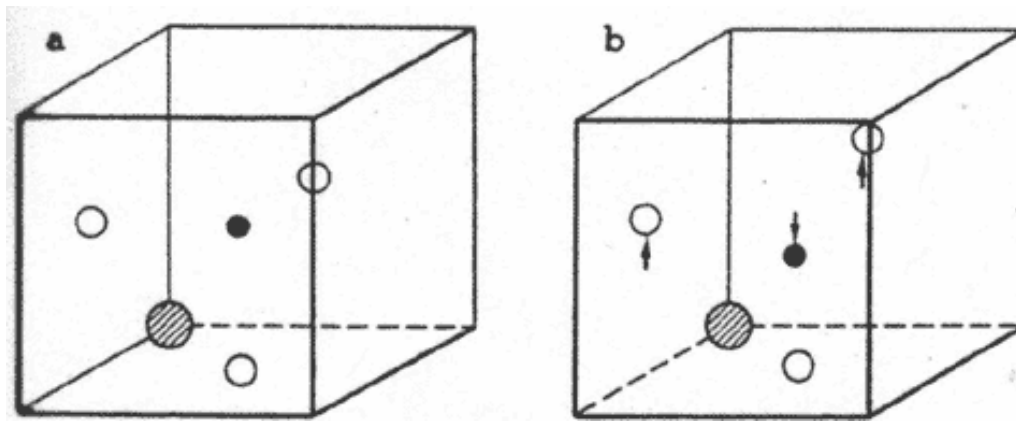


Рис. 7.7.

Вид элементарной ячейки кристалла титаната бария выше (а) и ниже (б) точки сегнетоэлектрического фазового перехода. Стрелки показывают смещения соответствующих ионов при фазовом переходе; светлые кружки соответствуют кислороду, темные в центре - титану и заштрихованные кружки - барию

В самой точке Кюри частота ω_0 таких колебаний устремляется к нулю, т.е. упругая возвращающая сила практически отсутствует и положения равновесия ионов становятся неустойчивыми. Колебания, частота которых устремляется к нулю при некоторых значениях внешних параметров (температуры, давления), в настоящее время называют *мягкими модами*. Появление мягких мод обычно сопровождается фазовым переходом внутри вещества, в частности изменением типа структуры кристаллической решетки. Так как в точке Кюри возвращающая сила для мягкой моды отсутствует, при небольшом понижении температуры мягкая мода оказывается "замороженной", т.е. атомы не возвращаются в исходное положение равновесия и в ячейке возникает дипольный момент. Вследствие кулоновского взаимодействия такое же направление дипольного момента осуществляется для достаточно большого объема кристалла - сегнетоэлектрического домена. Внутри каждого домена возникает спонтанная поляризация, направление которой можно изменять даже с помощью слабого внешнего электрического поля.

Таким образом, вблизи точек фазовых переходов в твердых телах должно происходить аномальное увеличение низкочастотного показателя преломления и соответственно уменьшение скорости распространения поляритонных волн на низких частотах. Общее выражение для дисперсии диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика в инфракрасной области спектра для температуры $T = T_c$ может быть представлено в виде формулы (7.23), полученной в предположении, что частота лорентцева осциллятора равна нулю ($\omega_0 = 0$). Это и соответствует формированию мягкой моды вблизи точки перехода. При этом для описания закона дисперсии поляритонов вместо биквадратного уравнения (7.25) имеем квадратное уравнение:

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c_0^2 k^2. \quad (7.28)$$

Соотношение (7.28) задает закон дисперсии для верхней поляритонной ветви в рассматриваемом случае; нижняя ветвь при этом совпадает с осью абсцисс, т.е. должна полностью отсутствовать. При этом величина ω_p^2 задается соотношением (7.15), где m - эффективная масса колеблющихся ионов кристаллической решетки, а F - соответствующая сила осцилляторов.

Отметим, что аналогичные соотношения для диэлектрической проницаемости (7.23) и закона дисперсии (7.28) поляритонов имеют место для состояния вещества, называемого плазмой. Плазма -

это электрически нейтральная среда; в которой между электрическими зарядами (положительными и отрицательными) действуют только кулоновские силы, т.е. для рассматриваемой модели плазмы, как и в случае сегнетоэлектрика, $\omega_0 = 0$. Фактически сегнетоэлектрик при температуре Кюри тоже является плазмой, в которой кулоновскими частицами оказываются ионы кристаллической решетки. В случае металлической плазмы кулоновскими частицами являются свободно движущиеся по металлу электроны и "закрепленные" в узлах кристаллической решетки положительные ионы. Если лорентцевыми осцилляторами плазмы являются электроны, то закон дисперсии для поляритонной ветви задается соотношением (7.28), где плазменная частота ω_p вычисляется из соотношения (7.15), в котором масса осциллятора равна массе электрона. Так как диэлектрическая проницаемость плазмы при $\omega = \omega_p$ в соответствии с соотношением (7.23) обращается в нуль, то, наряду с поперечными поляритонными волнами на плазменной частоте существуют также продольные волны, которые в данном случае называются плазменными. Классические частицы, соответствующие плазменным волнам, называются *плазмонами*. Закон дисперсии для плазмы, учитывающий присутствие как поперечных, так и продольных волн, приведен на рис. 7.8. Таким образом, закон дисперсии для электромагнитных волн такого типа имеет место для материальных сред различной физической природы, внутри которых присутствует плазма: разреженных ионизированных газов, звезд, металлов, легированных полупроводников, свойства которых мы будем изучать в дальнейшем, сегнетоэлектриков вблизи температуры Кюри и др.

При описании свойств поляритонных волн необходимо проанализировать дисперсию, т.е. зависимость от k , не только фазовой, но и групповой скорости волны, которая, как известно (см. главу 1), есть: $u = d\omega/dk$. В отличие от вакуума, в материальной среде фазовая (ω/k) и групповая ($d\omega/dk$) скорости могут существенно отличаться друг от друга. Как видно из приведенных законов дисперсии, групповая скорость поляритонных волн может изменяться в широких пределах: от нуля (верхняя поляритонная ветвь при $k=0$) до значений, близких к значению скорости света в вакууме. При описании электромагнитного излучения как потока частиц скорость движения таких частиц (фотонов в вакууме и поляритонов в среде) определяется не фазовой, а групповой скоростью.

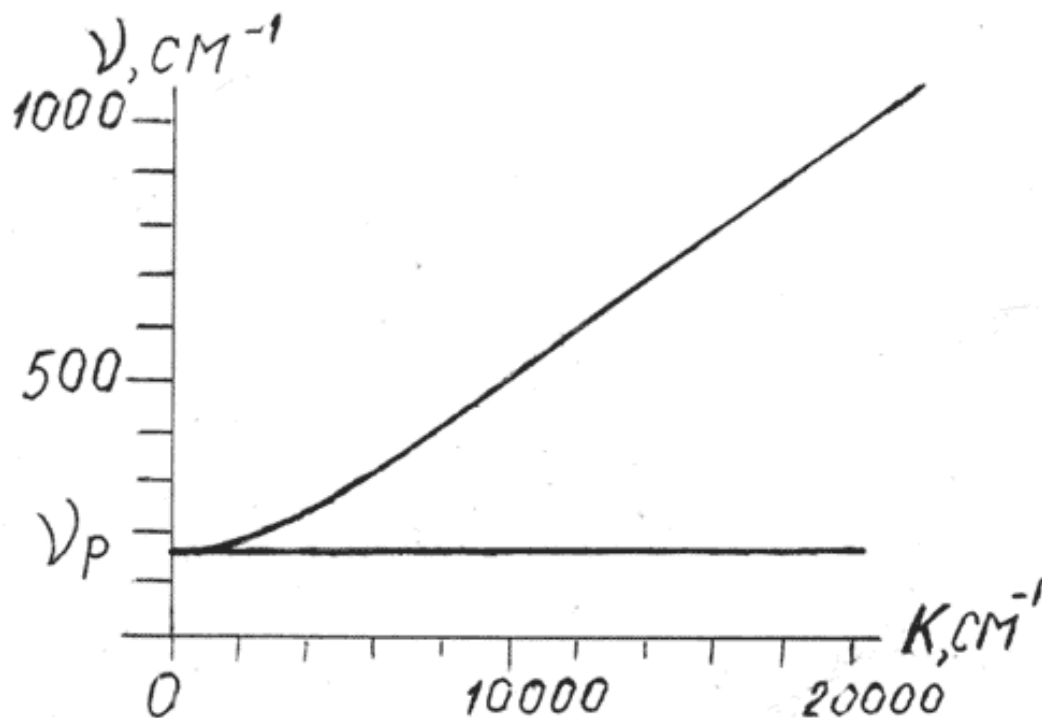


Рис. 7.8.

. Схематический закон дисперсии для поляритонов в плазме. Прямая линия на плазменной частоте ω_p соответствует плазменным волнам

В случае плазмы для поперечных волн из закона дисперсии путем дифференцирования получаем для групповой скорости:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c_0^2 k}{\sqrt{\omega_p^2 + c_0^2 k^2}}, \quad (7.29)$$

т.е. при этом фазовая $\frac{\omega}{k}$ и групповая $\frac{d\omega}{dk}$ скорости поляритонных волн существенно отличаются друг от друга (см. формулы 7.28 и 7.29).

Если в материальной среде имеется не один, а несколько типов заряженных осцилляторов, то формула (7.14) принимает более сложный вид:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \sum_{j=0}^n \frac{e^2 F_j N_0}{m_j \varepsilon_0 [\omega_{0j}^2 - \omega^2]}. \quad (7.30)$$

Здесь индекс j соответствует различным лорентцевым осцилляторам. В этом случае должно иметь место резкое возрастание показателя преломления в нескольких областях спектра, соответствующих резонансным частотам заряженных осцилляторов с частотами ω_{0j} .

Таким образом, использование модели Лорентца позволяет не только объяснить явление дисперсии, но и открывает возможность для расчета значений скоростей распространения поляритонных и плазменных волн в материальных средах. При этом оказывается, что при определенных частотах ω и волновых векторах \vec{k} групповая скорость волны, соответствующая классической скорости движения поляритона, может аномально уменьшиться по сравнению со скоростью c_0 света в вакууме, т.е. фотоны при определенных энергиях E должны сильно тормозиться на границе "вакуум - материальная среда". В частности, для плазмы это видно из анализа приведенных формул для закона дисперсии (7.28) и групповой скорости (7.29). Соответствующие поляритонные волны в материальной среде движутся с групповой скоростью, существенно меньшей скорости света c_0 в вакууме, а при $\omega = \omega_j$, когда диэлектрическая проницаемость обращается в нуль, их групповая скорость обращается в нуль, т.е. поляритон, в отличие от фотона в вакууме, может иметь сколь угодно малую скорость. Такие особенности поляритонных волн и соответствующих им классических частиц - поляритонов - можно объяснить тем, что поляритонная волна по своей природе является "гибридной", т.е. и электромагнитной и механической. Уменьшение групповой скорости распространения такой волны соответствует тому, что доля механических колебаний в ней возрастает, а электромагнитных - соответственно падает.

Задачи.

1. Используя формулу 7.19 для показателя преломления найти изменение показателя преломления поляритонной волны при изменении длины волны от 0,6 до 0,4 мкм для материальной среды,

моделируемой лорентцевыми осцилляторами с параметрами: $\omega_0 = 6 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ и $\omega_p = 3 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$.

Решение. Используем связь между длиной волны (λ_0 в вакууме и круговой частотой:

$\omega = c_0 k_0 = \frac{2\pi c_0}{\lambda_0}$; таким образом, используя выражение для показателя преломления в виде (7.19):

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2}, \text{ имеем: } n_1 = \sqrt{1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \frac{4\pi^2 c_0^2}{\lambda_1^2}}}, \quad n_2 = \sqrt{1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \frac{4\pi^2 c_0^2}{\lambda_2^2}}}, \text{ Подставляя}$$

численные значения, получаем: $n_2 - n_1 = 0,126$.

2. Найти зависимость частоты ω поляритонной волны от ее групповой скорости для плазмы, характеризующейся законом дисперсии: $\omega^2 = \omega_p^2 + c_0^2 k^2$ (формула 7.28).

Решение. Из соотношения 7.28 получаем: $\omega d\omega = c_0^2 k dk$. Соответственно для групповой скорости

$u = \frac{d\omega}{dk}$ поляритона имеем: $u = \frac{c_0^2 k}{\omega}$, т.е. $k = \frac{\omega u}{c_0^2}$. Подставляя последнее соотношение для

волнового вектора k в исходную формулу 7.28, получаем искомую зависимость:
$$\omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

3. Найти значения плазменной частоты для электронной плазмы металла, полагая, что каждому атому металла соответствует один лорентцев осциллятор с зарядом и массой электрона $F = 1$ (в формуле 7.15). Концентрация атомов металла $N_0 = (1/V) = 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

Решение. Исходим из выражения (7.15) для квадрата плазменной частоты: $\omega_p^2 = \frac{e^2 F}{mV \epsilon_0}$. Отсюда

$$\text{получаем: } \omega_p = \frac{e\sqrt{N}}{\sqrt{m\epsilon_0}} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{14}}{\sqrt{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 8,86 \cdot 10^{-12}}} = 5,6 \cdot 10^{15} \text{ 1/с.}$$

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[.]Sote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 7. Взаимодействие электромагнитных волн с материальными средами**7.3. Учет затухания лорентцевых осцилляторов. Теория аномальной дисперсии и поглощения электромагнитных волн**

В реальных веществах колебания лорентцевых осцилляторов всегда являются затухающими. Это связано с тем, что часть энергии в процессе колебаний лорентцева осциллятора переходит в тепло, т. е. в другие степени свободы материальной среды. Кроме того, трение возникает из-за самого процесса излучения (так называемое "радиационное трение"). Учет силы трения можно осуществить феноменологическим образом (не раскрывая механизма силы трения): путем введения в уравнение (7.2) дополнительного слагаемого:

$$m \frac{d^2 \vec{u}(l)}{dt^2} = -\gamma_0 \vec{u}(l) - 2\delta \frac{d\vec{u}(l)}{dt} + e\sqrt{F} \vec{E}_0. \quad (7.31)$$

Соответственно, вместо уравнения (7.9), мы приходим к следующему соотношению для амплитуд отклонения \vec{u}_0 и напряженности \vec{E}_0 электрического поля:

$$-\omega^2 \vec{u}_0 = -\omega_0^2 \vec{u}_0 + i\gamma\omega \vec{u}_0 + e\sqrt{F} \vec{E}_0 \quad (7.32)$$

Здесь введено обозначение $\gamma = \frac{2\delta}{m}$ для величины, характеризующей затухание лорентцева осциллятора. Тогда для амплитуды вектора поляризации \vec{P}_0 имеет место:

$$\vec{P}_0 = \frac{e\sqrt{F} \vec{U}_0}{V} = \frac{e^2 F \vec{E}_0}{mV [\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega]}. \quad (7.33)$$

Соответственно для диэлектрической проницаемости (учитывая (7.1.11)), получаем:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{e^2 F}{mV \varepsilon_0 [\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega]}. \quad (7.34)$$

Таким образом, учет затухания лорентцева осциллятора приводит к тому, что диэлектрическая проницаемость становится комплексной величиной:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega), \text{ где}$$

$$\varepsilon'(\omega) = 1 +$$

$$\frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}, \quad (7.35)$$

$$\varepsilon''(\omega) =$$

$$\frac{\omega_p^2 \gamma \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}. \quad (7.36)$$

В формулах (7.35) и (7.36) мы использовали определение плазменной частоты ω_p , задаваемое соотношением (7.15). Комплексный характер функции $\varepsilon(\omega)$ приводит к тому, что показатель преломления $\mathbf{n}(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$ также становится величиной комплексной: $n = p + i\chi$. Для действительной и мнимой частей показателя преломления имеют место формулы ($\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$):

$$p^2 - \chi^2 = \varepsilon', \quad (7.37)$$

$$2p\chi = \varepsilon''. \quad (7.38)$$

Как показывает анализ зависимостей 7.37 и 7.38, при $\omega > \omega_0$ вблизи резонансной частоты ω_0 действительная часть показателя преломления p уменьшается с увеличением частоты (с уменьшением длины волны), т.е. должен иметь место эффект аномальной дисперсии показателя преломления.

Таким образом, учет затухания в модели лорентцевых осцилляторов позволяет объяснить как нормальную, так и аномальную дисперсию в материальных средах.

Другой эффект, связанный с затуханием лорентцевых осцилляторов, состоит в поглощении электромагнитного излучения при его распространении в материальной среде. Экспериментально поглощение электромагнитного излучения описывается законом Бугера:

$$I = I_0 \exp(-\alpha L) \quad (7.39)$$

Здесь I_0 – интенсивность излучения на входе в материальную среду, а I – соответствующая интенсивность на выходе плоскопараллельной пластины толщиной L , α – показатель поглощения. Обычно предполагается, что коэффициент α является положительным, т.е. при прохождении электромагнитной волны через материальную среду должно происходить её ослабление, так как энергия исходной волны при прохождении через среду должна уменьшаться. Это согласуется с законом сохранения энергии, если учесть, что к материальной среде дополнительная энергия не подводится, а часть попавшей в вещество электромагнитной энергии переходит в тепло. Материальные среды, для которых коэффициент α является положительным, называются пассивными. Отметим, что возможна также ситуация, когда коэффициент α является

отрицательным. Это осуществляется лишь в том случае, когда к материальной среде подводится энергия извне. При этом может происходить усиление электромагнитной волны после прохождения её через материальную среду. Среды, усиливающие электромагнитные волны, называются активными. В дальнейшем мы будем их изучать более подробно.

Зависимость (7.39) характеризует спектр пропускания электромагнитного излучения пассивной материальной средой. Установим связь между показателем поглощения и характеристиками лорентцевых осцилляторов. Интенсивность электромагнитного излучения, распространяющегося в заданном направлении через изотропную среду, равна плотности потока энергии, т.е. усредненному по времени модулю вектора Умова-Пойнтинга:

$$I = |\vec{S}| = |\vec{E} \otimes \vec{H}| \quad (7.40)$$

Для модулей напряженностей \vec{E} и \vec{H} , выраженных в комплексном виде, имеет место соотношение:

$\vec{E} = E_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)$; $\vec{H} = \vec{H}_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)$. Из соотношения (7.8), определяющего закон дисперсии поляритонных волн, имеем в случае комплексного показателя преломления:

$$k = \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\varepsilon} = \frac{\omega}{c_0} (p + i\chi). \quad (7.41)$$

Соответственно для электрического и магнитного полей \vec{E} и \vec{H} и получим:

$$E = E_0 e^{-\frac{\omega}{c_0} \chi Z} \cdot e^{i\left(\frac{\omega}{c_0} p Z - \omega t\right)} \quad (7.42)$$

$$H = H_0 e^{-\frac{\omega}{c_0} \chi Z} \cdot e^{i\left(\frac{\omega}{c_0} p Z - \omega t\right)} \quad (7.43)$$

Таким образом, для интенсивности $I(Z)$ имеет место:

$$I(Z) = E_0 H_0 e^{-2\frac{\omega}{c_0} \chi Z} \left| e^{2i\left(\frac{\omega}{c_0} p Z - \omega t\right)} \right|^2 = I_0 e^{-2\frac{\omega}{c_0} \chi Z}. \quad (7.44)$$

Из (7.43) мы получаем выражение для показателя поглощения в виде:

$$\alpha = 2 \frac{\omega}{c_0} \chi. \quad (7.45)$$

Учитывая соотношение (7.38), имеем:

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega \varepsilon''}{c_0 P} = \frac{\omega^2}{c_0 P} \frac{\omega_p^2 \gamma}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2 \omega^2}. \quad (7.46)$$

Присутствие в материальной среде лорентцева осциллятора с собственной частотой ω_0 приводит к резонансному поглощению вблизи этой частоты. Максимум полосы поглощения близок к резонансной частоте ω_0 , а полуширина (ширина на половине высоты) этой полосы равна коэффициенту затухания γ . Добротность $Q = \frac{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}}{\gamma}$ лорентцева осциллятора характеризует "остроту" резонансной кривой поглощения.

Учитывая выражение для плазменной частоты (ρ показатель поглощения может быть представлен в виде:

$$\alpha(\omega) = N_0 \sigma(\omega), \quad (7.47)$$

где N_0 – концентрация лорентцевых осцилляторов, а $\sigma(\omega)$ – так называемое эффективное сечение:

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 F \omega^2 \gamma}{\rho c_0 m \varepsilon_0 \left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2 \omega^2 \right]}. \quad (7.48)$$

Эффективное сечение $\sigma(\omega_0) = \frac{e^2 F}{\rho c_0 m \varepsilon_0 \gamma}$ имеет физический смысл площади поперечного

сечения атома или молекулы, поглощающих электромагнитное излучение с частотой ω_0 , и по порядку величины составляет 10^{-20} м². Таким образом, для конденсированной среды

($N_0 = 10^{28}$ 1/м³) в области резонансного поглощения ($\omega = \omega_0$) имеем: $\alpha(\omega_0) = 10^8$ м⁻¹.

Величина показателя поглощения существенно меньше в случае разреженных сред, концентрация N_0 в которых на много порядков меньше, чем в жидкостях и твердых телах. Если в материальной среде имеется несколько типов лорентцевых осцилляторов, то соответственно, в спектре поглощения должно быть несколько резонансных максимумов. При этом спектр пропускания материальной среды обусловлен показателем поглощения следующего вида:

$$\alpha(\omega) = \omega^2 \sum_j \frac{a_j}{\left(\omega_{0j}^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma_j^2 \omega^2}, \quad (7.49)$$

где коэффициенты a_j зависят от сил F_j и коэффициентов (γ_j соответствующих электронных осцилляторов. Вид спектров поглощения для конкретных веществ получается на основе построения зависимости интенсивности $I(\omega)$ прошедшего через плоскопараллельную пластинку или пленку (если поглощение очень велико) электромагнитного излучения. Приборы, предназначенные для

анализа спектров поглощения, называются спектрофотометрами. На рис. 7.9 приводятся спектры поглощения некоторых веществ. Область физики, связанная с получением спектров поглощения твердых тел, жидкостей и газов, называется абсорбционной спектроскопией.

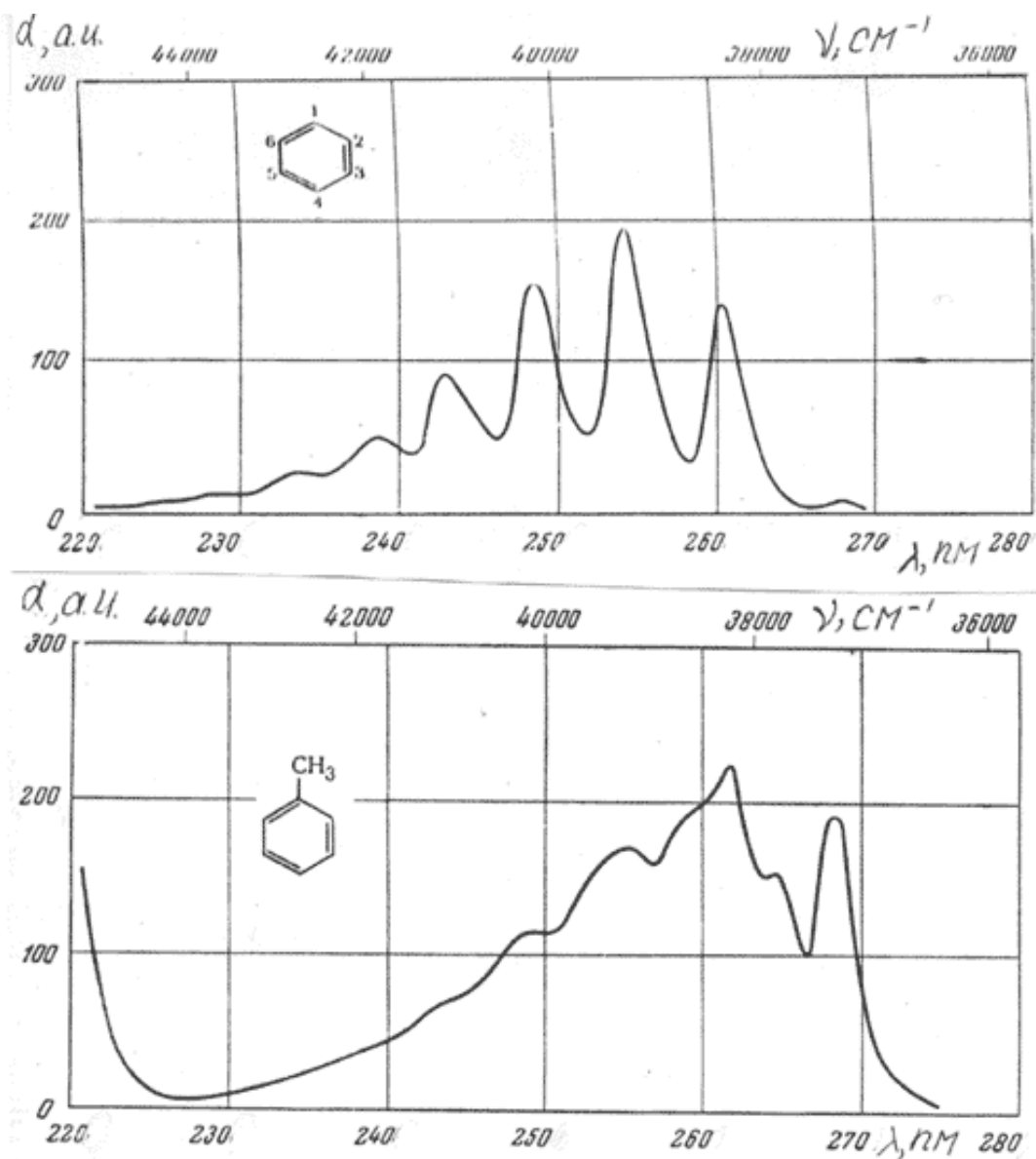


Рис. 7.9.

Спектры поглощения бензола (верхняя кривая) и толуола (нижняя кривая), растворенных в изооктане; по оси ординат отложена величина показателя поглощения в произвольных единицах (а. у.)

Задачи.

1. Найти показатель поглощения на резонансной частоте для газа с концентрацией атомов $N_0 = 10^{20} \text{ м}^{-3}$, если эффективное сечение $\sigma(\omega_0) = 10^{-20} \text{ м}^2$, (формула 7.47).

Решение. Используем соотношение (7.47) для показателя поглощения :

$\alpha(\omega) = N_0 \sigma(\omega)$, Подставляя в эту формулу соответствующие значения для концентрации и эффективного сечения, получаем: $\alpha(\omega) = N_0 \sigma(\omega)$,

2. Получить выражения для закона дисперсии, т.е. зависимости от длины волны в вакууме или от круговой частоты (ω), для действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости

плазмы с учетом затухания, если известны плазменная частота ω_p и коэффициент затухания γ .

Решение. Используем общие соотношения (7.35) и (7.36) для действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon'(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}, \varepsilon'' = \frac{\omega_p^2\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}.$$

Для плазмы $\omega_0 = 0$. Поэтому из формул 7.35 и 7.36 получаем:

$$\varepsilon'(\omega) = 1 - \frac{\omega^2\omega_p^2}{\omega^4 + \gamma^2\omega^2}, \varepsilon'' = \frac{\omega_p^2\gamma\omega}{\omega^4 + \gamma^2\omega^2}.$$

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote]

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 8. Поляризация электромагнитных волн

Как было отмечено выше в главе 1, основным свойством электромагнитных волн является поперечность колебаний векторов напряжённости электрического и магнитного полей по отношению к направлению распространения волны. Одно из следствий этого факта состоит в том, что в природе существует обширный класс электромагнитных волн, в которых колебания электрического и магнитного полей совершаются в строго определённых направлениях. Такое свойство определяет состояние поляризации электромагнитной волны. Если вектор напряжённости электрического поля электромагнитной волны колеблется вдоль некоторого направления в пространстве, говорят о линейной поляризации рассматриваемой электромагнитной волны. Электромагнитная волна в этом случае полагается полностью поляризованной. Состояние полной поляризации электромагнитной волны проявляется и при более сложном характере изменения ориентации векторов напряжённости электрического и магнитного полей в пространстве по мере распространения волны по сравнению с тем, что имеет место при линейной поляризации волны. Например, из уравнений Максвелла, как мы убедились выше в главе 1, следует существование полностью поляризованных электромагнитных волн, у которых по мере распространения волны вектора напряжённости электрического и магнитного полей изменяются таким образом, что траектория движения их "концов" в плоскости, поперечной направлению распространения волны, представляет собой эллипс или в частном случае окружность. В этом случае говорят соответственно об эллиптической поляризации электромагнитной волны или в частном случае о её круговой поляризации.

Как правило, излучение естественных источников представляет собой пример электромагнитных волн с неопределённым состоянием поляризации. В электромагнитной волне с неопределённым состоянием поляризации в плоскости, поперечной направлению распространения волны, всегда можно найти направление, в котором имеют место колебания вектора напряжённости её электрического и магнитного полей. Электромагнитные волны с неопределённым состоянием поляризации называются неполяризованными. При распространении электромагнитной волны в реальных средах возможно превращение неполяризованных волн в полностью поляризованные и наоборот. Примером такого превращения является поляризация электромагнитной волны, в плоскости, перпендикулярной плоскости падения на поверхность диэлектрика, вследствие эффекта Брюстера, исследованного ранее в гл.3.

Другой практически важный способ поляризации электромагнитных волн, в частности световых волн, представляет рассматриваемое подробно в этой главе распространение электромагнитных волн в оптически анизотропных средах, вследствие которого проходящая через кристалл волна расщепляется на две ортогонально поляризованных волны.



ГЛАВА 8. Поляризация электромагнитных волн

8.1 Естественный и поляризованный свет

Различные типы поляризации электромагнитных/световых волн

Как было отмечено в главе 1, вектора напряжённости электрического и магнитного полей плоской монохроматической электромагнитной волны колеблются в плоскости, перпендикулярной направлению её распространения. Кроме того, было установлено, что колебания векторов напряжённости электрического и магнитного полей плоской монохроматической электромагнитной волны поляризованы. В зависимости от характера колебаний векторов напряжённости электрического и магнитного полей плоской монохроматической электромагнитной волны поляризация волны может быть линейной, круговой и эллиптической.

В *линейно поляризованной волне* колебания вектора напряжённости электрического поля совершаются вдоль линии, расположенной в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. На рис. 8.1а изображена ориентация векторов напряжённости электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей линейно поляризованной плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси OZ с колебаниями вектора \vec{E} под углом α к оси OY . В этом случае электромагнитную волну называют также плоскополяризованной. *Плоскость поляризации*, обозначенная символом Π на рис. 8.1а, определяется направлением распространения волны и направлением колебаний вектора напряжённости электрического поля.

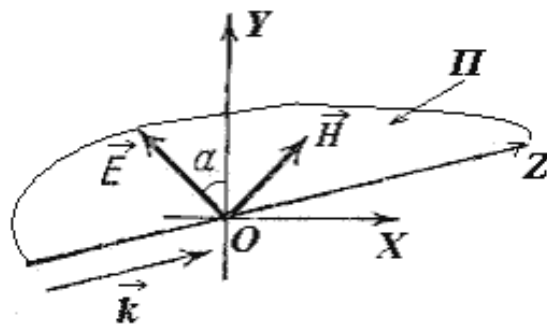


Рис. 8.1а.

В *волне, поляризованной по кругу*, вектор напряжённости электрического поля \vec{E} вращается по кругу в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, которое совпадает с осью OZ (рис. 8.1b). Вектор напряжённости магнитного поля \vec{H} этой волны не изображён на рис. 8.1b в целях его упрощения, также вращается по кругу и одновременно колеблется в направлении, перпендикулярном направлению колебаний вектора \vec{E} .

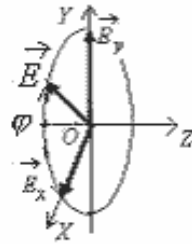


Рис. 8.1b.

Как следует из рис. 8.1b, плоская монохроматическая волна, поляризованная по кругу, может быть представлена в виде суммы двух плоских монохроматических когерентных волн, вектора напряжённости \vec{E}_x и \vec{E}_y , которых колеблются в двух взаимно перпендикулярных направлениях с одинаковой амплитудой и имеют начальные фазы колебаний, отличающиеся на 90° .

Действительно, пусть имеются две электромагнитные волны, распространяющиеся в одном направлении, в качестве которого выбрана ось OZ, одна из которых поляризована вдоль оси OX, другая - вдоль оси OY, колебания векторов напряжённости электрического поля которых определяются выражениями:

$$\vec{E}_x = \vec{e}_x E_0 \cos(\omega t - kz); \vec{E}_y = \vec{e}_y E_0 \cos(\omega t - kz + \pi/2), \quad (8.1a)$$

где \vec{e}_x, \vec{e}_y - единичные векторы в направлении осей OX и OY декартовой системы координат XYZ.

Для определения закона колебаний вектора напряжённости электрического поля электромагнитной волны, представляющей собой сумму двух волн, определяемых (8.1a), найдём угол наклона φ суммы векторов напряжённостей \vec{E} этих волн из следующего соотношения:

$$\operatorname{tg} \varphi = E_0 \cos(\omega t - kz + \pi/2) / E_0 \cos(\omega t - kz) = \operatorname{tg}(\omega t - kz), \quad (8.1b)$$

Из этого выражения следует, что вектор напряжённости электрического поля электромагнитной волны \vec{E} , представляющей собой сумму двух волн, определяемых (8.1a), направлен под углом $\varphi = \omega t$ к оси OX (рис. 8.1b), изменяющимся пропорционально времени t с коэффициентом пропорциональности, равным угловой частоте электромагнитной волны ω . Следовательно, вектор напряжённости электрического поля рассматриваемой электромагнитной волны \vec{E} вращается с круговой частотой ω вокруг направления распространения электромагнитной волны в плоскости, перпендикулярной этому направлению.

В *эллиптически поляризованной волне*, по мере распространения волны вектор напряжённости электрического поля перемещается по эллипсу (рис. 8.1c) в плоскости, перпендикулярной направлению волны, распространяющейся, в соответствии с рис. 8.1c, вдоль оси OZ.

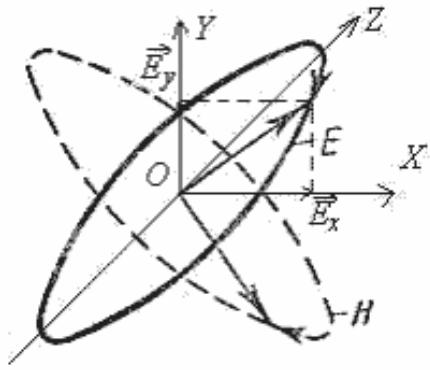


Рис. 8.1с.

Как следует из рис. 8.1с и задачи 1.2 из первой главы, плоская монохроматическая эллиптически поляризованная электромагнитная волна может быть представлена в виде суммы двух плоских монохроматических когерентных волн, вектора напряжённости электрического поля которых колеблются в двух взаимно перпендикулярных направлениях с неодинаковыми амплитудами и различными начальными фазами колебаний, неравными $0^0, 90^0, 180^0$ или 270^0 .

Круговую или эллиптическую поляризацию электромагнитной волны называют левой, если вращение вектора напряжённости электрического поля этой волны происходит против часовой стрелки, если смотреть с направления волны. Наоборот, если вращение вектора напряжённости электрического поля этой волны происходит по часовой стрелке, если смотреть с направления волны, то *поляризация электромагнитной волны называется правой*.

Электромагнитные волны, излучаемые естественными источниками, как правило, являются неполяризованными. Для пояснения заметим, что излучение естественных источников можно представить как хаотическую последовательность испускания цугов электромагнитных волн отдельными атомами источника в произвольных направлениях, с произвольными начальными фазами. Колебания вектора напряжённости электрического поля результирующей электромагнитной волны ввиду этого не может иметь какого-либо определённого направления в пространстве. Упрощённое представление об электромагнитной волне, излучаемой естественным источником в некотором направлении, можно составить, если представить эту волну в виде суммы двух некогерентных волн одинаковой интенсивности, поляризованных в двух произвольно выбранных взаимно перпендикулярных направлениях.

Способы получения поляризованных электромагнитных/световых

Существует несколько способов получения из неполяризованной электромагнитной волны поляризованной. Так, в главе 3 был рассмотрен *эффект Брюстера*, в результате которого электромагнитная волна, отражённая от поверхности диэлектрика под углом Брюстера оказывается поляризованной перпендикулярно плоскости падения (рис. 3.9). Другой способ получения линейно поляризованного света из неполяризованного встречался в главе 3 при ознакомлении с опытами Г. Герца, в которых были установлены основные свойства электромагнитных волн. Так, в одном из этих опытов рассматривалось прохождение электромагнитной волны через экран в виде параллельных проводящих стержней, полосок или проводов (рис. 3.8с). Как следует из этого опыта, прохождение электромагнитной волны через такой экран зависит от ориентации полосок экрана по отношению к направлению колебаний вектора напряжённости \vec{E} электрического поля облучающей экран волны.

Если полосы перпендикулярны \vec{E} , то электромагнитное поле практически без потерь проходит через экран. Наоборот, если полосы параллельны \vec{E} , то падающая на поверхность экрана электромагнитная волна практически полностью отражается от него. Таким образом, если ввести угол ϕ между направлением ориентации полосок экрана и вектором напряжённости электрического поля \vec{E} , то за экраном электромагнитная волна \vec{E}_t будет поляризована в направлении, перпендикулярном направлению полосок, а её амплитуда равна

$$E_t = E \sin \phi. \quad (8.2)$$

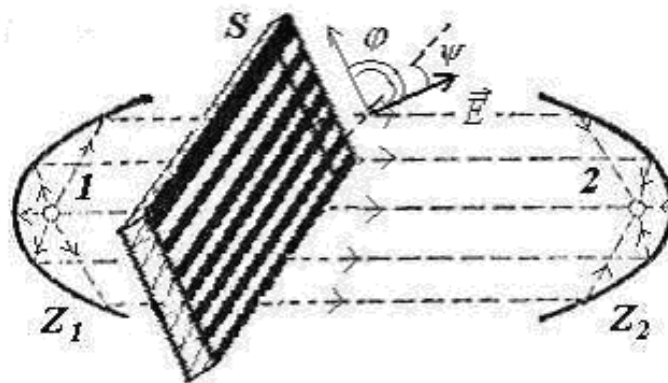


Рис. 8.2а.

Из этих рассуждений следует, что экран с проводящими полосками, ориентированными в определенном направлении, можно рассматривать как физический прибор, с помощью которого из неполяризованной электромагнитной волны получается поляризованная в направлении, перпендикулярном направлению ориентации полосок. Устройства такого рода получили название **поляризаторов** или **поляроидов**. При вращении экрана с проводящими полосками интенсивность линейно поляризованной электромагнитной волны в соответствии с (8.2) будет изменяться от некоторого максимального значения, когда полосы перпендикулярны вектору напряжённости \vec{E} электрического поля освещающей экран электромагнитной волны, до минимального, равного нулю, когда полосы параллельны \vec{E} .

Характерной особенностью принципов функционирования различных видов поляризаторов является использование анизотропных сред для получения поляризованных электромагнитных волн и, в частности, света. В **поляризаторе в виде проводящих полосок в экране** анизотропия создаётся определённой ориентацией в пространстве проводящих полосок, изменяющих характер распространения электромагнитных волн, поляризованных перпендикулярно и параллельно направлению полосок.

В качестве **естественных поляризаторов электромагнитных волн**, и, в частности, света на практике широко используются кристаллы. В **кристаллах** из-за упорядоченного расположения атомов и молекул в пространстве при определённой симметрии возникают условия анизотропного распространения электромагнитных волн, по отношению к некоторым выделенным в пространстве направлениям. Более подробно вопросы распространения электромагнитных волн в кристаллах рассматриваются далее в этой главе.

В поляризаторах можно определить плоскость, называемую **плоскостью поляризатора**, обладающую тем свойством, что линейно поляризованная электромагнитная волна, вектор напряжённости электрического поля которой колеблется в плоскости, параллельной плоскости поляризатора, не изменяет своей поляризации. Кроме этого в поляризаторе имеется также плоскость, обладающую тем

свойством, что линейно поляризованная электромагнитная волна, вектор напряжённости электрического поля которой колеблется параллельно этой плоскости, полностью или частично поглощается.

Для поляризаторов в виде проводящих полосок в экране плоскостью поляризатора, очевидно, является плоскость, перпендикулярная направлению полосок.

Степень поляризации электромагнитных/световых волн

Поляризаторы, в которых происходит полное поглощение электромагнитных волн, поляризованных перпендикулярно плоскости поляризатора, называют *идеальными или просто поляризаторами*. Если же полного поглощения нет, то *поляризатор называют несовершенным*.

Неполяризованная электромагнитная волна, проходящая идеальный поляризатор, превращается им в линейно поляризованную волну, плоскость колебаний вектора напряжённости электрического поля которой параллельна плоскости поляризатора. Интенсивность колебаний, полученной таким образом линейно поляризованной волны, будет в два раза меньше интенсивности неполяризованной волны, направляемой на поляризатор. Уменьшение интенсивности электромагнитной волны в два раза на выходе из поляризатора объясняется указанной выше возможностью представить неполяризованную волну в виде наложения двух некогерентных волн одинаковой интенсивности, поляризованных взаимно перпендикулярно в произвольно выбранных плоскостях. Для поляризатора в качестве одной из таких плоскостей выбирается плоскость поляризатора. Тогда через поляризатор пройдёт волна, поляризованная параллельно этой плоскости. Волна, поляризованная перпендикулярно плоскости поляризатора, будет поглощена. В силу сказанного выше интенсивность вышедшей из поляризатора линейно поляризованной волны оказывается в два раза меньше интенсивности волны неполяризованной.

Неполяризованная электромагнитная волна, проходящая несовершенный поляризатор, не является полностью линейно поляризованной волной. В Электромагнитные волны, в которых колебания вектора напряжённости электрического поля в определённом направлении преобладают над колебаниями, совершаемых в других направлениях, называются *частично поляризованными*. Частично поляризованные электромагнитные волны возникают на практике не только после прохождения ими несовершенных поляризаторов, но и в результате их распространения в средах, содержащих неоднородности.

Состояние поляризации произвольной электромагнитной волны задаётся *степенью поляризации* P . Для определения степени поляризации электромагнитной волны её пропускают через поляризатор, в котором можно менять ориентацию плоскости поляризатора, например, с помощью поворота поляризатора относительно направления распространения исследуемой электромагнитной волны. В двух взаимно ортогональных ориентациях плоскости поляризатора будут дважды отмечены максимальное I_{\max} и минимальное I_{\min} значение интенсивности проходящей поляризатор электромагнитной волны. Измеренные таким образом максимальное и минимальное значения интенсивности электромагнитной волны, прошедшей через поляризатор при различных ориентациях его плоскости, определяют степень поляризации электромагнитной волны с помощью следующего выражения:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (8.3)$$

Для линейно поляризованного света $P = 1$, поскольку $I_{\min} = 0$. Для неполяризованного света $P = 0$, поскольку $I_{\max} = I_{\min}$.

Волны с круговой и эллиптической поляризацией полностью поляризованы. Для определения их степени поляризации также может быть использована формула (8.3). Однако, для наблюдения максимума и минимума интенсивности таких волн, проходящих через поляризатор, должен быть использован соответствующий поляризатор, благодаря конструкции которого свободно пропускающего волну, поляризованную для определенности по левому кругу, и не пропускающего волну, поляризованную по правому кругу. В качестве таких поляризаторов можно представить экран заполненных проводящими спиралями, имеющими правую намотку (рис. 8.2b).

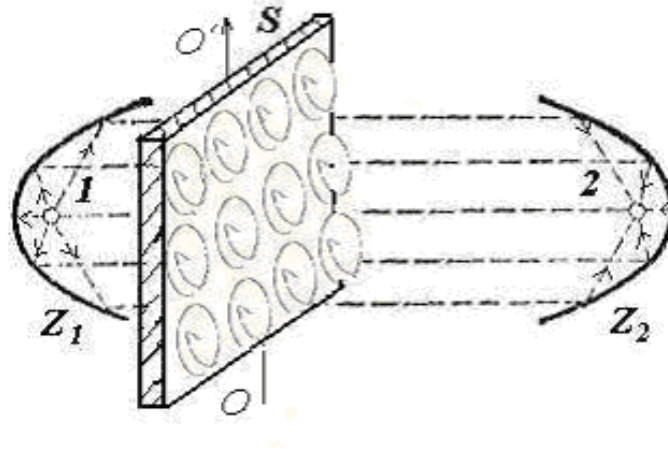


Рис. 8.2b.

Электромагнитная волна, поляризованная по левому кругу, свободно проходит через такой экран, а волна, поляризованная по правому кругу, не проходит. Для наблюдения минимума интенсивности электромагнитной волны, поляризованной по левому кругу, необходимо повернуть экран со спиралями на 180° вокруг его вертикальной оси симметрии OO' (рис. 8.2b).

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote]

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 8. Поляризация электромагнитных волн**8.2 Закон Малюса**

С помощью поляризаторов можно исследовать поляризацию электромагнитных волн. Например, для волн с линейной поляризацией, положение плоскости поляризатора, при которой наблюдается максимум интенсивности проходящей поляризатор электромагнитной волны, указывает направление колебаний вектора напряжённости электрического поля этой волны. Если наблюдается отличное от нуля значения минимума интенсивности проходящей поляризатор электромагнитной волны, то это означает её частичную поляризацию. При ориентации плоскости поляризатора, не совпадающей с теми, когда наблюдается максимум и минимум интенсивности проходящей поляризатор электромагнитной волны, значение интенсивности волны определяется углом φ (рис. 8.3), который составляет плоскость поляризатора с направлением колебаний вектора напряжённости электрического поля волны, лежащей в плоскости P . Характер этой зависимости определяется законом *Малюса*.

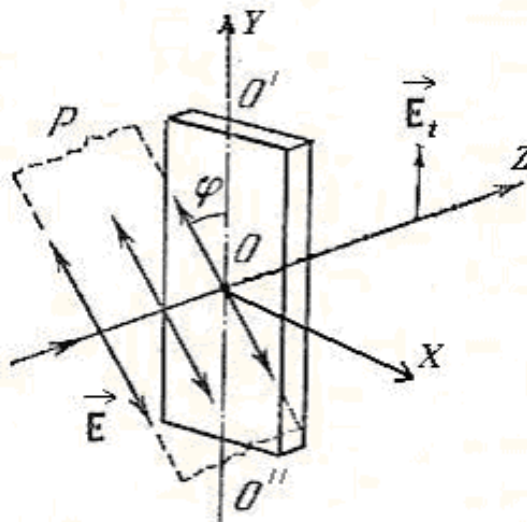


Рис. 8.3.

Для установления закона Малюса рассмотрим прохождение через поляризатор Π (рис. 8.3) линейно поляризованной электромагнитной волны, направление колебаний вектора напряжённости \vec{E} в плоскости P которой составляет угол φ с плоскостью поляризатора Π , проходящей через прямую $O'O''$, параллельную оси OY , и направлению распространения волны, в качестве которого выбрана ось OZ . Представим проходящую поляризатор Π линейно поляризованную электромагнитную волну в виде суммы двух электромагнитных волн, распространяющихся в том же направлении, что и исходная, но поляризованных в двух взаимно перпендикулярных направлениях, одно из которых параллельно плоскости поляризатора Π , а другое перпендикулярно этой плоскости Π . В

соответствие со сказанным выше, волна, поляризованная перпендикулярно плоскости поляризатора Π , поляризатор не проходит. Волна, поляризованная в плоскости поляризатора Π , пройдет свободно поляризатор. Амплитуда колебаний вектора напряжённости электрического поля \vec{E}_t прошедшей поляризатор Π волны в соответствии с (8.2) и рис. 8.3 будет определяться выражением

$$E_t = E \sin \phi = E \cos \varphi, \quad (8.4a)$$

в котором учтено, что $\phi = \frac{\pi}{2} - \varphi$.

Интенсивность I_t прошедшей поляризатор Π волны, пропорциональная, как неоднократно указывалось выше, квадрату модуля вектора напряжённости её электрического поля, может быть определена следующим образом:

$$I_t = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (8.4b)$$

где I_0 - интенсивность линейно поляризованной электромагнитной волны, направляемой на поляризатор Π .

Это соотношение называют *законом Малюса для поляризованного света*.

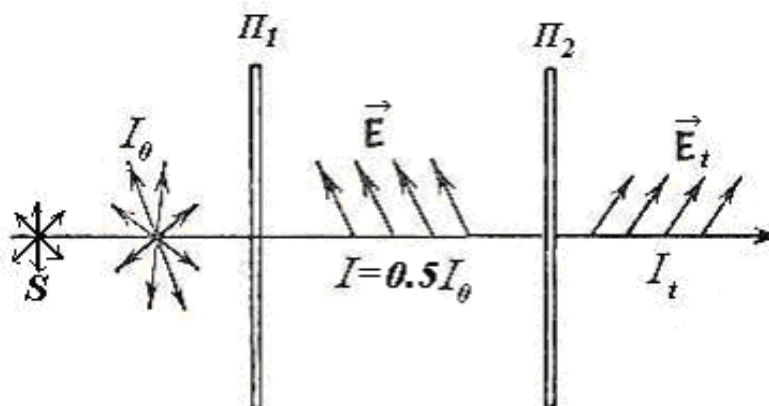


Рис. 8.4.

Рассмотрим наблюдение закона Малюса (рис.8.4), когда через поляризатор Π_1 проходит неполяризованная электромагнитная волна с интенсивностью I_0 , например, свет, излучаемый от некоторого естественного источника S . Как было отмечено выше, интенсивность I_t прошедшей первый поляризатор Π_1 волны будет в два раза меньше интенсивности волны, создаваемой источником S . Тогда интенсивность I_t прошедшей второй поляризатор Π_2 волны, может быть определена из соотношения, называемого *законом Малюса для неполяризованной электромагнитной волны*:

$$I_t = 0.5 I_0 \cos^2 \varphi. \quad (8.5)$$

Если через поляризатор, используемый для наблюдения закона Малюса линейно поляризованного света, проходит электромагнитная волна, поляризованная по кругу, или волна от естественного

источника излучения, то интенсивность прошедшей поляризатор волны не зависит от вращения поляризатора вокруг направления луча.

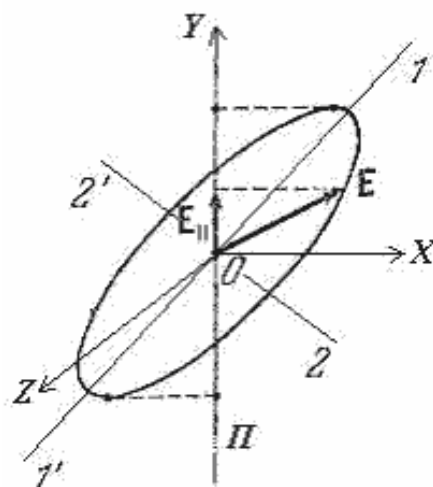


Рис. 8.5.

Рассмотрим изменение интенсивности эллиптически поляризованной электромагнитной волны, проходящей через поляризатор, используемый для наблюдения закона Малюса линейно поляризованного света, при его вращении вокруг направления луча. На рис. 8.5 изображён эллипс поляризации волны, распространяющейся вдоль оси OZ и проходящей через поляризатор, плоскость которого отмечена на рисунке линией Π , параллельной оси OY . При вращении поляризатора вокруг направления оси OZ вращается его плоскость Π и в прошедшей поляризатор волне будет отмечаться изменение её интенсивности между максимальным значением, когда плоскость поляризатора Π совпадает с направлением большой полуоси $11'$ эллипса поляризации, и минимальным, когда плоскость поляризатора Π совпадает с направлением малой полуоси $22'$ эллипса поляризации. Отсюда следует, что характер изменения интенсивности волны при вращении вокруг направления её распространения поляризатора, через который проходит эллиптически поляризованная волна и частично поляризованная волна, одинаковый.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[Sote]

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

ГЛАВА 8. Поляризация электромагнитных волн

8.3 Световые волны в кристаллах

Кристаллы представляют собой вещества, атомы или молекулы которых имеют упорядоченное расположение в пространстве. Кристалл можно представить в виде совокупности периодически повторяющихся в пространстве групп атомов или молекул, область расположения которых называется ячейкой кристалла. Кристаллы различных веществ отличаются друг от друга порядком (конфигурацией) расположения атомов или молекул в пределах ячейки кристалла. Порядок расположения атомов или молекул ячейки кристалла связывается с определенной *группой симметрии*, представляющей собой совокупность преобразований, в результате которых положение атомов кристаллической ячейки не изменяется. Более подробно ознакомиться со свойствами групп симметрии кристаллов и их связью с порядком расположения атомов или молекул в ячейке кристаллов можно в томе настоящего учебного пособия, посвящённого *физике твёрдого тела*.

Следствием упорядоченного расположения атомов или молекул в кристалле является деформация их электронных оболочек. В результате этого при распространении световой волны её *взаимодействие с электронами атомов или молекул кристалла* может зависеть от направления колебаний (поляризации) вектора напряжённости электрического поля волны, а следовательно, учитывая поперечность световых волн, и от направления распространения волны. По этой причине в кристалле скорость распространения световой волны может зависеть от её направления. Явление зависимости скорости распространения световой волны от её направления называется *оптической анизотропией*. В силу сказанного выше оптическая анизотропия связывается с появлением в пространстве выделенных направлений, обусловленных порядком расположения атомов или молекул в ячейке кристалла.

Практически все прозрачные кристаллы обладают оптической анизотропией. Исключением являются *кристаллы кубической группы*. Оптическая анизотропия была открыта в 1669г. *Э. Бартолином* при наблюдении двойного лучепреломления света в *кристалле исландского шпата*, являющегося *кристаллом гексагональной группы*. *Двойное лучепреломление* состоит в появлении после облучения кристалла световой волной с произвольным состоянием поляризации двух лучей, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях.

В дальнейшем при рассмотрении оптически анизотропных кристаллов будем предполагать, что они обладают относительной *магнитной проницаемостью*, равной единице, т.е. $\mu = 1$. Это не только упрощает следующее далее изучение распространения световых волн в оптически анизотропных кристаллах, но и находится в соответствии с магнитными свойствами рассматриваемых кристаллов.

Для оптически анизотропных кристаллов можно выделить три взаимно ортогональных направления, называемых *главными направлениями кристалла*, при распространении вдоль которых световой волны её вектор \vec{D} смещения коллинеарен вектору напряжённости электрического поля \vec{E} .

Пусть для определенности такими направлениями являются оси декартовой системы координат X, Y, Z . Тогда при распространении световой волны:

а) вдоль оси OX

$$\vec{D}_x = \varepsilon_x \varepsilon_0 \vec{E}_x, \quad (8.6a)$$

б) вдоль оси OY

$$\vec{D}_y = \varepsilon_y \varepsilon_0 \vec{E}_y, \quad (8.6b)$$

в) вдоль оси OZ

$$\vec{D}_z = \varepsilon_z \varepsilon_0 \vec{E}_z, \quad (8.6c)$$

Значения относительных диэлектрических проницаемостей $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ называются главными.

Наиболее простыми кристаллами, обладающими оптической анизотропией, являются одноосные кристаллы. В *одноосных кристаллах* существует одно выделенное направление, например ось OX , называемое оптической осью кристалла, при распространении вдоль которой

$\varepsilon_x = \varepsilon_e \neq \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon_o$. К одноосным кристаллам относятся исландский шпат, кварц, турмалин.

В одноосных кристаллах скорость света зависит от его направления распространения. В самом деле, световая волна, распространяющаяся вдоль оси OX , имеет колебания вектора напряжённости электрического поля в плоскости YOZ . Тогда используя соотношение Максвелла, из (8.6b) и (8.6c) получаем скорость этой волны, равную:

$$v_x = v_o = c / \sqrt{\varepsilon_o} \quad (8.7a)$$

В то же время при распространении световой волны в направлении поперечном оси OX её скорость зависит от поляризации волны. Пусть для определённости световая волна распространяется вдоль оси OY и поляризована вдоль оси OX . Тогда из (8.6a) получаем скорость этой волны, равную:

$$v_y = v_e = c / \sqrt{\varepsilon_e} \quad (8.7b)$$

Если же распространяющаяся вдоль оси OY световая волна поляризована вдоль оси OZ , тогда из (8.6c) получаем скорость этой волны, равную:

$$v_z = v_o = c / \sqrt{\varepsilon_o} \quad (8.7c)$$

Предположим, что распространяющаяся вдоль оси OY плоская световая волна поляризована так, что имеет одновременно отличные от нуля проекции вектора напряжённости электрического поля на оси OX и OZ , т.е.:

$$E_x = E \cos \alpha, E_z = E \sin \alpha, \quad (8.8)$$

где α - угол (рис. 8.6) между направлением колебаний вектора напряжённости \vec{E} электрического

поля световой волны и оптической осью (осью OX).

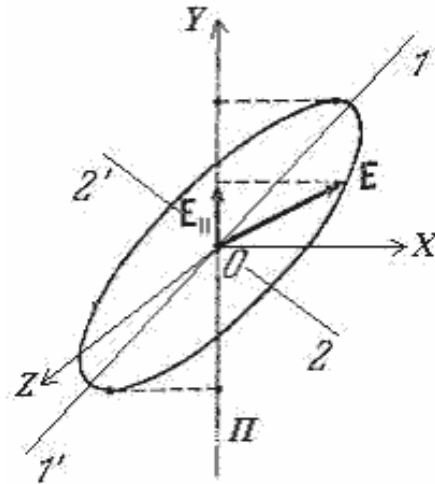


Рис. 8.5.

Тогда можно представить исходную световую волну в виде суммы двух волн, поляризованных в двух взаимно перпендикулярных направлениях, определяемых направлениями осей OX и OZ , и имеющих, как следует из (8.7b) и (8.7c), неодинаковые скорости распространения, соответственно равные v_e, v_o .

Вследствие этого световая волна, распространяющаяся в одноосном кристалле при определённом состоянии поляризации колебаний её вектора напряжённости электрического поля, расщепляется на две волны той же частоты, поляризованные в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, распространяющиеся в общем случае в различных направлениях и имеющие неодинаковые скорости распространения. Этот эффект составляет суть явления двойного лучепреломления света, наблюдаемого в кристаллах.

Световая волна с колебаниями электрического вектора напряжённости в плоскости, перпендикулярной оптической оси кристалла, называется *обыкновенной*. *Скорость обыкновенной световой волны* не зависит от направления её распространения, определяется главным значением диэлектрической проницаемости ϵ_o кристалла и может быть найдена из выражений (8.7b) и (8.7c).

Световая волна с колебаниями электрического вектора напряжённости в любой плоскости, проходящей через оптическую ось кристалла, называется *необыкновенной*. *Скорость необыкновенной световой волны* зависит от направления распространения и определяется главным значением диэлектрической проницаемости ϵ_e кристалла. Если необыкновенная волна распространяется в поперечном направлении к оптической оси кристалла, то её скорость может быть найдена из выражения (8.7a). Если направление распространения необыкновенной световой волны составляет некоторый угол, отличный от 90° , с направлением оптической оси кристалла, то расчёт её скорости имеет более сложный характер и рассматривается далее в конце параграфа.

Для иллюстрации явления двойного лучепреломления рассмотрим прохождение линейно поляризованной плоской световой волны перпендикулярно поверхности пластинки, вырезанной из какого-нибудь одноосного кристалла таким образом, что его оптическая ось параллельна поверхности пластинки (рис. 8.6). В качестве материала пластинки может быть использован, например, кварц. Для произвольного угла α между направлением оптической оси кристалла и направлением колебаний вектора напряжённости электрического поля (рис. 8.6), а также для произвольной толщины пластинки

l внутри пластинки вследствие явления двойного лучепреломления возникнут обыкновенная и необыкновенная линейно поляризованные световые волны. В результате этого из кристаллической пластинки выйдет плоская эллиптически поляризованная световая волна. В самом деле, при произвольном значении угла $\alpha \neq \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$ амплитуды векторов напряжённости электрического поля обыкновенной и необыкновенной волн вследствие (8.8) не равны друг другу, а разность их фаз колебаний Δ определяется толщиной пластинки :

$$\Delta = 2\pi(\sqrt{\epsilon_o} - \sqrt{\epsilon_e})l / \lambda, \quad (8.9a)$$

где λ - длина световой волны вакууме.

Отсюда следует, что кристаллическая пластинка превращает исходную линейно поляризованную световую волну в эллиптически поляризованную.

Если толщина пластинки l выбирается такой, что оптическая разность хода обыкновенной и необыкновенной волн кратна нечётному числу четвертей длин волн, т.е.:

$$(\sqrt{\epsilon_o} - \sqrt{\epsilon_e})l = (1 + 2m)\lambda/4; (m = 0,1,2,\dots), \quad (8.10a)$$

а угол α равен одному из значений $\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$, то кристаллическая пластинка превращает исходную линейно поляризованную световую волну в поляризованную по кругу.

Такие кристаллические пластинки называются *пластинками "в четверть длины волны"*. Пластинки в "в четверть длины волны используются для превращения линейно поляризованного света в свет, поляризованный по кругу, и наоборот, с помощью этой пластинки свет, поляризованный по кругу, можно преобразовать в линейно поляризованный свет.

Наконец, если толщина пластинки выбирается такой, что оптическая разность хода обыкновенной и необыкновенной волн нечётному числу половолн:

$$(\sqrt{\epsilon_o} - \sqrt{\epsilon_e})l = (2m + 1)\lambda/2; m = 0,1,2,\dots, \quad (8.10b)$$

то выходящая из кристаллической пластинки световая волна остаётся исходной линейно поляризованной, как и исходная.

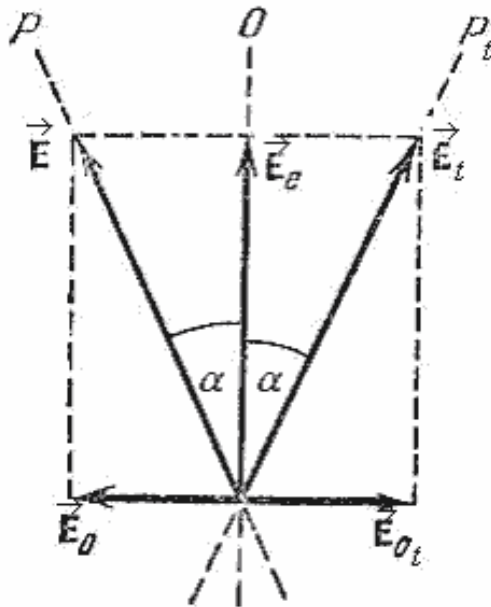


Рис. 8.7.

Такие кристаллические пластинки называются *"полуволновыми пластинками"*. Полуволновые пластинки могут быть использованы для поворота плоскости поляризации проходящей через пластинку световой волны. Например, при угле α (рис. 8.7) между направлением колебаний вектора напряжённости \vec{E} электрического поля световой волны и оптической осью (осью OX) выходящая из кристаллической полуволновой пластинки электромагнитная волна будет линейно поляризована в плоскости, повернутой на 2α по отношению к плоскости поляризации исходной волны.

Изменение состояния поляризации световой волны при её прохождении пластинки из оптически анизотропного вещества может быть объяснено *интерференцией необыкновенной и обыкновенной волн*, возникающих из-за различия их скоростей распространения внутри пластинки.

Заметим, в одноосных кристаллах скорости распространения обыкновенной и необыкновенной световой волн зависят от величин главных значений диэлектрической проницаемости кристалла ϵ_o, ϵ_e . Причём, может оказаться, что скорость обыкновенной волны может быть больше скорости необыкновенной, и наоборот, в зависимости от соотношения величин главных значений диэлектрической проницаемости кристалла ϵ_o, ϵ_e , определяемых материалом кристалла.

В соответствии со сказанным различают два вида одноосных кристаллов - положительные и отрицательные.

В *положительных одноосных кристаллах* скорость обыкновенного луча больше, чем скорость необыкновенного, что является следствием очевидного неравенства, между величинами главных значений диэлектрической проницаемости кристалла $\epsilon_o < \epsilon_e$.

В *отрицательных одноосных кристаллах* скорость обыкновенного луча меньше, чем скорость необыкновенного, что является следствием очевидного неравенства, между величинами главных значений диэлектрической проницаемости кристалла $\epsilon_e < \epsilon_o$.

В заключение рассмотрим расчёт скорости распространения $v_e(\varphi)$ световой волны в одноосном кристалле, когда направление волны, задаваемое направлением вектора \vec{N} , составляет некоторый угол φ с оптической осью кристалла OO' (рис. 8.8).

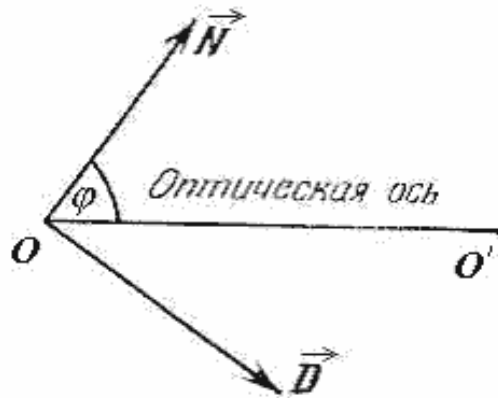


Рис. 8.8а.

Для этого используем рассмотренное в главе 3 *комплексное представление векторов электромагнитного поля* $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ плоской монохроматической световой волны с волновым вектором \vec{k} :

$$\vec{E} = E e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}) - i\omega t}; \vec{D} = D e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}) - i\omega t}; \vec{H} = H e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}) - i\omega t}; \vec{B} = B e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}) - i\omega t}. \quad (8.11a)$$

Из комплексной формы уравнений Максвелла (3.) получаем связь между парами векторов \vec{E}, \vec{H} и \vec{D}, \vec{H} в виде следующих соотношений:

$$\vec{D} = -[\vec{k} \times \vec{H}] / \omega; \vec{H} = [\vec{k} \times \vec{E}] / (\omega \mu_0), \quad (8.11b)$$

Из этого выражения следует, что вектора смещения и напряжённости электрического поля ортогональны направлению распространения волны. Если исключить из (8.11b) вектор \vec{H} , то придём к уравнению, из которого можно определить по известным векторам $\vec{E}, \vec{D}, \vec{k}$ фазовую скорость световой волны $v = \omega / k$:

$$\vec{D} = \vec{E} / (v^2 \mu_0) - \vec{k} (\vec{k} \cdot \vec{E}) / (\mu_0 \omega^2) \quad (8.12a)$$

С учётом ортогональности векторов \vec{D}, \vec{k} , вследствие которой $(\vec{D}, \vec{k}) = 0$, из (8.12) после скалярного умножения обеих частей этого выражения на вектор \vec{D} находим искомую *скорость распространения волны*:

$$v^2 = (\vec{D}, \vec{E}) / (\mu_0 D^2) \quad (8.12b)$$

Направление распространения волны и оптическая ось кристалла определяют плоскость Π_g , называемую *главной плоскостью кристалла*. Представим световую волну в виде суперпозиции двух взаимно ортогонально поляризованных волн, в одной из которых вектор напряжённости электрического поля \vec{E}_g колеблется в главной плоскости кристалла, а вектор напряжённости электрического поля \vec{E}_o другой - в ортогональном направлении. Очевидно, световая волна с колебаниями электрического вектора \vec{E}_o , перпендикулярными главными плоскости одноосного

кристалла, является обыкновенной волной, а волна с колебаниями электрического вектора \vec{E}_e в главной плоскости одноосного кристалла, является необыкновенной волной.

Представим вектор напряжённости необыкновенной волны \vec{E}_e в виде суммы двух составляющих его взаимно ортогональных векторов $\vec{E}_{e\parallel}$ и $\vec{E}_{e\perp}$, соответственно параллельного и перпендикулярного оптической оси кристалла:

$$\vec{E}_e = \vec{E}_{e\parallel} + \vec{E}_{e\perp}. \quad (8.13a)$$

Используя соотношения (8.6), определяющие оптическую анизотропию одноосного кристалла, получим:

$$\vec{E}_e = [(\vec{D}_{e\parallel} / \varepsilon_e) + (\vec{D}_{e\perp} / \varepsilon_o)] / \varepsilon_0, \quad (8.13b)$$

где $\vec{D}_{e\parallel}$, $\vec{D}_{e\perp}$ - составляющие вектора смещения необыкновенной световой волны, соответственно параллельные и перпендикулярные оптической оси кристалла.

Из выражения (8.13b) следует, что вектор напряжённости \vec{E}_e электрического поля и смещения \vec{D}_e необыкновенной световой волны не коллинеарны. Пусть угол между векторами \vec{E}_e и \vec{D}_e равен β .

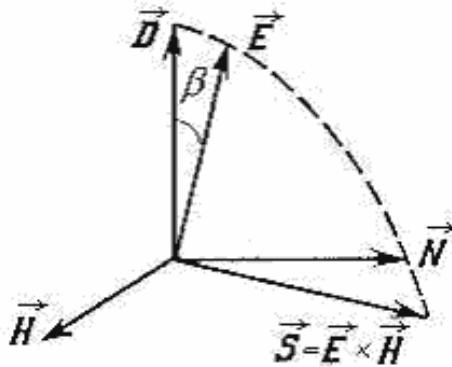


Рис. 8.8b.

Тогда определяющая скорость плоской монохроматической световой волны из (8.12b) проекция вектора напряжённости электрического поля на вектор смещения $E_D = E_e \cos \beta$ можно найти с помощью следующего соотношения:

$$E_D = (\vec{E}, \vec{D}) / D = [(D_{e\parallel}^2 / \varepsilon_e) + (D_{e\perp}^2 / \varepsilon_o)] / (D \varepsilon_0). \quad (8.14a)$$

Исходя из рис. 8.8b, определяем, что $D_{e\parallel} = D \sin \varphi$, $D_{e\perp} = D \cos \varphi$. Учитывая эти соотношения, а также принимая во внимание, что $c^2 = 1/(\varepsilon_0 \mu_0)$, после подстановки выражения (8.14a) в (8.12b) получаем что скорость $v_e(\varphi)$ необыкновенной световой волны, когда её направление составляет некоторый угол φ с оптической осью одноосного кристалла (рис. 8.8a), может из выражения:

$$v_e(\varphi) = c [(\sin^2 \varphi / \varepsilon_e) + (\cos^2 \varphi / \varepsilon_o)]^{-\frac{1}{2}}, \quad (8.14b)$$

где $c = 1/(\epsilon_0 \mu_0)^{1/2}$ - скорость света в вакууме.

Как следует из этого выражения, скорость необыкновенной волны зависит от направления её распространения. При *распространении необыкновенной световой волны вдоль оптической оси одноосного кристалла* $\varphi = 0$ и $v_e(\varphi) = v_o$ равна скорости обыкновенной волны. При распространении поперёк направлению оптической оси необыкновенная волна имеет скорость, определяемую главным значением относительной диэлектрической проницаемости по формуле, совпадающей с полученной ранее (8.7b).

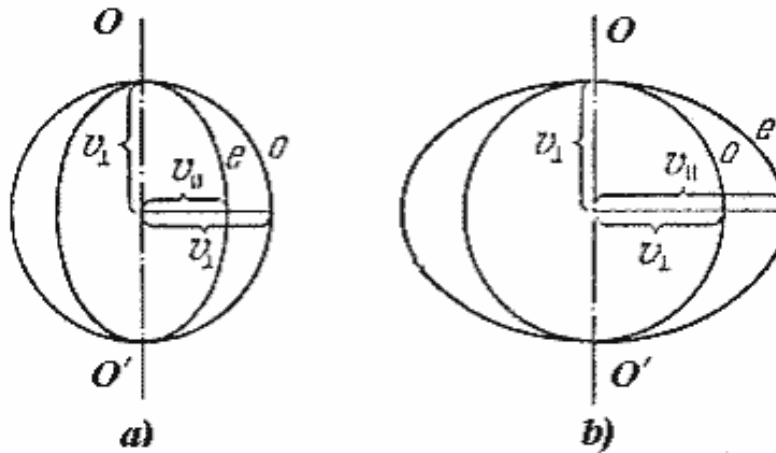


Рис. 8.9.

Для наглядности представления о характере изменения скорости необыкновенной световой волны при её распространении в пространстве рассматривается *эллипсоид скоростей* (рис. 8.9a,b). Эллипсоид скоростей является графическим изображением в сферической системе координат выражения (8.14). Для одноосного кристалла эллипсоид скоростей представляет собой поверхность в виде эллипсоида вращения относительно оптической оси OO' (рис. 8.9a,b). Положительным одноосным кристаллам соответствуют вытянутые эллипсоиды вращения (рис. 8.9a), а отрицательным - сплюснутые (рис. 8.9b).

Для определения скорости необыкновенной световой волны при её распространении в заданном направлении надо провести отрезок прямой в направлении распространения волны из центра эллипсоида и измерить расстояние вдоль этого отрезка от центра эллипсоида до его точки пересечения с поверхностью.

Из выражения (8.14b) с помощью соотношения Максвелла можно найти значение относительной диэлектрической проницаемости $\epsilon_e(\varphi)$, определяющей скорость необыкновенной волны в одноосном кристалле под углом φ к оптической оси кристалла:

$$\epsilon_e(\varphi) = [c/v_e(\varphi)]^2 = 1/[(\sin^2 \varphi / \epsilon_e) + (\cos^2 \varphi / \epsilon_o)]. \quad (8.14c)$$

Применим *принцип Гюйгенса* для графико-аналитического объяснения явления двойного лучепреломления в одноосном кристалле (рис. 8.10). Пусть на плоскую границу одноосного кристалла под некоторым углом φ из вакуума "падает" неполяризованная, плоская световая волна. Предположим, что оптическая ось кристалла направлена под углом α к плоскости границы (рис. 8.10).

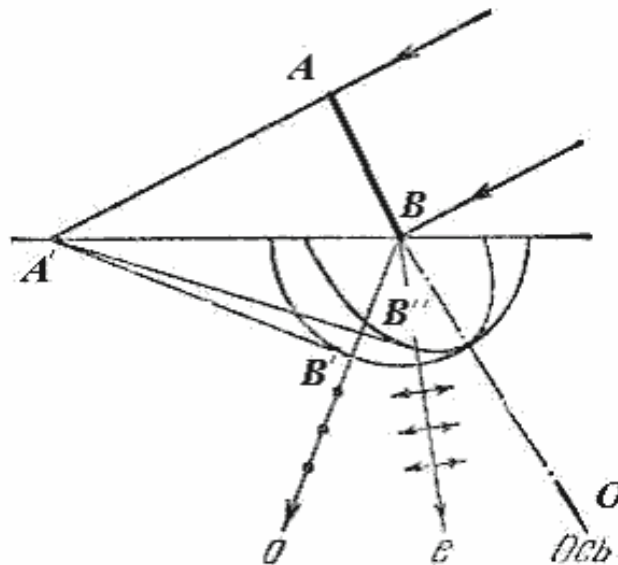


Рис. 8.10.

Построим положение волновых фронтов обыкновенной и необыкновенной световых волн в кристалле. В соответствии с принципом Гюйгенса положение волнового фронта световой волны в какой-то момент времени t определяется огибающей волновых фронтов вторичных источников, излученных в предыдущий момент времени $t - \Delta t$. Рассмотрим в некоторый произвольный момент времени t участок волнового фронта AB падающей на поверхность кристалла световой волны (рис. 8.10). За время $\Delta t = 1 \text{сек}$ положение волнового фронта обыкновенной волны определится отрезком $A'B'$, располагающемся на касательной прямой, проведённой из точки A' к сфере радиуса v_o , равной скорости распространения обыкновенной волны в кристалле. За то же время положение волнового фронта необыкновенной волны определится отрезком $A'B''$ (рис. 8.10), располагающемся на касательной прямой, проведённой из точки A' к эллипсу скоростей, определяющему скорость необыкновенной волны в зависимости от направления её распространения. Очевидно, эллипс скоростей, изображённый на рис. 8.10, представляет собой сечение эллипсоида скоростей главной плоскостью кристалла, проходящую через оптическую ось кристалла.

Итак, зависимость от направления распространения скорости необыкновенной световой волны в одноосном кристалле приводит к расщеплению падающей на кристалл волны на две волны, распространяющихся в общем случае в разных направлениях. Кроме того, отметим, что в соответствии со свойствами оптической анизотропии одноосного кристалла поляризация этих волн взаимно ортогональна, что отмечено на рис. 8.10 точками на направлении распространения обыкновенной волны и стрелками на направлении распространения необыкновенной волны.

Расщепление световой волны в оптически анизотропных кристаллах на две взаимно ортогонально поляризованные волны послужило основанием для названия этого явления эффектом двойного лучепреломления. В связи с этим оптически анизотропные кристаллы называют **двойко преломляющими кристаллами**.

Эффект двойного лучепреломления отмечается не только в одноосных кристаллах, но и в кристаллах более сложной структуры, получивших название в соответствии со сказанным выше - двухосными. К **двухосным кристаллам** относятся **слюда, гипс**. В двухосных кристаллах обе волны, на которые расщепляется падающая на кристалл световая волна, являются необыкновенными. Теория распространения волн в двухосных кристаллах более сложная, чем используемая для объяснения

оптических явлений в одноосных кристаллах, и по этой причине здесь не рассматривается.

Необходимо отметить, что явление двойного лучепреломления возникает не только в веществах, обладающих оптической анизотропией в естественных условиях в отсутствие каких либо внешних воздействий в виде силовых полей. Во многих оптически прозрачных аморфных веществ в естественных условиях (стекло, оргстекло и др.) под действием внешнего силового поля в виде механической нагрузки появляются механические напряжения в кристалле, приводящие к появлению выделенных направлений в веществе и, следовательно, к оптической анизотропии. К оптической анизотропии оптически изотропных веществ может приводить внешнее электрическое или магнитное поле. Проявление оптической анизотропии в этом случае связаны с разнообразными оптическими эффектами, сопровождающими распространение электромагнитных волн в таких веществах, известных как *эффект Керра*, *эффект Коттона - Мутона*, *эффект Фарадея*, *эффект Коттона*, и др.

В этой связи нельзя не сказать о таких веществах, проявляющих оптическую анизотропию под действием внешнего электрического поля, как жидкие кристаллы. *Жидкие кристаллы* представляют собой состояние вещества, одновременно проявляющего, как свойства кристаллов, так и свойства жидкостей. Существуют несколько разновидностей жидкокристаллических веществ, отличающихся структурой строения молекул и степенью их упорядочения в пространстве. Различают жидкие кристаллы в виде *нематиков*, *смектиков* и *холестериков*.

Наибольшее распространение на практике в качестве современных *жидкокристаллических устройств отображения информации* (дисплеев) получили *нематические жидкие кристаллы*. Нематические жидкие кристаллы представляют собой вещества, состоящие из протяжённых нитевидных молекул, имеющих в жидко кристаллическом состоянии параллельную ориентацию своих осей составляющих его молекул, но хаотически сдвинутых вдоль этих осей. Состояние параллельной ориентации осей отдельных молекул в нематиках отмечается не во всём объёме кристалла, а в микроскопически малых его частях, называемых доменами. При прохождении света через жидкий нематический кристалл, находящийся в естественном состоянии, из за рассеяния света на скачках показателя преломления на границах хаотически расположенных доменов происходит рассеяние света, в результате которого нематические жидкие кристаллы проявляют себя как малопрозрачные вещества, известные в оптике, как мутные среды.

Однако, под действием внешнего электрического поля длинные нитевидные молекулы жидкого нематического кристалла легко поляризуются, в результате чего жидкий кристалл становится *однодоменным* и, следовательно, оптически прозрачным.

Оптическую анизотропию жидких кристаллов можно получить с помощью механических воздействий на эти вещества. В качестве одного из способов упорядочивания направлений осей молекул нематиков обычно применяется размещение жидких кристаллов на подложках, на поверхности которых наносится система параллельных бороздок. Оптическая анизотропия нематических кристаллов на таких подложках обусловлена особенностями сил взаимодействия между нитевидными молекулами вещества, находящегося в жидкокристаллическом состоянии.

Благодаря ярко выраженному проявлению оптической анизотропии под действием внешних воздействий, относительной дешевизне и простоте изготовления жидкокристаллические устройства в настоящее время широко используются на практике в современной индустрии информационных технологий.



ГЛАВА 8. Поляризация электромагнитных волн

8.4 Поляризационные устройства

Для поляризации света на практике используются специальные *поляризационные устройства*. В состав поляризационных устройств, как правило, входят кристаллы с оптической анизотропией. В большинстве случаев для этого применяется исландский шпат, реже *кварц*, *натронная селитра* и *слюда*.

Рассмотрим поляризационное устройство, изобретенное в 1828г. шотландским физиком *Николем* (1768-1851). Это устройство получило название в честь своего изобретателя и известно как *призма Николя*.

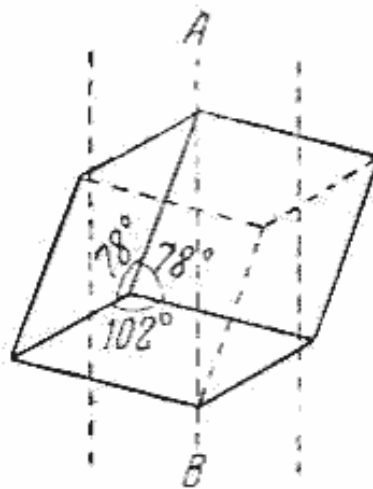


Рис. 8.11.

Призма Николя изготавливается из кристалла исландского шпата. Исландский шпат, представляющий собой одну из разновидностей *углекислого кальция* (CaCO_3), встречается в природе в виде больших прозрачных кусков. Сильно различающиеся показатели преломления у такого кристалла для обыкновенного луча $n_o = 1.6585$ и необыкновенного $n_e = 1.4863$ лучей приводит к ярко выраженному *эффекту двойного преломления*. Кристаллы исландского шпата относятся к гексогональной группе и являются одноосными. Кристалл с помощью *скалывания вдоль кристаллических плоскостей* легко привести к форме ромбоэдра (рис. 8.11), ограниченного шестью параллелограммами с углами при вершинах $78^{\circ}08'$ и $101^{\circ}52'$. При *шлифовке плоскостей кристалла* таким образом, что все его рёбра приобретают одинаковую длину, оптической осью кристалла является любая прямая, параллельная отрезку AB , соединяющему вершины, где сходятся стороны трёх тупых углов.

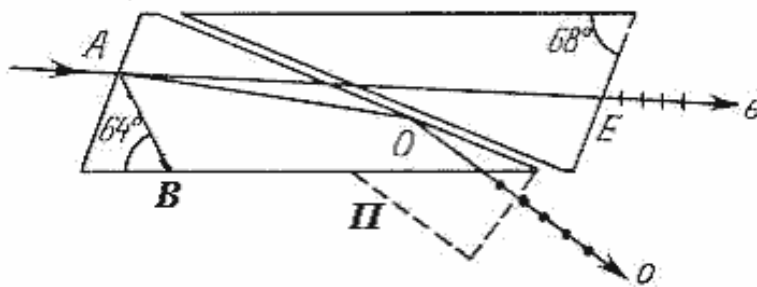


Рис. 8.12.

Для изготовления призмы Николя (рис. 8.12) у кристалла исландского шпата в виде **ромбоэдра**, полученного как было указано выше, сошлифовывают основания так, чтобы рёбра составляли с основанием угол 68° . Тогда направление оптической оси представляет собой любую прямую, параллельную отрезку AB .

После шлифования кристалл разрезают на две части в плоскости, перпендикулярной новым основаниям и главному сечению кристалла, и склеивают тонким слоем **канадского бальзама**, показатель преломления которого $n_2 = 1.550$, имеет промежуточное значение между показателями преломления обыкновенного и необыкновенного луча кристалла.

Световой луч с произвольным состоянием поляризации после преломления в кристалле (рис. 8.12) разделяется на два луча - обыкновенный AO и необыкновенный AE . Благодаря конструкции призмы Николя необыкновенный луч проходит беспрепятственно на границу двух склеенных частей кристалла, а обыкновенный луч испытывает полное внутренне отражение и попадает на зачернённую грань основания, испытывая поглощение в ней. В ряде случаев для недопущения нагрева кристалла обыкновенный луч может выводиться из кристалла с помощью призмы Π , указанной на рис 8.12.

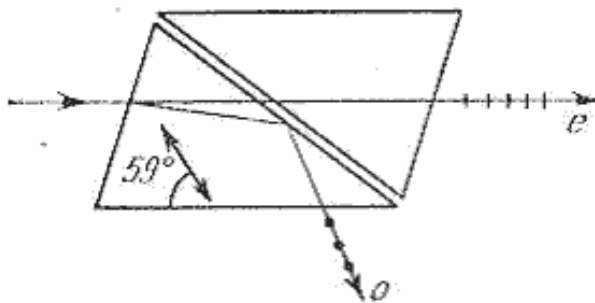


Рис. 8.13.

Выходящий из призмы Николя световой луч окажется линейно поляризованным в главной плоскости кристалла, на что указывают стрелки направления колебаний электрического вектора необыкновенного луча.

В **призме Фуко** (рис. 8.13) две части распиленного кристалла разделены воздушным промежутком, благодаря которому эта призма может быть использована для **поляризации ультрафиолетового излучения**, которого невозможно получить в призме Николя, поскольку канадский бальзам поглощает ультрафиолет. Направление оптической оси в призме Фуко составляет с основанием угол 59° и отмечено на рис. 8.13 двусторонней стрелкой.

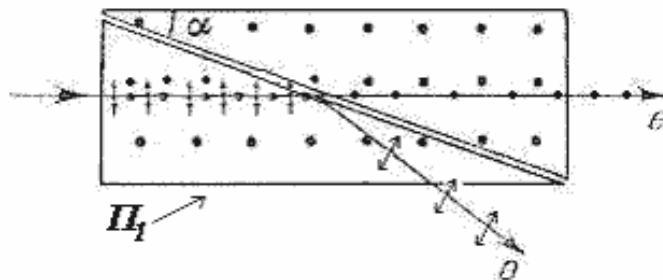


Рис. 8.14.

К недостаткам призмы Николя и Фуко следует отнести вращение направления выходящего из них луча при вращении призмы. Этот недостаток преодолевается в специальных призмах, имеющих не скошенные основания, а в форме параллелепипеда. Такие поляризационные устройства известны, как *призмы Глазбрука* (рис. 8.14), *Глана*, *Глана - Томсона*, *Гартнака - Празмовского*, *Франка - Ритера*, а также представленная на рис. 8.15 *тройная призма Аренса*. Оптические оси кристаллов, используемых в приведенных на рис. 8.14 и рис. 8.15 соответственно призм Глазбрука и призм Аренса, параллельны плоскости основания призм и отмечены точками на этих рисунках. На рис. 8.14 луч неполяризованного света, попадая в кристалл Π_1 , расщепляется на два луча, распространяющихся в одном направлении, но поляризованные во взаимно перпендикулярных плоскостях, что и отмечено на рисунке на лучах точками и двусторонними стрелками. На границе двух кристаллов выполнено условие полного внутреннего отражения обыкновенного луча, в то время как необыкновенный луч проходит границу раздела не отклоняясь.

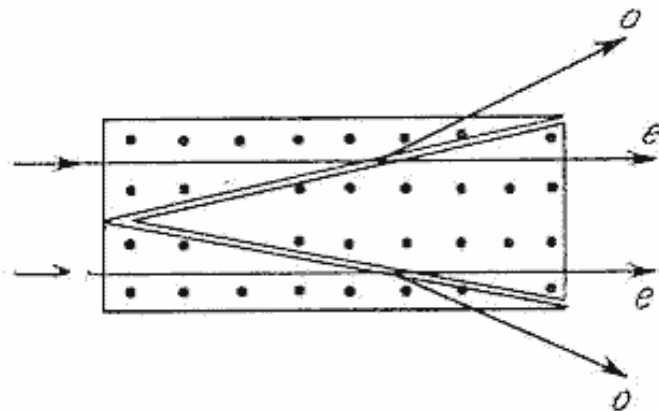


Рис. 8.15.

Интересно отметить, что к одним из параметров поляризационных важнейших призм относят *апертуру полной поляризации призмы*, представляющую собой разность предельных углов падения световых пучков на призму, при которых из призмы выходит только один необыкновенный луч. Среди перечисленных призм наибольшей апертурой полной поляризации, равной примерно 42° , обладает призма Глазбрука, склеенная *льняным маслом*, а также призма Гартнака - Празмовского. Для сравнения призма Николя имеет апертуру полной поляризации, равную 29° .

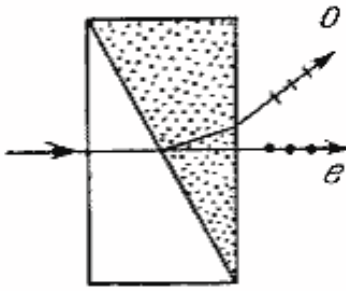


Рис. 8.16.

На практике получили распространение призмы, в которых на её выходе образуются два луча, разделённых в пространстве. Такие поляризационные устройства получили название *двухлучевых поляризационных призм*. Двухлучевые призмы, одна из возможных конструкций которых показана на рис. 8.16, изготавливаются из комбинации стеклянной призмы и призмы из исландского шпата. Показатель преломления стекла $n_g = 1.49$ близок к показателю преломления $n_e = 1.4863$ необыкновенного луча в кристалле исландского шпата. Необыкновенный луч проходит комбинацию призм без преломления, а обыкновенный сильно отклоняется к основанию в результате двукратного отражения на её гранях. Оптическая ось кристалла, используемого в этой призме, параллельна плоскости основания призмы и отмечена точками на этих рисунках.

Поляризованный световой луч можно получить также при его прохождении через кристаллы, в которых поглощение проходящих через них электромагнитных волн зависит от направления колебаний вектора напряжённости электрического поля. Такими свойствами обладают *дихроичные пластинки*. *Дихроизмом* обладают такие вещества как *турмалин, сульфат йодистого хинина*. В турмалине обыкновенный луч поглощается сильнее необыкновенного. При прохождении обыкновенный лучом расстояния в 1мм он оказывается полностью поглощённым.

Замечательной особенностью поляризаторов на основе турмалина является зависимость поглощения в нём электромагнитных волн от их длины волны. При определённой толщине кристалла турмалина выходящий из него свет будет не только линейно поляризован, но и приобретёт преимущественно жёлто-зелёный световой оттенок, поскольку остальные спектральные компоненты окажутся поглощёнными. Таким образом, поляризатор на основе турмалина одновременно будет представлять собой *светофильтр*.

Другим дихроичным кристаллом является кристалл сульфата йодистого хинина, в котором поглощение одного из лучей отмечается уже на расстояниях в 0.1мм. Кристаллы сульфата йодистого хинина применяются в поляризационных устройствах, получивших название поляроидов. Поляроид представляет собой *целлулоидную плёнку*, на поверхность которой наносится большое количество одинаково ориентированных кристаллов сульфата йодистого хинина.

В заключении отметим, что зависимость поглощения электромагнитных волн от поляризации проходящего через них электромагнитного излучения приводит к зависимости поглощения электромагнитных волн от их направления распространения. При этом меняется также и поглощение волн в кристалле в зависимости от длины волны. В результате этого наблюдается *эффект изменения окраски кристалла* в зависимости от направления распространения света в нём. Такое явление известно как *плеохроизм* (многоцветность). Плеохроизм присущ большей части двулучепреломляющих кристаллов.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Совокупность свойств электромагнитных волн, следующих из системы уравнений Максвелла, составляет основу классической электродинамики. В истории физики классическая электродинамика имела большое значение для открытия и объяснения, хотя и неполного, как выяснилось по мере развития квантовой физики, многих оптических явлений, среди которых можно указать явление Фарадея, Зеемана, Керра, Коттона - Муттона, молекулярного рассеяния света и др .

В значительной степени такому успешному приложению своих подходов классическая электродинамика обязана трудам Лорентца, который ввёл в максвелловскую электродинамику атомистические представления. Благодаря этому используемые в классической электродинамике электрофизические параметры среды, к которым можно отнести её относительные диэлектрические и магнитные проницаемости, а также удельную проводимость, оказалось возможным не только истолковать, но и рассчитать их значения. В конце XIX начале XX века классическая электродинамика, электромагнитная теория света считалась венцом достижений теоретической физики. Идея А. Эйнштейна, явившегося создателем специальной теории относительности, о постоянстве скорости светового импульса в различных системах координат привела к современному пониманию уравнений Максвелла по словам известного американского физика Дж. Орира " как необходимого релятивистского следствия закона Кулона (их можно вывести из этого закона) " .

Невозможность объяснить с позиций классической электродинамики спектральные характеристики излучения нагретых тел, явление фотоэффекта привело к рождению, квантовой физики, объясняющей физические явления, происходящие в масштабах атома.

Необходимо отметить, что логика развития физики как науки состоит в том, что её новые идеи не отменяют, достижения и законы, полученные ранее. Так случилось и с квантовой физикой, развитие которой привело не к отмене понятий классической физики и электродинамики, а наоборот обогатило людей знанием границ применимости методов классической физики.

Знание свойств электромагнитных волн и оптических явлений широко используется при дальнейшем изучении таких важных разделов физики как, основы квантовой теории атома и элементы физики твёрдого тела. Особенности спектра теплового излучения нагретых тел, квантовая механика, вероятностное описание движения микрочастиц с помощью волновых функций, дуализм света, волновые свойства микрочастиц, закономерности спектров веществ, находящихся в возбуждённом состоянии, зонная теория твёрдых тел, работа лазера - далеко не полный перечень вопросов, понимание которых возможно только в результате изучения электромагнитных волн и оптики.

В завершении нельзя не отметить исключительной роли классической электродинамики и оптики в развитии индустрии современных информационных технологий. Успехи радиоэлектроники, оптоэлектроники, сферы телекоммуникаций, кибернетики, наук о компьютерах в их практическом приложении в разнообразных сферах человеческой деятельности в наши дни и, безусловно, в будущем в ещё большей степени, является ярким свидетельством этого.

Литература, рекомендованная для углублённого изучения свойств электромагнитных волн и оптических явлений, рассмотренных в данном учебном пособии.

1. Д.В. Сивухин Общий курс физики, том III, Электричество, М., Наука, 1977.
2. Д.В. Сивухин Общий курс физики, том IV, Оптика, М., Наука, 1980.
3. И.В. Савельев Курс общей курс физики, том II, Электричество и магнетизм. Волны. Оптика, М., Наука, 1978.
4. Г.С. Горелик Колебания и волны, М.-Л., ГИТТЛ, 1950.
5. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс Фейнмановские лекции по физике, том 6, Электродинамика, М., Мир, 1966.
6. Дж. Орир Физика, том II, М., Мир, 1981.
7. М. Борн, Э. Вольф Основы оптики, М., Наука, 1971.
8. Г.С. Ландсберг Оптика, М, Наука, 1976.
9. А.Н. Матвеев Оптика, М., Высшая школа, 1985.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

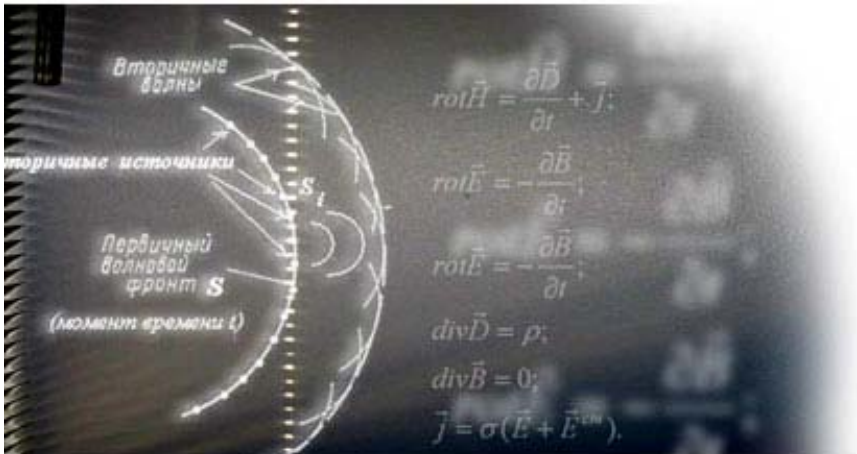
© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[.]Sote

[об учебнике](#) | [содержание](#) | [поиск](#)

МГТУ им. Н.Э.Баумана

физика в
ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ **4** **ТОМ**

под ред. Л.К.Мартинсона А.Н.Морозова



об учебнике |
содержание |
поиск |

О.С. Литвинов К.Б. Павлов В.С. Горелик

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ И ОПТИКА

© 2002. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Кафедра физики. | Designed by krE[]Sote

С о д е р ж а н и е

ПРЕДИСЛОВИЕ

ВВЕДЕНИЕ

ГЛАВА 1. Электромагнитные волны

- 1.1. Плоские электромагнитные волны
- 1.2. Энергия и импульс электромагнитного поля
- 1.3. Шкала электромагнитных волн

ГЛАВА 2. Излучение электромагнитных волн

- 2.1. Волновой характер электромагнитного поля движущегося заряда
- 2.2. Определение электромагнитных полей колеблющегося заряда
- 2.3. Электромагнитное поле рамки с током
- 2.4. Средняя мощность электромагнитной волны, излученной движущимся зарядом

ГЛАВА 3. Распространение электромагнитных волн в веществе

- 3.1. Уравнение гармонической электромагнитной волны в веществе
- 3.2. Классификация сред распространения электромагнитных волн
- 3.3. Скин-эффект
- 3.4. Отражение и прохождение электромагнитной волны через плоскую границу раздела двух сред с различными значениями их диэлектрических и магнитных проницаемостей

ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн

- 4.1. Понятие интерференции электромагнитных волн
- 4.2. Расчет интерференционной картины от двух источников
- 4.3. Временная и пространственная когерентность электромагнитных (световых) волн
- 4.4. Интерференция в тонких плёнках
- 4.5. Применения интерференции
- 4.6. Эффект Вавилова-Черенкова

ГЛАВА 5. Дифракция света

- 5.1. Принцип Гюйгенса-Френеля
- 5.2. Зоны Френеля
- 5.3. Дифракция Френеля электромагнитных волн на простейших препятствиях
- 5.4. Дифракция Фраунгофера
- 5.5. Дифракционная решётка
- 5.6. Дифракция рентгеновских лучей

ГЛАВА 6. Голография

- 6.1. Принципы записи и восстановления волновых фронтов
- 6.2. Виды голограмм
- 6.3. Основные параметры голограмм

6.4. Применение голографии

ГЛАВА 7. Взаимодействие электромагнитных волн с материальными средами

7.1. Дисперсия электромагнитных волн. Экспериментальные результаты

7.2. Теория нормальной дисперсии

7.3. Учет затухания лорентцевых осцилляторов. Теория аномальной дисперсии и поглощения электромагнитных волн

ГЛАВА 8. Поляризация электромагнитных волн

8.1. Естественный и поляризованный свет

8.2. Закон Малюса

8.3. Световые волны в кристаллах

8.4. Поляризационные устройства

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

[титульная страница](#) | [наверх](#)

Руководство пользователя

1. Описание внешнего вида страниц учебника, расположения и назначения основных ссылок.

В электронной версии учебника используется 6 различных типов html-страниц:

1. Страницы, содержащие собственно текст учебника;
2. страницы: содержание, алфавитные указатели, поиск
3. страницы со списком ключевых слов (предметным и именовым указателями)
4. страницы с результатами поиска по ключевым словам
5. страницы с результатами расширенного поиска по всему тексту учебника
6. страницы, содержащие только пронумерованные формулы.

Однако, несмотря на различное назначение, большинство страниц имеют общие элементы. Вверху страницы (за исключением страниц 6-го типа) расположено изображение, содержащее краткую информацию об учебнике (авторы, название), под ним располагается набор ссылок основного меню учебника и окно для ввода запросов для поиска по ключевым словам. Внизу страниц расположены ссылки: "наверх" - перемещение наверх текущей страницы, "следующая", "предыдущая" - ссылки к следующей или предыдущей странице в тексте учебника. Также внизу страниц размещена ссылка на официальный сайт МГТУ им. Н.Э. Баумана, а также указан адрес электронной почты, на который можно присылать замечания и предложения по электронной версии учебника.

Для оперативного доступа к меню со страниц с большим объемом информации предусмотрено дублирование пунктов основного меню в нижней части окна Web-браузера, остающейся на экране при прокрутке (скроллинговании) информации в верхней части страницы.

Страницы с текстом учебника содержат ряд дополнительных ссылок, призванных сделать работу с учебником более удобной. Ключевые слова, упоминающиеся в тексте впервые (они выделены оранжевым курсивом) являются ссылками на разделы алфавитного указателя, посвященные соответствующим понятиям. Ссылками также являются упоминающиеся в тексте номера формул и параграфов (выделены темно бордовым цветом и при наведении на них указателя "мыши" становятся красными). При выборе ссылки на формулу открывается новое окно браузера, содержащие только: эту формулу, ее номер и ссылку "подробнее" на тот фрагмент текста, в котором речь идет об этой формуле (где она встречается впервые).

Остальные типы страниц, их назначение и основные ссылки, будут описаны ниже.

2. Основное меню.

Основное меню представляет собой набор ссылок на "узловые" страницы электронной версии учебника, предназначенные для быстрого перемещения по тексту (это страницы "Об учебнике",

"Содержание", "Алфавитные указатели" и "Поиск"). Основное меню присутствует на каждой странице учебника в двух местах: вверху страницы под шапкой с названием и в нижней части окна браузера, постоянно находящейся на экране. Ниже описаны страницы, на которые ведут ссылки основного меню.

2.1. Об учебнике.

В этом разделе помещено предисловие к электронной версии учебника, информация об авторах, а также ссылка на текст данного руководства.

2.2. Содержание.

На эту страницу пользователь попадает, перейдя по ссылке "Содержание". Она является аналогом оглавления в печатной версии книги и представляет собой перечень глав и параграфов учебника. Каждое название - это ссылка на страницу с текстом соответствующего раздела. Со страницы "Содержание" можно перейти к любому параграфу учебника. А на эту страницу, в свою очередь, можно попасть с любой страницы учебника (кроме справочных страниц, содержащих только пронумерованные формулы) выбрав соответствующий пункт меню.

2.3. Алфавитные указатели.

Для облегчения поиска в учебнике информации по конкретным терминам или лицам были сформированы предметный и именной указатели. На каждой странице алфавитных указателей дается перечень ключевых терминов, понятий или имен, встречающихся в тексте учебника. Непосредственно под каждым ключевым словом располагается перечень параграфов и абзацев, в которых это понятие или имя встречаются. Если данное понятие имеет определение, то справа от ключевого слова присутствует ссылка "Определение", которая ведет на абзац с определением термина. Страницы указателей сгруппированы в алфавитном порядке и ссылки на них обозначаются буквой или слогом, на которые это слово начинается. Ссылка "Алфавитные указатели" основного меню веден на заглавную страницу группы страниц алфавитных указателей. Эта страница является своего рода оглавлением и содержит ссылки непосредственно на все страницы с предметным и именным указателями. Эти ссылки обозначены буквами соответствующими первым буквам ключевых слов, размещенных на той странице, на которую ведет ссылка.

Кроме того, в электронной версии учебника существует возможность поиска по списку ключевых слов. Форма для ввода запросов расположена в строке с основным меню вверху каждой страницы. Для того чтобы получить информацию о термине, содержащуюся в алфавитном указателе (т.е. ссылки на все разделы учебника, в которых это понятие встречается) надо ввести фрагмент искомого слова в окно для поиска и нажать на расположенную рядом пиктограмму (или клавишу "Enter"). Правила построения запросов и структура отображения результатов поиска описаны в разделе "Поиск по алфавитным указателям".

2.4. Поиск.

На странице поиска, помимо стандартных элементов, присутствующих на всех страницах системы, расположена форма для ввода запросов и настройке поисковой машины, а также краткая инструкция по пользованию системой поиска. Подробно правила работы с поисковой машины изложены в следующей главе.

3. Правила работы с системой поиска информации.

В случае, когда необходимо найти информацию, связанную с конкретным словом или словосочетанием, можно воспользоваться встроенной системой поиска по учебнику. В системе существуют две разновидности поиска: поиск по алфавитным указателям (быстрый поиск) и поиск по всему тексту учебника (расширенный поиск).

3.1. Поиск по алфавитным указателям.

Форма для ввода запросов этого варианта поиска размещена на каждой странице учебника в строке с основным меню (в верхней части страницы).

Для того чтобы посмотреть информацию о термине надо ввести фрагмент искомого слова в окно для поиска и нажать на расположенную рядом пиктограмму (или клавишу "Enter"). Длина вводимого фрагмента слова не должна быть меньше трех символов. В запросах разрешается использовать буквы, цифры, знаки препинания и пробелы (как разделители между словами). Если в запросе вводится более одного слова, то подходящими считаются записи из предметного или именного указателя, содержащие все слова запроса в любой последовательности.

Например, по запросу "**скор средн**" будут выданы следующие записи из предметного указателя:

- **средний квадрат скорости**
- **средняя квадратичная скорость**
- **средняя скорость**

Из этого примера видно, что для того чтобы получить все словоформы искомого понятия необходимо вводить только постоянную часть слова (не указывая, например, окончания).

В отличие от формы представления информации о ключевых словах, применяемой в алфавитных указателях, при поиске на экран выводятся фрагменты текста из всех абзацев учебника, в которых данный термин встречается, что, иногда, значительно увеличивает объем выдаваемой на экран информации, но позволяет быстрее найти самый подходящий фрагмент. Сам термин при этом выделяется в тексте жирным шрифтом. Предложения с ключевым словом являются ссылками на те абзацы в тексте, в которых они расположены.

Если искомый фрагмент не содержится в предметном и именном указателях в ответ на запрос будет выведено сообщение: "Необходимый Вам фрагмент не найден, попробуйте воспользоваться расширенным поиском".

В случае ошибки при построении запроса будет выдано сообщение: "Внимание! Запрос не введен или содержит ошибку".

3.2. Расширенный поиск.

Доступ к механизму расширенного поиска возможен только со специализированной страницы поиска, попасть на которую можно с любой страницы учебника (кроме справочных страниц с формулами), перейдя по ссылке основного меню "Поиск".

При расширенном поиске осуществляется сканирование всего текста учебника и, таким образом, если искомый фрагмент существует в тексте, то Вы обязательно получите информацию о том, в каком

разделе (с точностью до абзаца) этот фрагмент находится. Однако процесс поиска может занять от 9 до 30 секунд в зависимости от загруженности сервера (без учета времени, затрачиваемого на передачу результатов поиска браузеру пользователя).

Чтобы определить разделы учебника, в которых искомое слово или словосочетание содержится, введите его в поле формы, расположенное рядом с фразой "Введите фрагмент для поиска:" и нажмите кнопку "Искать" или клавише "Enter" на клавиатуре.

Расположенная на странице поиска форма позволяет настраивать некоторые параметры поисковой машины.

Включение флажка "Точно" позволяет искать только слова (словосочетания) строго соответствующие введенному фрагменту для поиска. Если этот флажок выключен, то подходящими считаются слова и выражения, содержащие введенный фрагмент. Например, если флажок "Точно" выключен, при запросе "**одно**" подходящими будут считаться разделы, содержащие слова: "**одно**", "**одного**", "**исходного**", "**свободного**" и т.п. Используйте это при построении запросов: для того чтобы получить все словоформы искомого понятия необходимо вводить только постоянную часть слова (не указывая, например, окончания).

Положение переключателя "Не учитывать порядок слов" означает, что подходящими будут считаться предложения, содержащие все искомые слова без учета их взаимного расположения в предложении.

Положение переключателя "Искать словосочетание" означает, что порядок слов в запросе будет учтен при поиске.

Минимальная длина запроса - три буквы. В запросах разрешается использовать буквы, цифры, знаки препинания и пробелы (как разделители между словами).

Результатом поиска является набор ссылок на те абзацы текста, в которых встречается искомое слово. Ссылки сгруппированы по параграфам и абзацам, в которых это понятие встречается.

Вверху страницы с результатами поиска указано сколько раз запрашиваемое слово встречается в тексте и количество параграфов, в которых это слово встречается. Затем идет перечень параграфов содержащих слово (слова или словосочетание) запроса. Записи отсортированы в порядке убывания количества упоминаний искомого слова в тексте параграфа (чем большее количество раз искомое слово (слова) содержится в параграфе, тем выше расположена ссылка на него).

Каждая запись в списке результатов поиска содержит порядковый номер, название главы и название параграфа, являющиеся ссылками на этот параграф, а также набор фрагментов предложений из этого параграфа, содержащих слова запроса. Выдаваемые фрагменты предложений из каждого параграфа (максимальное их количество можно регулировать) являются ссылками на те абзацы, в которых они находятся.

Если общее количество записей (количество параграфов, в которых найдены слова запроса) больше числа записей разрешенного для вывода на одной странице, то чтобы перейти к следующим записям надо выбрать ссылку на соответствующую страницу с результатами поиска, расположенную внизу страницы.

Если запрашиваемое слово в тексте учебника отсутствует, система выдаст сообщение

Форма поиска позволяет настраивать страницы с результатами поиска. Можно задать максимальное количество результатов поиска выдаваемых на одной странице. Также возможно задать максимальное число выдаваемых на экран предложений из каждого параграфа, содержащих искомое слово.

[наверх](#)

Об учебнике

Том 4 курса системы открытого образования "Физика в техническом университете"

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ И ОПТИКА

ПРЕДИСЛОВИЕ

Электромагнитные волны и оптические явления представляют собой раздел курса общей физики, который составляет фундамент знаний, имеющих большое значение не только для формирования научного кругозора студентов, но и для понимания ими современных приложений явлений электромагнетизма в промышленности, сельском хозяйстве, здравоохранении, индустрии телекоммуникаций, информационных технологий, радиоэлектронике, оптоэлектронике и комплекса наук о компьютерах.

В предлагаемом учебном пособии все изучаемые свойства электромагнитных волн и оптические явления рассматриваются на основе анализа решений системы уравнений Максвелла с помощью методов, характерных для физической оптики, позволяющих не только получить качественное представление о рассматриваемых явлениях, но и дать количественную оценку сопровождающих их эффектов.

Изучение свойств электромагнитных волн и оптических явлений в полном объёме и строгости их анализа в рамках курса общей физики является не простым делом для студентов из-за многоплановости эффектов взаимодействия электромагнитных волн с веществом, требующей для описания рассматриваемых явлений применения широкого спектра средств математических методов. Это обстоятельство заставило авторов данного учебного пособия при изучении свойств электромагнитных волн и оптических явлений использовать самые простые постановки задач, допускающие исчерпывающие наглядные объяснения наблюдаемых эффектов в рамках волновой теории света и позволяющие сделать обоснованные обобщения, не прибегая к изощрённым расчётам, характерным для методов теоретической физики.

Данное учебное пособие основано на лекциях по курсу общей физике в Московском Государственном Техническом Университете им. Н. Э. Баумана, которые авторы читали студентам второго года обучения в течение второй половины осеннего семестра. Содержание курса преследовало цель сделать практически полезным изучаемый материал студентам разных специальностей, в том числе и таких, для которых приобретенные знания являются профильными.

Авторы выражают огромную признательность заведующему кафедрой физики МГТУ им. Н. Э. Баумана профессору А.Н. Морозову и профессору Л.К. Мартинсону за внимательное прочтение рукописи и её редактирование, также К. Б. Павлову за полезное обсуждение рассматриваемых в книге вопросов.

Курс для системы открытого образования создан на основе курса лекций, читаемого в течение трех семестров студентам 1 и 2 курсов МГТУ им. Н.Э. Баумана. Программа соответствует требованиям,

предъявляемым к курсу физики в техническом университете и ее объем - 390 часов.

Электронное учебное пособие состоит из 6 частей:

- 1. Физические основы механики (А.М. Афонин)**
- 2. Физическая термодинамика (К.В. Глаголев, А.Н. Морозов)**
- 3. Основы электромагнетизма (А.М. Макаров, Л.А. Лунева)**
- 4. Электромагнитные волны и оптика (О.С. Литвинов, К.Б. Павлов, В.С. Горелик)**
- 5. Квантовая теория (Л.К. Мартинсон, Е.В. Смирнов)**
- 6. Физика твердого тела (Б.Е. Винтайкин)**

Для использования курса необходим стандартный браузер типа MS Internet Explorer 5.0.

Программная реализация курса создана на кафедре физики МГТУ в процессе выполнения проекта (код 1.1.2.5(104).039) по программе "СОЗДАНИЕ СИСТЕМЫ ОТКРЫТОГО ОБРАЗОВАНИЯ" в 2001-2002 г.г.

Если у Вас возникли вопросы по работе с системой, обратитесь к [руководству пользователя](#).

[титульная страница](#) | [наверх](#)

Поиск

| | | |
|---|-----------------------|-------|
| Введите фрагмент для поиска: | | Точно |
| Не учитывать порядок слов | Искать словосочетание | |
| Выдавать по результатов на странице. | | |
| Показывать не более предложений из одного параграфа. | | |

При расширенном поиске осуществляется сканирование всего текста учебника и, таким образом, если искомый фрагмент существует в тексте, то Вы обязательно получите информацию о том, в каком разделе этот фрагмент находится. Однако процесс поиска может занять от 9 до 30 секунд в зависимости от загруженности сервера.

Включение флажка "*Точно*" позволяет искать только слова (словосочетания) строго соответствующие введенному фрагменту для поиска. Если этот флажок выключен, то подходящими считаются слова и выражения, содержащие введенный фрагмент. Например, если флажок "*Точно*" выключен, при запросе "**одно**" подходящими будут считаться разделы, содержащие слова: "**одно**", "**одного**", "**исходного**", "**свободного**" и т.п. Используйте это при построении запросов.

Положение переключателя "*Не учитывать порядок слов*" означает, что подходящими будут считаться предложения, содержащие все искомые слова без учета их взаимного расположения в предложении.

Положение переключателя "*Искать словосочетание*" означает, что порядок слов в запросе будет учтен при поиске.

Минимальная длина запроса - три буквы.

[титульная страница](#) | [наверх](#)

ВВЕДЕНИЕ

В предлагаемом учебном пособии изучаются свойства электромагнитных волн и оптические явления. Их знание имеет не только важное научное значение, но и составляет основу для понимания современных приложений явлений электромагнетизма в промышленности, сельском хозяйстве, биотехнологиях, здравоохранении, индустрии телекоммуникаций, информационных технологий, радиоэлектронике, оптоэлектронике и комплекса наук о компьютерах.

По этой причине вряд ли нужно много говорить о том насколько важным является знание разделов физики, в которых изучаются электромагнитные волны и оптические явления, для формирования научного кругозора и образования современного инженера-исследователя. Свойства электромагнитных волн, основные их закономерности распространения в различных средах, причём, не только в пространственно однородных, но и неоднородных, в частности, в анизотропных, исследование механизма излучения волн, волновая природа светового и теплового излучения, явления интерференции и дифракции световых волн, голография - вот далеко не полный перечень вопросов, ознакомлению с которыми призвана содействовать данная книга.

В традиционных курсах общей физики перечисленные выше вопросы составляют содержание раздела этой науки, называемого физической оптикой. Для физической оптики характерно изучение всех рассматриваемых в ней явлений с электромагнитной волновой точки зрения. Свойства электромагнитных/световых волн, особенности их излучения и распространения в диэлектрических и проводящих средах, включая плазму, позволяют объяснить работу многих радиоэлектронных и оптических приборов, без использования которых невозможно представить существование современной цивилизации. Для этого достаточно указать на лазеры, телескопы, микроскопы, телевизоры, компьютеры, фотоаппараты, видеокамеры, системы космической связи, медицинские томографы, средства бесконтактной диагностики и др. Вот неполный перечень приборов, в основе функционирования которых лежат принципы физической оптики.

Конечно же, нельзя не отметить, что работа некоторых перечисленных устройств и систем допускает объяснение с помощью методов и подходов геометрической оптики. Однако, оптические явления, которые могут быть рассмотрены с помощью геометрической оптики, в физической оптике получают своё объяснение с помощью предельного перехода при стремлении длины волны излучения к нулю, в ходе которого предполагается, что длина волны во много раз меньше размеров неоднородности среды распространения. По этой причине отдельного изучения методов геометрической оптики в данной книге нет. В то же время в книге достаточно подробно обсуждается физический смысл понятия луча, а также определяются границы применимости методов геометрической оптики для анализа различных оптических приборов и устанавливается общность таких хорошо известных законов геометрической оптики, как отражение и преломление светового луча на границе раздела двух прозрачных сред, законы формирования оптического изображения объектов в тонкой линзе, на основе решения соответствующих задач дифракции плоской электромагнитной волны на соответственно плоской границе раздела двух диэлектриков без потерь, фазовом экране с

квадратичным законом изменения проходящей через него плоской волны.

Как было отмечено выше, физическая оптика, изучая широкий круг явлений взаимодействия света со средой распространения, оказывается теснейшим образом связанной практически со всеми разделами современной физики. В самом деле, эффекты взаимодействия электромагнитных/световых волн со средой, а также с её различными неоднородностями зависят от состояния среды, определяемого совокупностью физических параметров данной среды, например, температурой, плотностью, давлением, проводимостью и пр. По этой причине явления взаимодействия света со средой распространения имеют многоплановый характер и требуют для своего исследования привлечения методов и идей из арсенала всей современной физики.

С другой стороны методы физической оптики, применяемые для исследования взаимодействия света со средой распространения, обладая простотой реализации и высокой точностью, широко используются во многих других разделах физики, не связанных непосредственно с оптикой и её приложениями. Примером могут служить методы оптической интерферометрии, широко применяемые для контроля качества обработки поверхности в машиностроении, высокоточных измерений показателей преломления различных веществ для решения различных исследовательских задач.

Необходимо отметить, что физическая оптика имеет огромные заслуги в развитии физики как науки о законах природы. Две господствующие теории - теория относительности и квантовая теория, определяющие облик современной физики, развились благодаря исследованиям оптических явлений.

По этой причине содержание данной книги не только представляет собой естественное продолжение книги, посвящённого явлениям электростатики и магнитостатики, но и является своеобразным мостиком между классической и квантовой физикой, рассматриваемой далее в соответствующих томах учебного пособия. Естественными предпосылками этого обстоятельства являются во первых исторические причины, а во вторых дуализм световых/электромагнитных волн. Развитие классической электродинамики в конце XIX в начале XX века, последовательное её применение благодаря трудам Лорентца для объяснения различных явлений природы в том числе и эффектов, сопровождающих взаимодействие электромагнитных волн со средой распространения таких как явление Фарадея, Зеемана, Керра, Коттона - Мутона, молекулярного рассеяния света и др., позволило их объяснить, хотя и не исчерпывающим образом.

Однако, закономерности теплового излучения нагретых тел, а также законы фотоэффекта классическая электродинамика объяснить не смогла. Лишь предположение М. Планка о дискретном характере испускания и поглощения электромагнитного излучения атомами нагретого вещества, а также гипотезы А. Эйнштейна о возможности представления плоской электромагнитной волны в виде потока частиц (фотонов) позволило объяснить отмеченные выше законы. Эти предположения легли в основу нового раздела физики, получившего название квантовой физики. Квантовая физика позволила не только объяснить известные законы микромира, но и способствовала открытию новых, приведших к существенному прорыву в технологиях, связанных с различными родами деятельности человечества. Для конкретности укажем на изобретения способа расщепления атомного ядра, устройств генерации оптических когерентных колебаний - лазеров, полупроводниковых приборов преобразования электрических колебаний - диодов и транзисторов, а также многих других. Развитие квантовой физики в XX веке привело к возникновению широкого круга наук, изучающих различные аспекты проявления квантовой природы микромира. В частности, явления взаимодействия электромагнитных волн/света со средой распространения исследуются соответственно в квантовой электродинамике и квантовой оптике. Вопросы, составляющие содержание этих наук, не рассматриваются в данной книге, хотя без их понимания невозможно современная трактовка и объяснение явлений взаимодействия электромагнитных волн/света со средой распространения.

Несмотря на это, при изложении свойств плоских электромагнитных волн отмечается, что их скорость, взаимосвязь плотности энергии и плотности потока переносимого импульса такие же, как у фотона. Ну и конечно же не рассматривается принцип работы лазера, хотя при изучении законов интерференции световых волн указывается, что в качестве их источника может быть использован выше упомянутый прибор.

Материалы, составляющие содержание данного учебного пособия, сгруппированы в восемь глав, в которых последовательно изучаются свойства электромагнитных волн, начиная от самых простых, связывающих компоненты полей электромагнитных волн, определяющих их поляризацию, до сложных и необычных, связанных с такими понятиями, как интерференция и дифракция волн. Неотъемлемую часть содержания этого учебного пособия составляют задачи, помещенные в конце некоторых из параграфов. В этих задачах освещаются теоретические вопросы, изложение которых позволяет составить более полное представление о свойствах электромагнитных волн, изучаемых в основном тексте пособия.

Электромагнитные волны и оптические явления изучаются в курсе общей физики в Московском Государственном Техническом Университете им. Н. Э. Баумана на протяжении двенадцати лекций, прослушиваемых студентами второго курса в течение второй половины осеннего семестра. В основу данного учебного пособия авторы положили лекции, которые они читали студентам разных специальностей, в том числе и таких, для которых приобретенные знания являются профильными. По этой причине авторы при изложении материала стремились создать не только качественные представления о рассматриваемых физических явлениях, достаточные для формирования научного кругозора современного инженера, но и ознакомить с необходимыми методами расчёта, весьма важными для их практического использования при изучении на старших курсах специальных дисциплин, а также и в будущем после получения высшего образования.

Изучение свойств электромагнитных волн и оптических явлений в полном объёме и строгости их анализа в рамках курса общей физики является не простым делом для студентов второго курса не только из-за многоплановости эффектов взаимодействия электромагнитных волн с веществом, но и из-за необходимости применения для описания рассматриваемых явлений широкого спектра средств математических методов, в частности, методов теории вероятности и гармонического анализа.

В самом деле, условие наблюдения явления интерференции электромагнитных волн приводит к появлению таких понятий как временная и пространственно когерентность интерферирующих волн, которые для своего строгого определения используют понятия коррелированности протекания двух колебательных процессов. В соответствии же с учебными программами корреляционная теория случайных функций изучается в технических университетах в лучшем случае в следующем семестре, после того как заканчивается курс общей физики. Отмеченное затруднение проявляется также при выводе формул для оценки времени когерентности и радиуса пространственной когерентности, обоснование которых также невозможно без понятий пространственного и временного спектра источников волн, основывающихся на математической теории интегралов и рядов Фурье, недоступной студенту в момент изучения вышеупомянутых вопросов. Аналогичные проблемы возникают при изучении явлений дифракции электромагнитных волн, в частности дифракции Френеля и Фраунгофера, необходимым условием успешного усвоения которых является также знакомство с понятием временного и пространственного спектра источника волн.

Эти обстоятельства заставили авторов данного учебного пособия при изучении свойств электромагнитных волн и оптических явлений использовать самые простые постановки задач, допускающие исчерпывающие наглядные объяснения наблюдаемых эффектов в рамках волновой

теории света и позволяющие сделать обоснованные обобщения, не прибегая к изощрённым расчётам, характерным для методов теоретической физики.

Для понимания материалов изложенных в этом учебном пособии достаточно знаний, полученных студентами при изучении механики, основ молекулярной физики и термодинамики, а также основ электричества и магнетизма. В последнем из перечисленных выше разделов изучаются законы электромагнетизма, нашедшие своё отражение в компактной форме в виде системы уравнений Максвелла. По этой причине начале первой главы данного пособия делается краткое напоминание о том, что собой представляет система уравнений Максвелла. Необходимость этого обусловлена также и тем, что рассматриваемые ниже свойства электромагнитных волн и их применение для объяснения оптических явлений являются следствиями системы уравнений Максвелла. В связи с этим необходимо отметить, что при изучении электромагнитных волн и оптических явлений система уравнений Максвелла широко используется не только для формирования качественных представлений о рассматриваемых физических явлениях, но и для вывода формул, позволяющих дать количественную оценку сопровождающих их физических эффектов. Примером этого может служить приводимый ниже в восьмой главе расчёт скорости света необыкновенной электромагнитной волны, возникающей в одноосном кристалле при распространении в нём электромагнитной волны.

Помимо отмеченного выше напоминания о системе уравнений Максвелла в первой главе имеется материал вводного характера, напоминающий студенту основные свойства колебательного процесса, а также специфические особенности описания колебаний в волне, амплитуда и фаза которой зависят не только от времени, но и от координат точки наблюдения.

Необходимо обратить внимание на одну из не традиционных методических особенностей изучения свойств электромагнитных волн и оптических явлений в предлагаемом учебном пособии, состоящую в том, что рассмотрение в нём любого вопроса имеет два чётких уровня. Первый уровень - первоначальное ознакомление с рассматриваемыми явлениями, на котором создаётся общее представление о них. Второй уровень - обоснование и уточнение полученных представлений на первом уровне в результате решения соответствующих уравнений, получения физических следствий и возможных обобщений.

Так, информация об основных свойствах электромагнитных волн, их разнообразных видах даётся студенту раньше, чем его знакомят со строгим решением волнового уравнения, представляющего собой математическое следствие упомянутой выше системы уравнений Максвелла. При изучении закона Малюса и особенностей распространения световых волн в оптически анизотропных средах вначале рассматривается на качественном уровне интерпретация опытов Г. Герца по прохождению электромагнитных волн через экран из параллельных проводящих проводов, являющихся моделью оптической анизотропии, имеющей место в кристаллах вследствие упорядоченного расположения пространстве составляющих их атомов и молекул.

На взгляд авторов данного учебного пособия такой подход активизирует у студента интуитивное мышление, которое, как хорошо известно, не только облегчает усвоение изучаемых ниже довольно сложных вопросов распространения электромагнитных волн, но и превращает их изучение в увлекательный процесс, в ходе которого сформулированные на интуитивном уровне представления о свойствах волн получают в дальнейшем на следующем уровне их изучения строгое математическое обоснование. Авторы льстят себя надеждой, что интерес студентов к физике волновых процессов, который может вызвать проникновение в сущность оптических и электромагнитных явлений, излагаемых ниже, в дальнейшем будет способствовать их увлечению физикой не только, как наукой, расширяющей кругозор современного инженера исследователя, но и как источника плодотворных идей, позволяющих решать широкий спектр разнообразных практических задач благодаря

творческому применению физических методов .

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[.]Sote

ГЛАВА 1. Электромагнитные волны

Эта глава посвящена изучению основных свойств электромагнитных волн на примере плоских гармонических электромагнитных волн. Исследуется решение волнового уравнения, определяющее пространственно-временной характер колебаний векторов электромагнитных волн. Устанавливается поперечный характер электромагнитных волн и связанное с этим свойство поляризации колебаний векторов электромагнитных волн. Изучается взаимосвязь амплитуд и фаз плоских гармонических электромагнитных волн, зависимость фазовой скорости распространения электромагнитных волн от параметров среды распространения, обсуждается понятие групповой скорости распространения волнового пакета и её связь с фазовой скоростью электромагнитной волны. Рассматривается понятие плотности потока энергии, переносимой электромагнитной волной, плотности энергии электромагнитной волны и теорема Умова - Пойнтинга. Завершается глава изучением спектра электромагнитных волн, основных свойств электромагнитных волн различных участков спектра, электромагнитной природы света. Обсуждается взаимосвязь понятия луча, широко используемого в оптике, и плоской электромагнитной волны.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

ГЛАВА 1. Электромагнитные волны

1.1 Плоские электромагнитные волны

Понятие электромагнитной волны.

Как известно¹, *электромагнитные поля* определяются путём задания в каждой точке пространства четырёх векторов:

- а) вектора напряжённости электрического поля \vec{E} ;
- б) вектора напряжённости магнитного поля \vec{H} ;
- в) вектора электрического смещения \vec{D} ;
- г) вектора магнитной индукции \vec{B} .

Эти векторы не являются независимыми. Попарно векторы \vec{D} , \vec{E} , а также \vec{B} , \vec{H} связаны друг с другом с помощью *материальных уравнений*. Наиболее простой вид материальные уравнения имеют для однородных изотропных сред, *относительные значения диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостей* которых имеют постоянные значения для любой точки наблюдения электромагнитного поля:

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}; \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \quad (1.1a)$$

Вектора \vec{E} , \vec{D} , \vec{H} , \vec{B} в общем случае зависят как от координат точки наблюдения x, y, z так и от времени t и могут быть найдены из *системы уравнений Максвелла*, решениями которой они являются:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\vec{H} &= \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + \vec{j}; \\ \operatorname{rot}\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}; \\ \operatorname{rot}\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}; \\ \operatorname{div}\vec{D} &= \rho, \\ \operatorname{div}\vec{B} &= 0, \\ \vec{j} &= \sigma(\vec{E} + \vec{E}^{\text{cm}}). \end{aligned} \quad (1.1b)$$

В этих уравнениях: σ - коэффициент *удельной электропроводности среды*, в которой рассматривается электромагнитное поле, \vec{E}^{ext} - *напряженность электрического поля сторонних источников*, ρ - *объемная плотность сторонних электрических зарядов*; \vec{j} - *плотность токов проводимости*.

В дальнейшем будем называть *сторонними токами*, такие токи, которые вызываются электрическими полями \vec{E}^{ext} сторонних источников, причём, их плотность \vec{j}^{ext} может быть вычислена по формуле: $\vec{j}^{ext} = \sigma \vec{E}^{ext}$.

Отметим, что для полей независимых от времени $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$; $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$. В этом случае система (1.1b) распадается на две независимые системы: а) систему уравнений электростатики, определяющую постоянные во времени поля \vec{D} , \vec{E} , и б) систему уравнений магнитостатики, определяющую постоянные во времени поля \vec{B} , \vec{H} .

Для электромагнитных полей, зависящих от времени из системы уравнений Максвелла (1.1b) следует *взаимосвязь изменения их электрических и магнитных полей*. Наиболее просто в этом убедиться, если рассматривать зависящее от времени электромагнитное поле в среде, в которой нет сторонних зарядов, сторонних токов, плотность которых может быть вычислена по формуле $\vec{j}^{ext} = \sigma \vec{E}^{ext}$, и отсутствует проводимость ($\sigma = 0$).

Таким условиям соответствует электромагнитное поле в вакууме, в котором отсутствуют источники сторонних токов и зарядов. Очень близкими свойствами обладает сухой воздух, проводимостью которого в обычных условиях можно пренебречь.

В этом случае первые два уравнения системы (1.1a) связывают между собой изменение в пространстве и времени электрического и магнитного полей. Отсюда следует основное свойство зависящих от времени электромагнитных полей, состоящее в согласованности изменения электрического и магнитного поля.

Так, при изменении во времени электрического поля возникает изменяющееся в пространстве переменное магнитное поле, которое приводит к появлению меняющегося в пространстве электрического поля. И, наоборот, при изменении во времени магнитного поля возникает изменяющееся в пространстве переменное электрическое поле, которое приводит к появлению меняющегося в пространстве магнитного поля.

Физическая причина такой взаимосвязи является следствием закона электромагнитной индукции и наличием тока смещения, связывающих между собой электрическое и магнитное поля. Причём, взаимосвязь электрических и магнитных полей имеет место даже в отсутствии сторонних токов и зарядов, являющихся источниками электромагнитного поля.

Процесс согласованного изменения электрического и магнитного полей в пространстве и времени, при распространении электромагнитного возмущения из одной точки пространства в другую, получил название электромагнитной волны.

Источниками электромагнитных волн, как это следует из системы уравнений Максвелла (1.1b), являются меняющиеся во времени сторонние токи и заряды. Исследование процесса излучения электромагнитных полей меняющимися во времени сторонними токами и зарядами будет более

рассмотрено подробно в главе 2.

Существование электромагнитных волн впервые было предсказано английским физиком *М.Ф. Фарадеем* в 1832г. В 1865г. английский физик *Дж. К. Максвелл* теоретически показал, что скорость распространения электромагнитных волн в вакууме равна скорости света. Подтверждение открытых свойств электромагнитных волн и обширные их экспериментальные исследования было сделано немецким физиком *Г. Герцем (1887-1888)*.

В ходе экспериментальных исследований свойств электромагнитных волн Г. Герц обнаружил, что законы распространения электромагнитных волн и света одинаковы. В частности, у них одинаковый характер преломления и отражения от диэлектрических и металлических тел. Часть из этих опытов мы изложим в дальнейшем по мере более детального изучения электромагнитных волн и оптики.

Виды электромагнитных волн.

Рассмотрим наиболее простой вид электромагнитных волн - *электромагнитные гармонические (монохроматические) волны*. Для электромагнитных гармонических волн величины векторов $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ изменяются во времени по закону косинуса или синуса. Если какой либо один из четвёрки векторов электромагнитной волны меняется по закону косинуса или синуса, то, как это следует из системы уравнений Максвелла, и другие три вектора будут меняться во времени как функции синуса и косинуса.

Итак, изменение *вектора напряжённости электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$ электромагнитной гармонической волны* определяется следующим выражением:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) \cos(\omega t - \varphi(\vec{r}) - \varphi_0) \quad (1.2)$$

где \vec{r} - радиус вектор точки наблюдения с координатами x, y, z ; $\omega = 2\pi/T$ - круговая частота колебаний [рад/сек], определённая периодом колебаний T ; $\vec{E}_0(\vec{r})$ - амплитуда колебаний электрического поля, зависящая от положения точки наблюдения.

В дальнейшем будем называть *полной фазой колебаний волны* аргумент функции косинуса в выражении (1.2):

$$\varphi_s = \omega t - \varphi(\vec{r}) - \varphi_0$$

Значение начальной фазы φ_0 колебаний зависит от выбора момента начала отсчёта времени и/или положения центра декартовой системы координат. По этой причине можно считать $\varphi_0 = 0$.

Из выражения (1.2) следует, что полная фаза гармонической волны имеет две составляющие:

а) *временную составляющую фазы ωt , линейно изменяющуюся во времени со скоростью изменения, равной круговой частоте колебаний ω* ;

б) *пространственную составляющую фазы $\varphi(\vec{r})$, характер зависимости которой от положения точки наблюдения \vec{r} , как мы увидим ниже, определяется расстоянием r , пройденным волной от источника до точки наблюдения, т.е.:*

$$\varphi(\vec{r}) = kr,$$

где

$$k = 2\pi / \lambda$$

- волновое число, определяемое длиной волны $\lambda = 2\pi / \omega$, (c - скорость света в вакууме).

Отсюда следует, что пространственная составляющая полной фазы является линейно изменяющейся функцией от расстояния, пройденного волной. Можно определить скорость изменения фазы волны в зависимости от пройденного волной расстояния величиной приращения фазы на расстоянии, равным единице длины (в системе СИ - 1м). В соответствии с этим определением скорость изменения фазы волны в зависимости от пройденного волной расстояния равна волновому числу $k = \omega / c$. По аналогии с круговой частотой ω волновое число k называют *пространственной частотой*. Размерностью волнового числа (пространственной частоты) в системе СИ является м^{-1} . В оптике используется внесистемная единица измерения волнового числа, имеющая размерность мм^{-1} и называемая 'числом линий на мм'. Физическое содержание такого названия станет понятным ниже в главе 5 при изучении явления интерференции света.

Особенностью гармонической электромагнитной волны (1.2) является зависимость полной фазы её колебаний $\varphi_s = \omega t - \varphi(\vec{r}) - \varphi_0$, как от времени, так и от положения точки наблюдения в пространстве.

Отметим, что периодичность изменения во времени гармонической, электромагнитной волны влечёт за собой в силу (1.1b) периодичность пространственного изменения векторов $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$. В проявлении этого свойства гармонических электромагнитных мы убедимся далее.

Другим свойством электромагнитных волн является характер зависимости от положения точки наблюдения пространственной составляющей полной фазы и связанной с ней амплитуды колебаний четвёрки векторов электромагнитного поля.

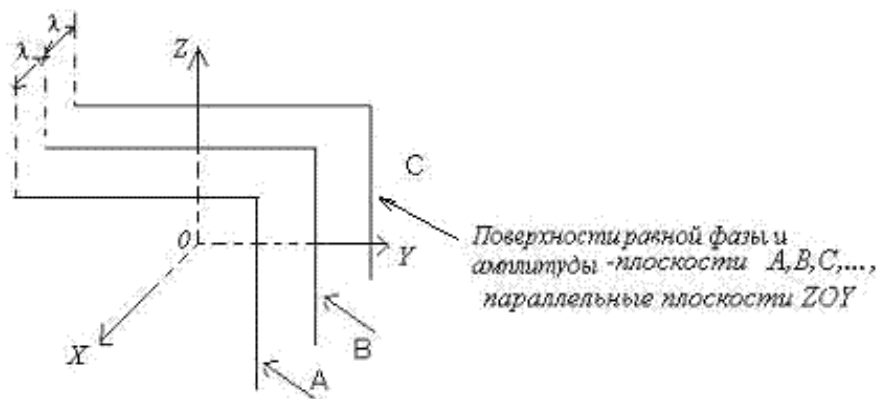


Рис. 1.1.

В этом смысле самой простой гармонической электромагнитной волной является волна с постоянной амплитудой колебаний в любой точке наблюдения. Такие волны называются *плоскими*². Наиболее простое выражение для векторов электромагнитного поля имеет плоская гармоническая волна, распространяющаяся вдоль одной из координатных осей принятой декартовой системы координат X, Y, Z , например, вдоль оси OX (рис.1.1). Колебания вектора напряжённости электрического поля такой волны будет определяться выражением

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx - \varphi_0) \quad (1.3a)$$

где \vec{E}_0 - амплитуда колебаний электрического вектора, постоянная во всех точках пространства; $kx = (2\pi/\lambda)x$ - пространственная составляющая полной фазы волны, которая имеющая постоянное значение в любой плоскости, параллельной плоскости ZOY, определяемое расстоянием, которое прошла волна от точки $x = 0$; φ_0 - начальная фаза колебаний волны при $t = 0$; $x = 0$.

Колебания вектора напряжённости магнитного поля такой волны будет определяться аналогичным выражением

$$\vec{H}(x, t) = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx - \varphi_0) \quad (1.3b)$$

где \vec{H}_0 - амплитуда колебаний электрического вектора, постоянная во всех точках пространства.

Кроме плоских гармонических волн известен достаточно широкий класс электромагнитных волн, у которых амплитуда изменяется с расстоянием. Наиболее простыми из них являются цилиндрические и сферические волны. Представление о цилиндрических волнах можно почерпнуть из наблюдений волн на поверхности воды в водоёме, после того, как в него брошен камень. Амплитуда и фаза колебаний четвёрки векторов *цилиндрической волны* имеет постоянное значение на концентрических поверхностях (рис.1.2a) вдоль оси симметрии которых расположены источники колебаний. На достаточно большом расстоянии r точки наблюдения от источника колебаний амплитуда, создаваемой им цилиндрической волны, убывает обратно пропорционально \sqrt{r} (см. задачу 1.1b).

Амплитуда и фаза колебаний четвёрки векторов *сферической волны* имеет постоянное значение на концентрических сферических поверхностях (рис.1.2b), в центре симметрии которых расположены источники колебаний. На достаточно большом расстоянии r точки наблюдения от источника колебаний амплитуда, создаваемой им сферической волны, убывает обратно пропорционально r (см. задачу 1.1a).

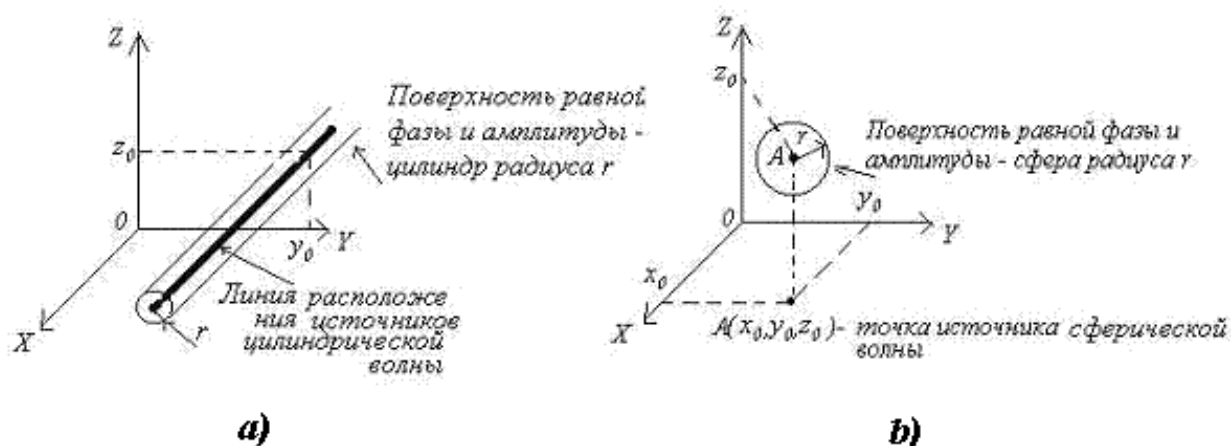


Рис. 1.2.

Поперечный характер электромагнитных волн.

В предыдущих параграфах мы рассмотрели основные свойства гармонических волн, вытекающих из очевидных и общих представлений о зависимости колебаний их векторов электрического и магнитного полей от времени и расстояния, пройденного волной от источника до точки наблюдения.

Обоснуем эти соображения прямым решением системы уравнений Максвелла вместе с материальными уравнениями (1.1a) относительно четвёрки векторов $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$, определяющих электромагнитную волну.

Рассмотрим плоскую гармоническую электромагнитную волну круговой частоты ω , распространяющуюся вдоль оси OX в однородной, непроводящей среде с ($\varepsilon = \text{const}_1; \mu = \text{const}_2; \sigma = 0$).

Для такой волны в соответствии с её определением (1.3) вектора $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ не зависят от координат y и z , т.к. амплитуда их колебаний имеет постоянное значение для любой точки наблюдения, а фаза не изменяется в любой плоскости, параллельной плоскости ZOY (рис.1.1). Таким образом, вектора $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ зависят только от времени t и координаты x . Исключая равные нулю частные производные компонент этих векторов по переменным y, z получим из (1.1b) определяющие каждую из декартовых компонент $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ при $\vec{j} = 0$ следующие уравнения:

$$0 = \mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}; \quad (1.4a)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}; \quad (1.4b)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}; \quad (1.4c)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial x} = 0; \quad (1.4d)$$

$$0 = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}; \quad (1.4e)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}; \quad (1.4f)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}; \quad (1.4g)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0. \quad (1.4h)$$

Отсюда следует, что одним из решений системы (1.4) являются электростатическое и магнитостатическое поля, поскольку проекции на ось OX любого из векторов электромагнитного поля $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ имеют равные нулю частные производные по координате x и времени t . Тогда, очевидно, $E_x = \text{const}_1; D_x = \text{const}_2; H_x = \text{const}_3; B_x = \text{const}_4$ представляют постоянные электрическое и магнитное поля, ориентированные вдоль направления распространения плоской волны, накладывающиеся на меняющееся во времени электромагнитное поле волны и не зависящие

от него. По этой причине без ограничения общности можно полагать их равными нулю, т.е.:

$$E_x = 0; D_x = 0; H_x = 0; B_x = 0.$$

Следовательно, отличными от нуля компонентами плоской электромагнитной гармонической волны, распространяющейся вдоль оси OX , являются: $E_y, E_z; D_y, D_z; H_y, H_z, B_y, B_z$, перпендикулярные OX .

Отсюда следует важный вывод, что вектора напряжённости электрического и магнитного полей плоской электромагнитной гармонической волны колеблются в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Волны, обладающие таким свойством, называются поперечными. Следовательно, *электромагнитные волны являются поперечными волнами* (рис.1.3).

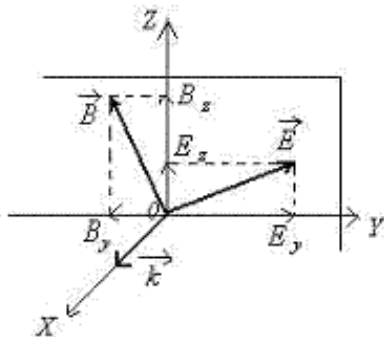


Рис. 1.3.

Поляризация колебаний плоской гармонической электромагнитной волны.

Второй важный вывод, который можно сделать из системы уравнений (1.4), состоит в том, что эта система уравнений представляет собой две независимые системы уравнений:

первая состоит из уравнений (1.4b), (1.4g), определяющих $E_z; H_y$:

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}; \quad (1.5a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}; \quad (1.5b)$$

вторая состоит из уравнений (1.4c), (1.4f), определяющих E_y, H_z :

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}; \quad (1.6a)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}. \quad (1.6b)$$

Существование двух независимых друг от друга систем дифференциальных уравнений (1.5) и (1.6)

позволяет рассматривать плоскую гармоническую волну с произвольной ориентацией вектора напряженности электрического поля электромагнитной волны в плоскости волнового фронта в виде суммы двух независимых плоских гармонических волн той же частоты, что и исходная, направления колебаний векторов напряженности электрического и магнитного полей взаимно перпендикулярны. Эта особенность векторного характера колебаний электромагнитной волны следует из законов электромагнетизма, составляющих физическую основу уравнений Максвелла. Действительно, пусть первоначально было переменное во времени электрическое поле E_y с направлением колебаний вектора напряженности электрического поля вдоль оси OY , то возникнет ток смещения, благодаря которому генерируется магнитное поле H_x с колебаниями вдоль оси OZ (рис.1.4a). Магнитное поле H_x создаёт вихревое поле E_z . При этом электромагнитное поле с компонентами $E_x; H_y$ не возникает. Аналогично рассуждая, можно рассмотреть взаимное превращение первоначально созданного электрического поля E_x в магнитное поле H_y (рис.1.4b). При этом электромагнитная волна с электрическим и магнитным полями E_y, H_x не возникает.

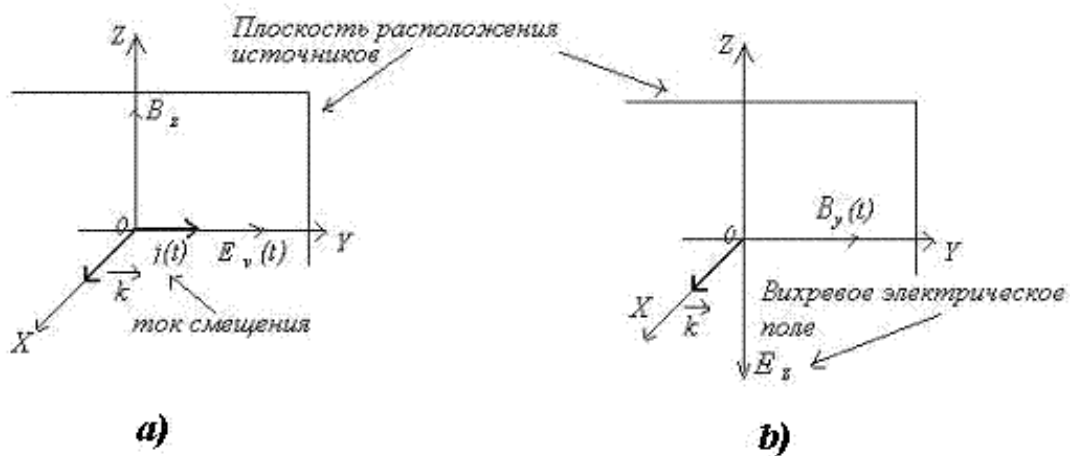


Рис. 1.4.

Возможность представления произвольной плоской гармонической электромагнитной волны в виде суммы двух независимых волн с перпендикулярно колеблющимися в одной фазе по отношению друг к другу парами векторов напряженности электрического и магнитного полей определяет свойство **поляризации электромагнитной волны**.

Поляризация электромагнитной волны определяется направлением колебаний вектора напряженности электрического поля. В рассматриваемом случае плоская волна, распространяющаяся вдоль оси OX с произвольным направлением колебаний вектора напряженности электрического поля в плоскости ZOY , может быть представлена в виде суммы двух электромагнитных волн, поляризованных в двух взаимно ортогональных направлениях, которые с учётом того, что ось OZ задаёт вертикальное направление по отношению к плоскости XOZ , отождествляемой с плоскостью горизонта, условно могут быть названы:

- а) волны с **горизонтальной поляризацией**, определяемые колебаниями векторов E_y, H_x ;
- б) волны с **вертикальной поляризацией**, определяемые колебаниями векторов E_z, H_y .

На рис.1.5 изображены направления колебаний соответствующие горизонтальной и вертикальной

поляризации электромагнитных волн, распространяющихся со скоростью v вдоль оси OX . Из этих рисунков следует, что вектора напряженности электрического \vec{E} , \vec{H} , \vec{v} и магнитного \vec{H} полей, а также скорости волны \vec{v} образуют правую тройку векторов. Направление колебаний векторов \vec{E} , \vec{H} , \vec{v} электромагнитной волны вертикальной поляризации, изображённой на рис.1.5а, получается после поворота тройки векторов рис.1.5а на 90° вокруг оси OX . Направление колебаний векторов \vec{E} , \vec{H} , \vec{v} электромагнитной волны горизонтальной поляризации, изображённой на рис.1.5b, получается после поворота тройки векторов рис.1.5а на 180° вокруг оси OZ .

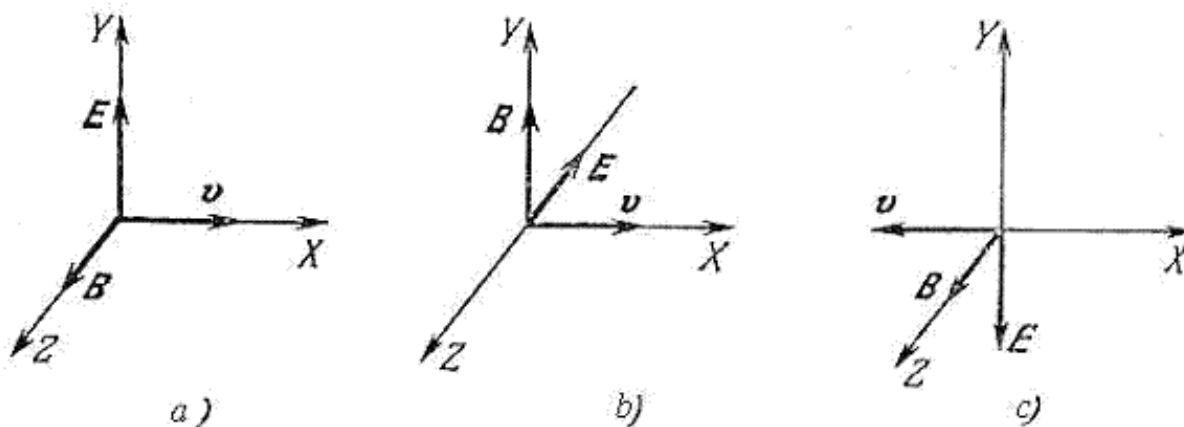


Рис. 1.5.

Волны с линейной поляризацией являются простейшими поляризованными волнами. Более сложным видом поляризации волн является **круговая поляризация**. В плоской электромагнитной волне круговой поляризации вектора напряженности электрического и магнитного поля равномерно вращаются вокруг своего направления распространения, образуя в каждый момент времени вместе с волновым вектором правую тройку векторов. Вращение указанных выше векторов может происходить как против часовой стрелки, так и по часовой стрелке, если смотреть с конца волнового вектора. Волны круговой поляризации волны с вращением векторов поля по часовой стрелке и против часовой стрелки являются волнами с ортогональными поляризациями. В соответствии с этим говорят о волнах, поляризованных по правому и левому кругу.

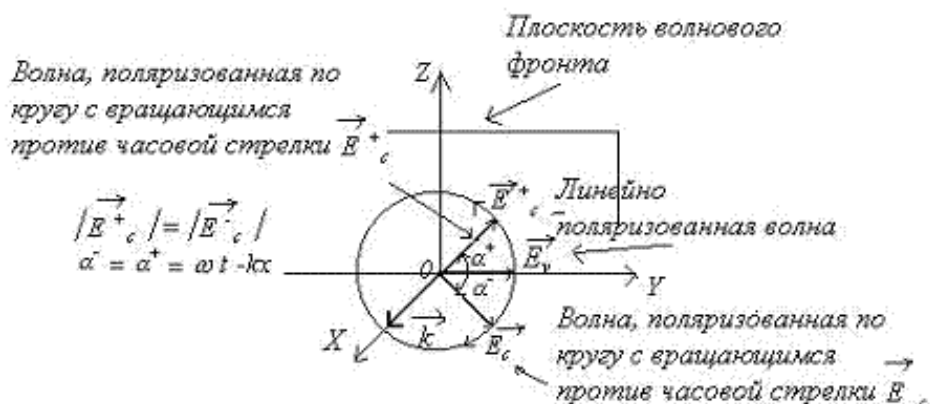


Рис. 1.6.

Очевидно, линейно поляризованная волна может быть представлена в виде суммы двух плоских волн с круговой поляризацией с равным значением модуля вектора напряженности электрического поля, в одной из которых вектор напряженности вращается по часовой стрелке, а в другой - против часовой стрелки (рис.1.6). Верно и обратное утверждение - волна круговой поляризации может быть представлена в виде суммы двух линейно поляризованных плоских волн с одинаковой амплитудой векторов напряженности электрического поля, фаза которых отличается на $\pm \pi/2$, а направления колебаний в пространстве взаимно ортогональны.

Более общий вид поляризации электромагнитных волн представляет *эллиптическая поляризация*. Эллиптически поляризованная волна определяется как суперпозиция двух плоских электромагнитных неодинаковых по амплитуде волн линейной поляризации с взаимно ортогональным направлением колебаний в пространстве векторов напряженности электрического поля каждой из волн, разность фаз колебаний которых отлична от $\pm \pi/2$ (рис.1.7) (см. задачу 1.2). Конец вектора суммы этих электрических полей движется по эллипсу, что и объясняет название рассматриваемого вида поляризации. Параметрами эллиптической поляризации являются т.н. коэффициент эллиптичности поляризации волны, представляющий собой отношение полуосей эллипса, по которому в пространстве движется конец вектора суммарного колебания, и угол наклона оси эллипса, определяемый разностью начальных фаз составляющих колебаний.



Рис. 1.7.

Волновое уравнение. Связь амплитуд и фаз векторов напряженности электрического и магнитного полей плоской электромагнитной волны.

Ввиду независимости колебаний волн с ортогональными поляризациями дальнейший анализ свойств распространения плоской электромагнитной сосредоточим на изучении свойств волны одной какой-нибудь поляризации, например, горизонтальной с компонентами электрического и магнитного поля, соответственно равными E_y, H_x .

Убедимся, что компоненты электромагнитного поля E_y, H_x удовлетворяют волновому уравнению. Для этой цели продифференцируем уравнение (1.6a) по x , а уравнение (1.6b) по t и после исключения смешанной производной получим:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2};$$

Если подставить значения электрической и магнитной ε_0, μ_0 постоянных, то получим следующую величину их произведения:

$$\varepsilon_0 \mu_0 = 1/c^2, \quad (1.7)$$

где c - скорость света в вакууме.

В силу соотношения (1.7) для определения E_y получаем волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon \mu / c^2 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}; \quad (1.8a)$$

Аналогично получается волновое уравнение для H_x , а также для компонент плоской электромагнитной волны вертикальной поляризации $E_x; H_y$, определяемых (1.5).

Уравнение (1.8a) называется волновым, в частности, из-за того, что его решением является³ плоская электромагнитная волна, определённая выше соотношением (1.3) для колебаний вектора напряжённости электрического поля:

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \varphi_E), \quad (1.9a)$$

где волновое число

$$k = \sqrt{\varepsilon \mu} \omega / c, \quad (1.9b)$$

- зависящее в общем случае от относительных диэлектрических и магнитных ε, μ проницаемостей среды распространения электромагнитной волны.

Аналогичным образом можно убедиться, что решением волнового уравнения являются колебания вектора напряжённости магнитного поля H_x в виде плоской волны:

$$H_x = H_m \cos(\omega t - kx + \varphi_H); \quad (1.9c)$$

В выражениях (1.9) E_m, H_m - амплитуды электрической и магнитной компонент плоской волны; φ_E, φ_H - начальные фазы колебаний векторов напряжённости электрического и магнитного полей; ω - частота волны.

Между амплитудами и фазами колебаний электрической и магнитной компонент электромагнитной волны имеются соотношения, следующие из системы уравнений (1.6) для горизонтальной

поляризации E_y, H_x и системы уравнений (1.5) для волны вертикальной поляризации E_x, H_y . Подставим выражения (1.9) в (1.6):

$$kE_m \sin(\omega t - kx + \alpha_E) = \omega\mu\mu_0 H_m \sin(\omega t - kx + \alpha_H); \quad (1.10a)$$

$$kH_m \sin(\omega t - kx + \alpha_H) = \omega\varepsilon\varepsilon_0 E_m \sin(\omega t - kx + \alpha_E). \quad (1.10b)$$

Очевидно, для того, чтобы эти соотношения были справедливы для любых x, t *начальные фазы электрической и магнитной компоненты электромагнитной волны* должны быть равными:

$$\alpha_E = \alpha_H. \quad (1.11a)$$

Если это соотношение имеет место, то из (1.10) следуют два равенства, связывающие амплитуды электрической и магнитной компоненты E_m, H_m :

$$kE_m = \omega\mu\mu_0 H_m;$$

$$kH_m = \omega\varepsilon\varepsilon_0 E_m.$$

Перемножая эти равенства, получаем *соотношение между амплитудами электрической и магнитной компонент плоской электромагнитной волны*:

$$E_m = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} H_m. \quad (1.11b)$$

Размерность коэффициента пропорциональности в соотношении (1.11b) между амплитудами электрической и магнитной компонент плоской волны, совпадает с размерностью 'сопротивления'. Действительно: размерность величины E/H , обозначаемая символом $[E/H]$, равна: $[E/H] = (\text{вольт/метр})/(\text{ампер/метр}) = \text{вольт/ампер} = \text{ом}$.

По этой причине величина

$$\zeta = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} \quad (1.12)$$

называется волновым сопротивлением среды распространения электромагнитных волн.

Для волны, распространяющейся в вакууме (в сухом воздухе) $\varepsilon = 1, \mu = 1$:

$$\zeta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi \approx 377 \text{ ом} \quad (1.13)$$

Величина ζ_0 называется *волновым сопротивлением вакуума*.

Для вертикальной поляризации плоской волны с компонентами электрического и магнитного полей E_x, H_y имеют место аналогичные соотношения (1.11), связывающие их амплитуды и фазы их

колебаний .

Определим единичный вектор \vec{n} в направлении распространения волны, и одновременно перпендикулярный плоскости её волнового фронта.

Рассматривая (1.11) для двух возможных поляризаций плоской электромагнитной волны можно сделать вывод, что тройка векторов, состоящая из $\vec{E}, \vec{H}, \vec{n}$ является правой. Это обозначает, что при наблюдении векторов \vec{E}, \vec{H} с конца вектора \vec{n} вектор \vec{E} может быть совмещен с вектором \vec{H} вращением против часовой стрелки в сторону меньшего угла.

С помощью вектора \vec{n} и выражений (1.12) могут быть получены соотношения для плоской гармонической электромагнитной волны, связывающие вектора $\vec{E}, \vec{H}, \vec{n}$ друг с другом с помощью векторного произведения (рис.1.3):

$$\vec{E} = c\vec{H} \times \vec{n}. \quad (1.12a)$$

Верным является и обратное соотношение:

$$\vec{H} = \vec{n} \times \vec{E} / c. \quad (1.12b)$$

И кроме того,

$$\vec{n} = \vec{E} \times \vec{H} / (cH^2). \quad (1.12c)$$

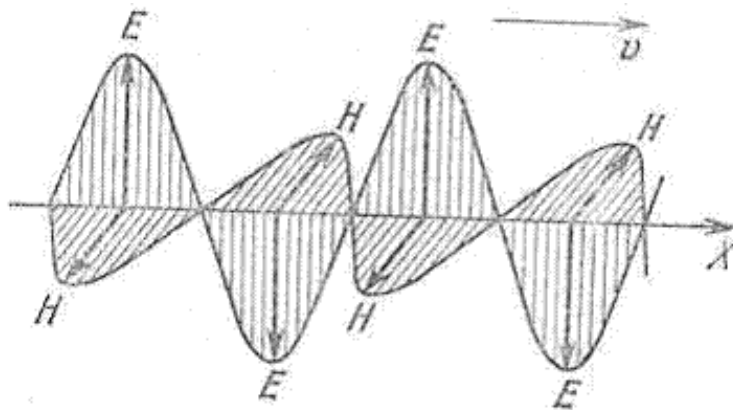


Рис. 1.8.

На рис.1.8 изображена "мгновенная фотография" колебаний векторов напряжённости плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси Ox .

В дальнейшем при изучении свойств электромагнитных волн с вектором \vec{n} связывается **волновой вектор** \vec{k}

$$\vec{k} = (2\pi / \lambda)\vec{n} = k\vec{n},$$

модуль которого определяется волновым числом (длиной волны), а направление совпадает с направлением распространения электромагнитной волны. В соответствии со сказанным выше тройка

векторов, состоящая из $\vec{E}, \vec{H}, \vec{k}$, является правой.

Фазовая и групповая скорости электромагнитной волны.

Электромагнитная волна, колебания векторов электрического и магнитного поля которой задаются уравнениями (1.9), представляет собой физический процесс, протекающий с конечной скоростью, равной скорости света c в среде, где она распространяется. Чтобы в этом убедиться рассмотрим волновое уравнение (1.8), в котором обозначим $F = E_y$:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = (1/v_{\text{фаз}})^2 \frac{\partial^2 F}{\partial t^2}, \quad (1.13a)$$

где имеющий размерность скорости коэффициент

$$v_{\text{фаз}} = c / \sqrt{\epsilon\mu}, \quad (1.13b)$$

определяет, как будет показано ниже, фазовую скорость распространения электромагнитной волны, зависящую от значений диэлектрической и магнитной проницаемостей среды её распространения.

Можно показать, что *решением волнового уравнения (1.13a)* является произвольная дважды дифференцируемая функция $F(s(x,t))$, например, изображённая на рис.1.9а, зависящая от линейной комбинации координаты и времени

$$s(x,t) = x \pm v_{\text{фаз}} t. \quad (1.13c)$$

Знак \pm в выражении (1.13c) означает, что решением уравнения (1.13a) является как функция $F(x - v_{\text{фаз}} t)$, так и функция $F(x + v_{\text{фаз}} t)$.

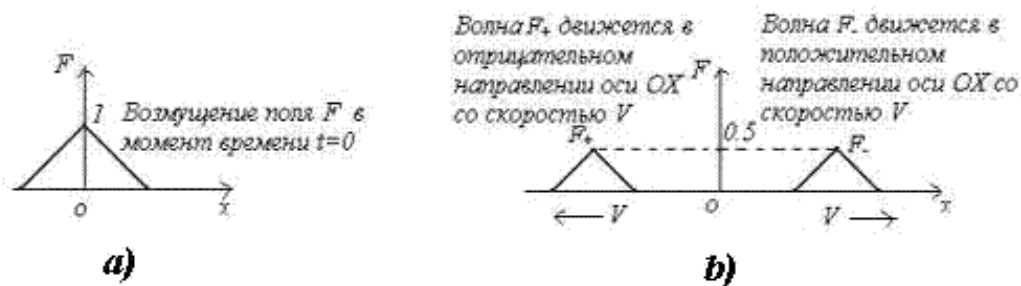


Рис. 1.9.

Функция $F(s(x,t))$, изображённой на рис. 1.9а, при изменении времени перемещается вдоль оси Ox (рис.1.9b) в соответствии с нашими интуитивными представлениями о перемещении гребня волны. Это свойство решения уравнения (1.13b) явилось основанием назвать его волновым (Д'Аламбер).

Аргумент рассматриваемой функции F , называется, как и в частном случае плоской гармонической волны, полной фазой $\varphi_{\text{полн}}$:

$$\varphi_{\text{полн}} = s(x, t) = x \pm v_{\text{фаз}} t.$$

Множество точек в пространстве, в которых фаза волны имеет постоянное значение, называется *волновым фронтом волны*. Для рассматриваемого случая плоской волны (1.9) волновым фронтом является любая плоскость, параллельная плоскости ZOY .

Физический смысл полной фазы $\varphi_{\text{полн}}$ состоит в том, что с её помощью можно определить перемещение волнового фронта волны из исходной точки x за время, равное t .

Решение волнового уравнения (1.13a) в виде плоской гармонической волны (1.9), очевидно, является частным случаем рассмотренного выше, когда в качестве произвольной функции F выбрана функция косинуса. Выражение для полной фазы плоской гармонической волны $\varphi_{\text{полнгарм}}$ получается из выражения для полной фазы $\varphi_{\text{полн}} = s(x, t)$ произвольной волны при умножении её величины, измеряемой в единицах длины (метрах), на волновое число $k = 2\pi / \lambda$ для пересчёта в радианы:

$$\varphi_{\text{полнгарм}} = ks(x, t) = kx \pm kv_{\text{фаз}} t = kx \pm \omega t,$$

где

$$kv_{\text{фаз}} = \omega. \quad (1.13d)$$

Очевидно, полная фаза для рассматриваемой волны имеет постоянное значение $\varphi_{\text{полнгарм}} = \text{const}$ на любой плоскости, параллельной плоскости ZOY :

$$\varphi_{\text{полн}} = x \pm v_{\text{фаз}} t = \text{const}.$$

Это соотношение можно рассматривать, как уравнение для определения изменения положения выбранной плоскости постоянной фазы $\varphi_{\text{полн}} = \text{const}$ волны во времени:

$$x = \text{const} \pm v_{\text{фаз}} t.$$

С помощью дифференцирования найдём *скорость перемещения плоскости постоянной фазы*, называемой фазовой скоростью $v_{\text{фаз}}$:

$$\frac{dx}{dt} = \pm v_{\text{фаз}} = \pm \sqrt{\epsilon\mu} c,$$

совпадающей с (1.13b).

Отсюда следует, что любая плоскость равной фазы для волны, представляемой функцией $F(x - v_{\text{фаз}} t)$, перемещается со скоростью $v_{\text{фаз}}$ в положительном направлении оси OX . Плоскость равной фазы для волны $F(x + v_{\text{фаз}} t)$, перемещается со скоростью $v_{\text{фаз}}$ в отрицательном направлении оси OX .



Рис. 1.10.

При рассмотрении свойств плоских электромагнитных волн мы ограничились случаем распространения волн вдоль оси OX . Это не ограничивает строгость полученных результатов, поскольку с помощью поворота (вращения) осей используемой системы координат можно совместить направление распространения волны с одной из координатных осей, например, с осью OX . Очевидно, величина перемещения плоскости равной фазы за время наблюдения не зависит от ориентации осей выбранной системы координат. Перемещение плоскости равной фазы волны отсчитывается вдоль перемещения волны, в направлении нормали к плоскости равной фазы, задаваемом единичным вектором \vec{n} . Если учесть, что уравнение плоскости, нормаль которой задаётся вектором \vec{n} (рис.1.10), имеет вид $(\vec{n}, \vec{r}) = \text{const}$, где значение константы равно расстоянию от плоскости до начала координат, то величина перемещения волнового фронта, проходящего через начало координат при $t = 0$, за время наблюдения t будет равно $s(x, t) = \text{const} \pm v_{\text{фаз}} t$.

С учётом сказанного, выражение для плоской волны, распространяющейся в произвольном направлении, будет иметь вид $F((\vec{n}, \vec{r}) \pm v_{\text{фаз}} t)$. В частности для плоской гармонической электромагнитной волны (1.9a):

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - (\vec{k}, \vec{r}) + \varphi_E), \quad (1.9d)$$

где \vec{E}_m - вектор амплитуды колебаний напряжённости электрического поля волны, располагающийся в плоскости перпендикулярной направлению распространения волны.

Рассмотрим зависимость фазовой скорости электромагнитной волны от относительных значений диэлектрической и магнитной проницаемостей ϵ, μ от параметров среды распространения. Из формулы (1.13с) следует, что в вакууме при $\epsilon = 1, \mu = 1$ фазовая скорость распространения электромагнитной волны равна скорости света c в вакууме. Это свойство электромагнитных волн является основанием одним из доказательств электромагнитной природы света.

В любой среде, где $\epsilon > 1, \mu > 1$ скорость распространения электромагнитной волны в $\sqrt{\epsilon\mu}$ раз меньше, чем скорость света в вакууме.

Величина

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}, \quad (1.14)$$

определяющая изменение скорости света в среде по сравнению с вакуумом, называется абсолютным показателем преломления⁴ среды или оптической плотностью среды.

Выражение (1.14) известно, как *соотношение Максвелла*, впервые установившего зависимость скорости электромагнитных волн от параметров среды их распространения.

Из-за уменьшения в n раз фазовой скорости электромагнитной волны в среде по сравнению со скоростью света в вакууме уменьшается её *длина волны в среде* в n раз по сравнению со своим значением в вакууме. Действительно, за период колебаний волны T волна проходит с меньшей скоростью меньший путь:

$$\lambda_{\text{среды}} = v_{\text{фаз}} T = c/(nT) = \lambda/n,$$

где $\lambda = c/T$ - длина волны в вакууме.

По этой причине электромагнитная волна, прошедшая некоторое расстояние l в среде с оптической плотностью $n > 1$ получит приращение своей фазы в n раз большее, чем при распространении в вакууме на тоже расстояние.

В заключении рассмотрим понятие *групповой скорости электромагнитной волны*. Необходимость рассмотрения наряду с фазовой скоростью также групповой скорости связана с негармоническими электромагнитными волнами. Оказывается, что электромагнитная волна с произвольной зависимостью от времени и координат точки наблюдения может быть представлена в виде суперпозиции плоских гармонических волн всевозможных частот.

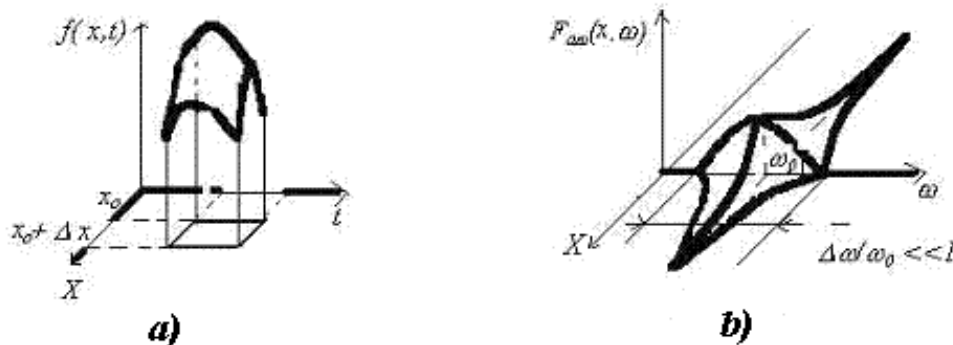


Рис. 1.11.

В ряде случаев такая волна представляет собой некоторое 'возмущение' электромагнитного поля, например, в виде импульса, равного нулю за пределами некоторого интервала Δx (объема V) и промежутка времени T (рис.1.11а). Такое волновое поле называют *волновым пакетом*, если амплитуды гармонических волн, составляющих рассматриваемое возмущение, 'заметно' отличаются от нуля лишь внутри некоторого интервала $\Delta\omega$ 'вблизи' средней частоты ω_0 (рис.1.11б). Если

$\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$, то волна называется почти гармонической или квазигармонической. Волновые пакеты представляют большой практический интерес при рассмотрении взаимодействия электромагнитных волн с веществом, широко используются для передачи информации и пр. Поэтому имеет физический

смысл оценка скорости движения волнового пакета или группы волн.

Такая скорость называется групповой и обозначается символом v_{gp} . Оказывается, *перенос энергии электромагнитной волной* осуществляется со скоростью, равной групповой.

Расчет групповой скорости v_{gp} электромагнитной волны приводят к следующей формуле (см. задачу 1.3):

$$v_{gp} = \frac{d\omega}{dk}. \quad (1.17a)$$

Это выражение отличается от *формулы для расчета фазовой скорости* $v_{фаз}$ плоской гармонической волны частоты ω :

$$v_{фаз} = \omega / k. \quad (1.17b)$$

Это различие имеет очевидную физическую причину, поскольку каждая из составляющих волновой пакет гармонических волн вследствие различия их частот (2.13d) имеет свою фазовую скорость.

Можно показать, что фазовая и групповая скорости связаны между собой соотношением:

$$v_{фаз} v_{gp} = c^2, \quad (1.17c)$$

где c - скорость света в среде распространения электромагнитной волны.

Для плоских гармонических электромагнитных волн значения фазовой и групповой скоростей, рассчитываемых по формулам (1.17a) и (1.17b), совпадают.

Задачи

Задача 1.1

Показать, что

а) *амплитуда цилиндрической волны* убывает обратно пропорционально корню квадратному из расстояния от центра её излучения.

б) *амплитуда сферической волны* убывает обратно пропорционально расстоянию от центра её излучения;

Решение.

а) В самом деле, если бы амплитуда волны, излучаемой точечным источником, зависела от направления распространения, то среда распространения волны не могла бы считаться однородной и изотропной. Следовательно, амплитуда и фаза волны должны зависеть от расстояния от точки наблюдения до точки расположения источника. Далее, из изотропности среды распространения следует, что в единицу телесного угла точечный источник излучает одинаковую мощность не зависимо от ориентации рассматриваемого угла. Это обозначает, что через единичную площадку на поверхности волнового фронта волны, ориентированную

перпендикулярно направлению распространения волны проходит мощность p_I , излучаемая точечным источником, которая уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния от этой площадки до источника излучения. Действительно, через всю поверхность сферы радиуса r_0 распространяется мощность p_0 , равная мощности излучения источника. Следовательно, мощность p_I , проходящая через единицу поверхности сферы радиуса r_0 может быть определена из закона сохранения энергии :

$$4\pi r_0^2 p_I = p_0 .$$

Откуда следует, что

$$p_I = p_0 / 4\pi r_0^2 .$$

Как будет показано в дальнейшем мощность излучения, проходящая через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно направлению распространения волны представляет собой интенсивность излучения, пропорциональную квадрату амплитуды волны f . Следовательно, амплитуда волны убывает обратно пропорционально расстоянию от точки излучения волны, т.е.:

$$f = f_0 / r ,$$

где f_0 - коэффициент пропорциональности, определяемый мощностью источника волны.

Без потери общности можно считать, что источник помещается в начало координат, т.е. координаты точек источника $x_s = 0, y_s = 0, z_s = 0$. Тогда расстояние r от точки расположения источника до точки наблюдения колебаний волны с координатами x_0, y_0, z_0 , равно:

$$r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} \quad (1.18a)$$

Таким образом, амплитуда сферической волны имеет вид:

$$f_m(\vec{r}) = f_m / r , \quad (1.18b)$$

где f_m - амплитуда колебаний источника волны, а **пространственная составляющая полной фазы сферической волны** определяется выражением:

$$\varphi(\vec{r}) = kr . \quad (1.18c)$$

Амплитуда и фаза сферической волны имеет постоянное значение на любой из сфер с центром в точке расположения источника (в нашем случае в начале координат), поскольку для $r = r_0 = const$ из (1.23a) следует, что

$$r_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$$

-уравнение сферы радиуса r_0 . Это свойство волны и послужило основанием для ее названия.

б) Повторим все рассуждения о соответствующих свойствах сферических волн, но с учетом цилиндрической симметрии амплитуды волн излучаемых источниками, расположенными на прямой.

Цилиндрическая симметрия означает, что амплитуда волны одинакова на любой цилиндрической поверхности, ось которой совпадает с прямой расположения источников. Вследствие этого распределение амплитуд цилиндрической волны одинаково в любой плоскости перпендикулярной линии расположения источников. По этой причине при рассмотрении свойств цилиндрической волны будем рассматривать волну в одном из сечений, перпендикулярных линии расположения источников. Без ограничения общности линию расположения источников можно выбрать вдоль оси OZ декартовой системы координат XYZ , а в качестве плоскости наблюдения волны плоскость XOY . Поскольку источник излучения в плоскости наблюдения XOY точечный, то на любой окружности с центром в начале координат мощность волны равна p_0 мощности излучения источника. Для интенсивности рассматриваемой цилиндрической волны p_I , представляющей собой мощность волны, проходящую через единицу длины окружности радиусом с центром в начале координат, из закона сохранения энергии получается уравнение $2\pi r_0 p_I = p_0$.

Откуда следует, что

$$p_I = p_0 / 2\pi r_0.$$

Поскольку амплитуда волны f пропорциональна корню квадратному из интенсивности волны, отсюда следует сформулированное выше утверждение:

$$f = f_0 / \sqrt{r_0},$$

где f_0 коэффициент пропорциональности, определяемый мощностью источника волны.

Пространственная составляющая полной фазы цилиндрической волны, очевидно, определяется выражением:

$$\varphi(\vec{r}) = kr.$$

Задача 1.2

Плоская гармоническая электромагнитная волна, распространяющаяся вдоль оси OZ в вакууме, имеет в плоскости $z = 0$ следующие компоненты вектора напряжённости электрического поля: $E_x = E_{0x} \cos(\omega t + \varphi_x)$; $E_y = E_{0y} \cos(\omega t + \varphi_y)$. Найти характер поляризации рассматриваемой электромагнитной волны.

Решение.

Введём новые прямоугольные координаты (a', b') для обозначения компонент полей:

$$a = E_{0x} \cos(\omega t + \varphi_x); b = E_{0y} \cos(\omega t + \varphi_y).$$

Выразим из этих соотношений $\cos(\omega t)$, $\sin(\omega t)$:

$$\cos(\omega t) = a \frac{\sin \varphi_y}{E_{0x} \sin \Delta \varphi} - b \frac{\sin \varphi_x}{E_{0y} \sin \Delta \varphi};$$

$$\sin(\alpha) = a \frac{\cos \varphi_y}{E_{0x} \sin \Delta\varphi} - b \frac{\cos \varphi_x}{E_{0y} \sin \Delta\varphi},$$

где $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$.

Возводя в квадрат каждое из равенств и складывая, получим в координатах (a', b') уравнение эллипса:

$$\left(\frac{a}{E_{0x} \sin \Delta\varphi}\right)^2 + \left(\frac{b}{E_{0y} \sin \Delta\varphi}\right)^2 - 2ab \frac{\cos \Delta\varphi}{E_{0x} E_{0y} \sin^2 \Delta\varphi} = 1.$$

Наиболее простой вид это выражение имеет после поворота системы координат (a', b') на угол δ , определяемый из соотношения:

$$\operatorname{tg} 2\delta = \cos(2\Delta\varphi).$$

В повернутой системе координат (a', b') имеем каноническое уравнение эллипса:

$$\left(\frac{a'}{a_0}\right)^2 + \left(\frac{b'}{b_0}\right)^2 = 1,$$

где a_0, b_0 - полуоси эллипса, определяемые выражениями:

$$a_0 = \sqrt{0.5(E_{0x}^2 + E_{0y}^2) + \sqrt{(0.5(E_{0x}^2 - E_{0y}^2))^2 + (E_{0x}E_{0y} \cos \Delta\varphi)^2}}$$

$$b_0 = \sqrt{0.5(E_{0x}^2 + E_{0y}^2) - \sqrt{(0.5(E_{0x}^2 - E_{0y}^2))^2 + (E_{0x}E_{0y} \cos \Delta\varphi)^2}}.$$

Отсюда следует, что поляризация рассматриваемой электромагнитной волны является эллиптической. Эллиптическая поляризация характеризуется т.н. коэффициентом эллиптичности $k_{эл}$, по определению равным отношению полуосей эллипса:

$$k_{эл} = a_0 / b_0 = \frac{1}{2 \sin \Delta\varphi} \left[\frac{E_{0x}}{E_{0y}} + \frac{E_{0y}}{E_{0x}} + \sqrt{\left(\frac{E_{0x}}{E_{0y}} - \frac{E_{0y}}{E_{0x}}\right)^2 + 4 \cos^2 \Delta\varphi} \right].$$

Ориентация осей эллипса определяется углом (по отношению к оси OX, отсчитываемым против часовой стрелки , если смотреть с конца единичного вектора , ориентированного вдоль оси OZ .

Ответ: рассматриваемая в задаче электромагнитная волна имеет эллиптическую поляризацию с определённым выше коэффициентом эллиптичности.

Задача 1.3

Доказать, что групповая скорость $v_{гп}$ электромагнитной волны может быть вычислена по формуле:

$$v_{гп} = \frac{d\omega}{dk}$$

Решение.

Рассмотрим вывод формулы для расчета групповой скорости, исходя из определения скорости движения максимума волнового пакета.

Прежде всего, рассмотрим, как образуется максимум волнового пакета. Для конкретности предположим, что составляющие волновой пакет гармонические волны - плоские, распространяющиеся вдоль оси OX . Тогда выражение для волнового пакета будет иметь вид:

$$f(x,t) = \sum_{\omega} f_{\omega} \cos(\omega t - kx). \quad (1.19)$$

Для образования максимума все составляющие волновой пакет гармонические волны должны сложиться в фазе в точке максимума. Таким образом, максимум связан со стационарным значением фазы, что является прямым следствием принципа наименьшего действия, в оптике известного как принцип Ферма, согласно которому волна распространяется по траектории, длина которой (фаза) имеет наименьшее значение. Следовательно, в максимуме достигается минимум значения фазы волны (1.19), условием которого является следующее равенство:

$$\frac{d}{d\omega}(\omega \delta t - k \delta x) = 0. \quad (1.20)$$

Пусть максимум волнового пакета имеет место при $t=0$ при $x=0$. Тогда при перемещении максимума за время δt на δx его положение можно определить из выражения (1.20) после соответствующего дифференцирования:

$$\frac{d}{d\omega}(\omega \delta t - k \delta x) = \delta t - \delta x \frac{dk}{d\omega} = 0.$$

Отсюда находим предел отношения $\frac{\delta x}{\delta t}$ при $\delta t \rightarrow 0$, являющийся искомым значением групповой скорости волнового пакета:

$$v_{гп} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta x}{\delta t} = \frac{d\omega}{dk}.$$

Рассчитаем групповую скорость плоской гармонической волны, исходя из (1.17a):

$$v_{гп} = \frac{d(v_{фаз} k)}{dk} = v_{фаз}. \quad (1.21)$$

Таким образом, в однородной среде плоская гармоническая волна имеет одинаковые фазовую и групповую скорости, равные скорости света в среде, где эта волна распространяется. Легко показать, что сказанное выше справедливо также для сферических и для цилиндрических волн.

1) См. том 3 настоящего пособия

2) Необходимо отметить, что плоские волны в общем случае могут быть негармоническими.

3) В этом можно убедиться непосредственной подстановки (1.9a) в (1.8a) и дифференцирования по x и t .

4) Очень часто показателем преломления среды называют относительный показатель преломления, равный отношению абсолютного показателя среды к абсолютному показателю преломления сухого воздуха, который с большой степенью можно считать равным единице.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[.]Sote

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}; \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (1.1b) \\ \operatorname{div} \vec{D} &= \rho, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \\ \vec{j} &= \sigma(\vec{E} + \vec{E}^{cm}). \end{aligned}$$

[подробнее](#)

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}; \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \quad (1.1a)$$

[подробнее](#)

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) \cos(\omega t - \varphi(r) - \varphi_0) \quad (1.2)$$

[подробнее](#)

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx - \varphi_0) \quad (1.3a)$$

[подробнее](#)

$$0 = \mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial z} \quad (1.4a)$$

[подробнее](#)

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial z} \quad (1.4b)$$

[подробнее](#)

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (1.4g)$$

[подробнее](#)

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial z} \quad (1.4c)$$

[подробнее](#)

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (1.4f)$$

[подробнее](#)

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial z} \quad (1.5a)$$

[подробнее](#)

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (1.6a)$$

[подробнее](#)

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (1.6b)$$

[подробнее](#)

$$\varepsilon_0 \mu_0 = 1/c^2 \quad (1.7)$$

[подробнее](#)

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon\mu/c^2 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (1.8a)$$

[подробнее](#)

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \varphi_E) \quad (1.9a)$$

[подробнее](#)

$$kE_m \sin(\omega t - kx + \alpha_E) = \omega\mu\mu_0 H_m \sin(\omega t - kx + \alpha_H) \quad (1.10a)$$

[подробнее](#)

$$E_{\text{ж}} = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} H_{\text{ж}} \quad (1.11b)$$

[подробнее](#)

$$\alpha_{\text{F}} = \alpha_{\text{H}} \quad (1.11a)$$

[подробнее](#)

$$\zeta = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} \quad (1.12)$$

[подробнее](#)

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = (1/v_{\phi_{23}})^2 \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \quad (1.13a)$$

[подробнее](#)

$$s(x, t) = x \pm v_{\text{фаз}} t \quad (1.13c)$$

[подробнее](#)

$$v_{\text{фаз}} = c / \sqrt{\epsilon\mu} \quad (1.13b)$$

[подробнее](#)

$$n = \sqrt{\epsilon\mu} \quad (1.14)$$

[подробнее](#)

$$v_{гp} = \frac{d\varphi}{dk} \quad (1.17a)$$

[подробнее](#)

$$v_{\text{фаз}} = \omega / k \quad (1.17b)$$

[подробнее](#)

$$w = \frac{1}{2} \left[\varepsilon \varepsilon_0 (\vec{E})^2 + \mu \mu_0 (\vec{H})^2 \right] \quad (1.23a)$$

[подробнее](#)

$$f(x, t) = \sum_{\omega} f_{\omega} \cos(\omega t - kx) \quad (1.19)$$

[подробнее](#)

$$\frac{d}{d\omega}(\omega\delta t - k\delta x) = 0 \quad (1.20)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 1. Электромагнитные волны**1.2 Энергия и импульс электромагнитного поля****Плотность энергии электромагнитного поля.**

Электромагнитные волны переносят энергию из одной точки пространства в другую за конечное время из-за конечности скорости распространения электромагнитной волны, равной, как мы убедились выше, скорости света в той среде, где она распространяется.

Энергия W электромагнитной волны внутри некоторого объёма V определяется плотностью энергии w электромагнитного поля волны в соответствии с выражением¹:

$$W = \int_V w dV. \quad (1.22)$$

Оказывается плотность энергии электромагнитной волны находится в связи с плотностью потока энергии, импульса, связанных с феноменом давления электромагнитных волн.

Рассмотрим определение плотности энергии электромагнитной волны.

Пусть среда, в которой распространяется электромагнитная волна, не является ферромагнетиком или сегнетоэлектриком, неподвижна и не обладает проводимостью ($\sigma = 0$). В этом случае можно считать равными нулю токи проводимости, поскольку в соответствии с законом Ома эти токи пропорциональны проводимости: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$. Вследствие этого нет расхода части энергии электромагнитной волны на увеличение внутренней энергии среды распространения волны из-за выделения Джоулева тепла.

В частном случае однородных сред распространения в соответствии с материальными уравнениями (1.1a) $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}$ и $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$ объёмная плотность энергии электромагнитной волны может быть рассчитана по формуле²

$$w = \frac{1}{2} \left[\epsilon\epsilon_0 (\vec{E})^2 + \mu\mu_0 (\vec{H})^2 \right]. \quad (1.23a)$$

Или в другом виде

$$w = \frac{1}{2} \left[(\vec{E}, \vec{D}) + (\vec{H}, \vec{B}) \right]. \quad (1.23b)$$

Исходя из этих выражений, получим для объёмной плотности энергии плоской гармонической волны:

$$w = w_E + w_H, \quad (1.24a)$$

где: 1) w_E - *объёмная плотность энергии электрического поля*, равная

$$w_E = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 (\vec{E}, \vec{E}) = \frac{1}{2} (\vec{E}, \vec{D}) = \frac{1}{2\varepsilon \varepsilon_0} (\vec{D}, \vec{D}); \quad (1.24b)$$

2) w_H - *объёмная плотность энергии магнитного поля*, равная

$$w_H = \frac{1}{2} \mu \mu_0 (\vec{H}, \vec{H}) = \frac{1}{2} (\vec{H}, \vec{B}) = \frac{1}{2\mu \mu_0} (\vec{B}, \vec{B}). \quad (1.24c)$$

Используя соотношения между амплитудами и фазами векторов напряжённости электрического и магнитного полей плоской гармонической электромагнитной волны, получаем, что

$$w_E = w_H \quad (1.25a)$$

В этом случае

$$w = 2w_E = 2w_H = \varepsilon \varepsilon_0 E^2 = \mu \mu_0 H^2 = DB = \mu \varepsilon \mu_0 \varepsilon_0 EH \quad (1.25b)$$

Отсюда следует вывод, что *энергия электромагнитной волны* делится поровну между её электрической и магнитной составляющими.

Поскольку $v_p = 1/\sqrt{\mu \varepsilon \mu_0 \varepsilon_0}$ скорость распространения электромагнитной волны, из (1.25b) следует, что произведение плотности её энергии на скорость

$$w v_p = EH = S \quad (1.26a)$$

определяет физическую величину, называемую *плотностью потока энергии* S , переносимой плоской электромагнитной волной.

Действительно, по определению плотности потока энергии S за единицу времени перпендикулярно единичной площадке проходит энергия, сосредоточенная в объёме параллелепипеда с основанием единичной площади и высотой v , равная $v \times w \times 1 \text{ м}^2$ в полном соответствии с (1.26a).

С другой стороны, если известна плотность потока энергии S электромагнитной волны, то из (1.26a) можно найти *плотность энергии*

$$w = \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0} EH = \frac{1}{v_p} EH = \frac{S}{v_p}. \quad (1.26b)$$

Плотность потока энергии на самом деле \vec{S} электромагнитной волны, является векторной величиной, величина которой определяется (1.30a), а направление - направлением распространения волны. В этом можно убедиться из следующего более подробного изучения свойств физической величины, представляющей собой плотность потока энергии, и вывода её векторного выражения.

Вектор плотности потока электромагнитной энергии. Теорема Умова-Пойнтинга.

Для этой цели вначале рассмотрим *закон сохранения энергии при распространении электромагнитных волн*. Преобразуем систему уравнений Максвелла (1.1b) для чего первое уравнение умножим на \vec{E} , а второе на \vec{H} и после этого вычтем из первого преобразованного уравнения второе. В результате получим:

$$\left(\vec{E}, \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) + \left(\vec{H}, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = \left(\vec{E}, \text{rot} \vec{H}\right) - \left(\vec{H}, \text{rot} \vec{E}\right)$$

Заметим, что

$$\left(\vec{E}, \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) + \left(\vec{H}, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\epsilon \epsilon_0}{2} (\vec{E}, \vec{E}) + \frac{\mu \mu_0}{2} (\vec{H}, \vec{H}) \right] = \frac{\partial w}{\partial t}$$

в соответствии с (1.25) определяет скорость изменения плотности энергии электромагнитной волны w .

Если использовать векторное тождество

$$\text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) = (\vec{H}, \text{rot} \vec{E}) - (\vec{E}, \text{rot} \vec{H}), \quad (1.27)$$

и ввести вектор

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}, \quad (1.28)$$

называемый вектором Пойнтинга, получаем уравнение, представляющее собой не что иное как *баланс энергии, переносимой электромагнитной волной*

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \text{div} \vec{S} = 0 \quad (1.29a)$$

Рассмотрим физический смысл вектора Пойнтинга, исходя из аналогии (1.29a) уравнению непрерывности тока

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0, \quad (1.29b)$$

в котором ρ - плотность электрического заряда, а \vec{j} - плотность тока.

Формальная аналогия уравнений (1.29a) и (2.29b) приводит к представлению, что энергия течет подобно жидкости, электрическому току, причем вектор Пойнтинга играет роль вектора плотности потока энергии. Иными словами, модуль вектора \vec{S} равен энергии, переносимой электромагнитным полем за единицу времени через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно направлению распространения поля, указываемому направлением вектора \vec{S} .

Чтобы в этом убедиться, рассмотрим интегральную форму (1.29a). После интегрирования этого соотношения по объёму и применения теоремы Остроградского-Гаусса получается *теорема Умова - Пойнтинга*:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V w dV \right) = - \oint_F S_N dF, \quad (1.29c)$$

где V - произвольный объём среды распространения электромагнитных волн, ограниченный некоторой поверхностью F ; \vec{N} - внешняя нормаль к поверхности F (рис.1.12); w - плотность энергии электромагнитного поля; S_N - проекция вектора Пойнтинга на направление нормали к поверхности F .

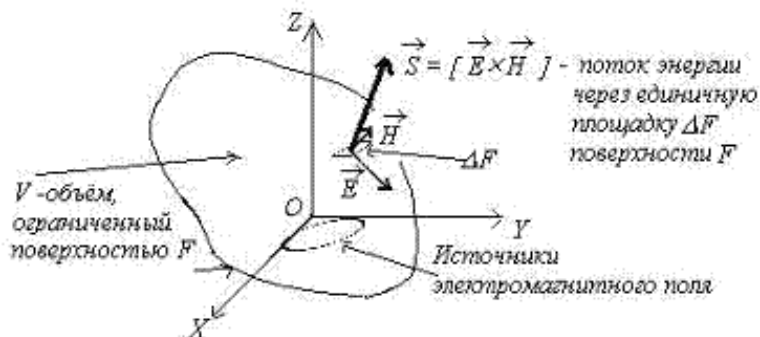


Рис. 1.12.

Соотношение (1.29c) является одной из форм закона сохранения энергии, связанной с переносом излучения и называется теоремой Умова-Пойнтинга. Правая часть этого выражения представляет собой скорость изменения энергии в объёме распространения электромагнитного поля, а левая часть этого выражения оценивает поток энергии через поверхность, ограничивающую рассматриваемый объём. Иными словами, изменение энергии внутри объёма V происходит за счет притока/оттока электромагнитной энергии через поверхность F , ограничивающей объём.

Выведенная теорема остаётся справедливой и при учете свойств теплопроводности, а также упругости среды, но к плотности потока электромагнитной энергии следует добавить дополнительные слагаемые, ответственные за плотность потока тепловой и упругой энергии.

Общее представление о потоке энергии в пространстве было введено в физику **Н. А. Умовым** в 1874г.. **Пойнтинг** получил формулу для расчета потока электромагнитной энергии на одиннадцать лет позднее Н. А. Умова, не рассматривавшего расчёты потока энергии электромагнитного поля.

Из соотношения (1.29a) следует, что уравнение энергетического баланса, используемое для определения вектора Пойнтинга по формуле (1.28), будет выполнено, если к вектору Пойнтинга прибавить ротор произвольного вектора \vec{A} ($rot \vec{A}$). Отсюда следует неоднозначность определения вектора Пойнтинга из уравнения (1.29). Однако, в круге рассматриваемых физических задач в настоящем учебном пособии это обстоятельство не приводит к каким-либо недоразумениям.

Среднее значение плотности энергии и плотности потока энергии плоской гармонической электромагнитной волны.

Обратим внимание также на то, что плотность энергии представляет собой функцию, зависящую как от времени, так и от точек пространства и называемую **мгновенным значением плотности энергии** $w(t, x)$:

$$w(t, x) = \varepsilon \varepsilon_0 E_{\text{ж}}^2 \cos^2(\omega t - kx) = \mu \mu_0 H_{\text{ж}}^2 \cos^2(\omega t - kx) = \frac{n}{c} E_{\text{ж}} H_{\text{ж}} \cos^2(\omega t - kx). \quad (1.30a)$$

Помимо мгновенного значения можно определить также и *максимальное значение плотности энергии* $w_{\text{ж}}$:

$$w_{\text{ж}} = \varepsilon \varepsilon_0 E_{\text{ж}}^2 = \mu \mu_0 H_{\text{ж}}^2 = \frac{n}{c} E_{\text{ж}} H_{\text{ж}} \quad (1.30b)$$

Из соотношения (1.30a) следует, что мгновенная плотность энергии плоской электромагнитной волны представляет собой пульсирующую во времени и в пространстве величину около среднего значения.

По этой причине рассмотрим определение среднего значения плотности энергии плоской электромагнитной волны.

Среднее значение плотности энергии электромагнитной волны \bar{w} может быть найдено в соответствии со следующей формулой:

$$\bar{w} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_0^T w dt \right), \quad (1.31a)$$

где T - время измерения w .

В результате расчета по формуле (1.31a) среднего значения плотности энергии электромагнитной волны в общем случае произвольного электромагнитного поля среднее значение может оказаться функцией координат. Обычно это проявляется при взаимодействии электромагнитных волн со средой их распространения, неоднородностями, границами разделов сред с различными параметрами и пр., например, в результате их интерференции, дифракции, отражения и других явлений которые будут изучаться далее в этом пособии в главах 3-7.

Перейдём к расчету среднего значения плотности энергии \bar{w} плоской гармонической электромагнитной волны с частотой ω и амплитудой $E_{\text{ж}}$ по формуле (1.31a). Подставляя формулы (1.9), (1.25b) в (1.31a), получаем:

$$\bar{w} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} E_{\text{ж}}^2 \varepsilon_0 \frac{T}{T} + \frac{\varepsilon_0 E_{\text{ж}}^2}{4\omega T} \sin(2\omega T - 2kx) \right) = \frac{1}{2} E_{\text{ж}}^2 \varepsilon_0 \quad (1.32)$$

Из этой формулы следует, что на практике для нахождения \bar{w} достаточно взять время измерения T порядка нескольких периодов колебаний волны, чтобы обеспечить заданную величину малости второго слагаемого в выражении (1.32) по сравнению с первым:

$$\left| \frac{\sin(2\omega T - 2kx)}{2\omega T} \right| \ll 1 \quad (1.33)$$

Из проведенных расчетов следует, что:

1. средняя плотность энергии электромагнитной гармонической волны равна половине её

максимального значения;

2. средняя плотность энергии плоской электромагнитной гармонической волны имеет постоянное значение в любой точке пространства и не зависит от времени;

Оба свойства являются очевидными следствиями того, что рассматривается плоская гармоническая волна с частотой ω , амплитуда которой постоянна в любой точке пространства и в любой момент времени, а мгновенная плотность энергии пульсирует с удвоенной частотой 2ω , от нулевого значения до максимального $2\bar{w}$ относительно среднего значения \bar{w} .

Давление и импульс электромагнитных волн.

Гипотеза о световом давлении на отражающие и поглощающие тела впервые была высказана *И. Кеплером* (1619г.) для объяснения отклонения хвостов комет, пролетающих вблизи Солнца. Впоследствии Дж. К. Максвелл (1873г.) предсказал величину светового давления, которая оказывается очень малой даже для света, испускаемого такими мощными источниками света как Солнце или электрическая дуга. При проведении измерения в земных условиях действие светового давления оказывается в тысячу раз меньше действия побочных факторов, основными из которых является конвекционные токи и радиометрические эффекты.

Впервые экспериментальное исследование давления света на твердые тела впервые было проведено *П. И. Лебедевым* в 1899г. Им же в 1910г было измерено давление на газы.

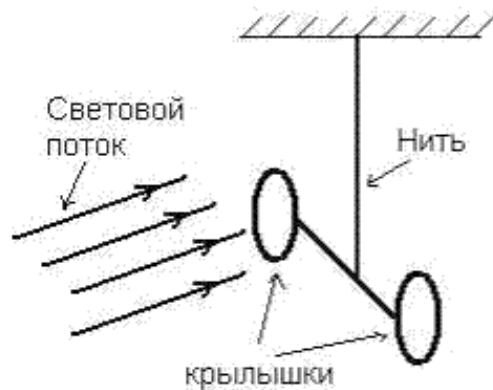


Рис. 1.13.

Основную часть *прибора П. И. Лебедева для измерения давления света* составляли лёгкие крылышки диаметром 5мм, подвешиваемые на упругой нити (рис.1.13) внутри вакуумированного сосуда. Крылышки изготавливались из различных металлов, слюды и их можно было заменять при проведении экспериментов. На крылышки с помощью системы линз, на показанной на рисунке, направлялся свет от сильной электрической дуги. В результате воздействия света на крылышки нить закручивалась и крылышки отклонялись. Опыты П. И. Лебедева полностью согласовывались с электромагнитной теорией Максвелла.

Явление давления света состоит в том, что при поглощении электромагнитной волны в некотором теле ему передаётся импульс со стороны волны. Для оценки величины давления электромагнитных волн, таким образом, необходимо оценить импульс (количество движения), переносимый волной.

Рассмотрим следующий пример. Пусть плоская электромагнитная волна падает перпендикулярно на

плоскую поверхность некоторого слабо проводящего тела со значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей, равными единице, т.е. $\epsilon = 1; \mu = 1$.

В соответствии с уравнениями Максвелла (1.1b) в облучаемом теле возбудится ток, плотность которого может быть вычислена по формуле:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}.$$

Магнитное поле волны будет действовать на ток с силой, величину которой в расчете на единицу объема тела можно найти по формуле Лорентца:

$$\vec{F}_{\text{лор}} = \vec{j} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \times \vec{H}. \quad (1.34)$$

Ввиду взаимной ортогональности векторов напряженности электрического и магнитного полей волны упрощается расчет величины искомой силы:

$$F_{\text{лор}} = \mu_0 j H$$

Поверхностному слою тела, объем которого dV , сообщается в единицу времени импульс dK в соответствии со вторым законом Ньютона, равный:

$$dK = F_{\text{лор}} dV = \mu_0 j H dV. \quad (1.35)$$

В том же слое в единицу времени поглотится (выделится в виде тепла) энергия электромагнитной волны, равная:

$$dW = j E dV. \quad (1.36)$$

Из выражений (1.35) и (1.36) с учетом соотношения между амплитудами электрического и магнитного полей плоской гармонической волны (1.11b) следует, что:

$$\frac{dK}{dW} = \mu_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 1/c,$$

где c - скорость света в вакууме.

Отсюда следует, что плоская электромагнитная волна с плотностью энергии w имеет импульс $K_{\text{лор}}$ в единице объема, переносимый плоской электромагнитной волной за единицу времени, определяемый по формуле:

$$K_{\text{лор}} = w/c. \quad (1.37)$$

В курсе механики³ уже встречалось похожее соотношение между импульсом и энергией релятивистских частиц с нулевой массой покоя. Подобное совпадение не удивительно, ибо согласно современным представлениям электромагнитная волна представляет собой поток обладающих нулевой массой фотонов, движущихся со скоростью света.

Из выражения (1.26b) следует, что поток энергии и импульс в единице объема электромагнитной

волны связаны между собой:

$$\vec{K}_{\text{об}} = \vec{S} / c^2. \quad (1.38)$$

Итак, для оценки давления электромагнитной волны надо подсчитать импульс, передаваемый телу за единицу времени со стороны волны, падающей на единичную площадку поверхности тела. Такая сила, как известно, и есть давление электромагнитной волны.

Если K импульс электромагнитной волны в единице объёма, то в единицу времени единичной площадке на поверхности полностью поглощающего тела в соответствии с (1.37) будет передан импульс, содержащейся в объёме параллелепипеда, имеющего единичную площадь основания и высоту c :

$$K = c w$$

Расчет конкретного значения давления электромагнитной волны зависит от состояния поверхности тела, которое она облучает. Так, для полностью отражающего тела (зеркальной поверхности) импульс $\Delta K_{\text{зерх}}$, передаваемый телу, определяется изменением импульса \vec{K}_1 электромагнитной волны до отражения и после отражения $\vec{K}_2 = -\vec{K}_1$:

$$\Delta K_{\text{зерх}} = 2K_1 = 2cw.$$

Из этих выражений следует, что давление на поверхность полностью поглощающего волну тела в два раза меньше давления на зеркально отражающую поверхность того же тела.

Таким образом, в зависимости от состояния отражающей поверхности (зеркальной, поглощающей или занимающей среднее положение между указанными крайними случаями) **давление электромагнитной волны** p может быть оценено с помощью следующего соотношения:

$$w < p < 2w. \quad (1.39)$$

При рассмотрении давления плоской гармонической волны необходимо осознавать, что давление $p(t)$ представляет собой величину, зависящую от времени и для волн с большой частотой, например, световых с частотой $\approx 10^{15}$ колебаний в секунду, частота пульсаций давления оказывается того же порядка $\approx 2 \cdot 10^{15}$. По этой причине для характеристики давления вводят понятие среднего давления \bar{p} , по аналогии определяемого по формуле (1.31a), в которую вместо $\chi(t)$ надо подставить $p(t)$.

Рассчитаем **среднее давление плоской гармонической волны** с амплитудой E_m , падающей на зеркально отражающую поверхность тела. Тогда, с помощью (1.9), (1.25b) получаем:

$$\bar{p}_{\text{зерх}} = E_m^2 \varepsilon_0 = 2\bar{w}, \quad (2.40a)$$

где \bar{w} - среднее значение плотности энергии электромагнитной волны.

Аналогично может быть получена оценка давления излучения на поглощающее тело:

$$\bar{p}_{\text{погл}} = 0.5 E_m^2 \varepsilon_0 = \bar{w} \quad (2.40b)$$

Проведенный расчет среднего давления позволяет переписать соотношение (2.39) для оценки среднего давления при облучении электромагнитной волной тела:

$$0.5\varepsilon_0 E_{\text{ж}}^2 < \bar{p} < \varepsilon_0 E_{\text{ж}}^2. \quad (2.41)$$

Расчет давления электромагнитных волн по этим формулам приводит к очень малой его величине даже для очень мощных источников электромагнитных волн. Как показывают расчеты, подтвержденные в эксперименте, для светового источника мощностью в миллион свечей давление составляет на расстоянии 1 м от источника всего лишь - 10^{-7} Па.

Необходимо отметить, что давление света не всегда имеет достаточно малое значение. Так, *давление сфокусированного лазерного излучения* на поверхность тонкой металлической пластинки может привести к её пробою, т.е. к появлению отверстия в пластинке. *Давление внутри горячих звёзд* играет существенную роль при их взрывах. Если температура внутри звезды достигает величины 10^{12} К, то световое давление сравнивается по величине с давлением плазмы, из которой состоит звезда.

Световое давление играет большую роль в астрофизических процессах. Световое давление наряду с давлением газов обеспечивает стабильность звёзд, противодействуя силам гравитационного сжатия. В атомной физике к эффекту светового давления близки процессы передачи части импульса от высокоэнергетического фотона электронам атомов вещества, на которых происходит их рассеяние (*эффект Комптона*).

- 1) См. том 3 настоящего учебного пособия
- 2) См. том 3 настоящего учебного пособия
- 3) См.1 том настоящего пособия.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

$$w = 2w_E = 2w_H = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = DB = \mu\varepsilon\mu_0\varepsilon_0 EH \quad (1.25b)$$

[подробнее](#)

$$\omega \nu_p = EH = S \quad (1.26a)$$

[подробнее](#)

$$w(t, x) = \varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 \cos^2(\omega t - kx) = \mu\mu_0 H_m^2 \cos^2(\omega t - kx) = \frac{n}{c} E_m H_m \cos^2(\omega t - kx) \quad (1.30a)$$

[подробнее](#)

$$\mathcal{W}_E = \mathcal{W}_H \quad (1.25a)$$

[подробнее](#)

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{S} = 0 \quad (1.29a)$$

[подробнее](#)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V w dV \right) = - \oint_S S_N dF, \quad (1.29c)$$

[подробнее](#)

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}, \quad (1.28)$$

[подробнее](#)

$$\bar{w} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_0^T w dt \right) \quad (1.31a)$$

[подробнее](#)

$$\bar{w} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} E_m^2 \varepsilon_0 \frac{T}{T} + \frac{\varepsilon_0 E_m^2}{4\omega T} \sin(2\omega T - 2kx) \right) = \frac{1}{2} E_m^2 \varepsilon_0 \quad (1.32)$$

[подробнее](#)

$$dK = F_{\text{эл}} dV = \mu_0 j H dV \quad (1.35)$$

[подробнее](#)

$$dW = jEdV \quad (1.36)$$

[подробнее](#)

$$w = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} EH = \frac{1}{v_{\text{ф}}} EH = \frac{S}{v_{\text{ф}}} \quad (1.26b)$$

[подробнее](#)

$$K_{e0} = \omega / c \quad (1.37)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 1. Электромагнитные волны

1.3 Шкала электромагнитных волн

Спектр электромагнитных волн.

Электромагнитные волны классифицируются по длине волны λ или связанной с ней частотой волны f . Отметим также, что эти параметры характеризуют не только волновые, но и квантовые свойства электромагнитного поля. Соответственно в первом случае электромагнитная волна описывается классическими законами, изучаемыми в данном томе, а во втором - квантовыми законами, изучаемыми в томе 5 настоящего пособия.

Рассмотрим понятие спектра электромагнитных волн. *Спектром электромагнитных волн* называется полоса частот электромагнитных волн, существующих в природе.

Спектр электромагнитного излучения в порядке увеличения частоты составляют:

- 1) Радиоволны;
- 2) Инфракрасное излучение;
- 3) Световое излучение;
- 4) Рентгеновское излучение;
- 5) Гамма излучение.

Различные участки электромагнитного спектра отличаются по способу излучения и приёма волн, принадлежащих тому или иному участку спектра. По этой причине, между различными участками электромагнитного спектра нет резких границ.

Радиоволны изучает классическая электродинамика. Инфракрасное световое и ультрафиолетовое излучение изучает как классическая оптика, так и квантовая физика. Рентгеновское и гамма излучение изучается в квантовой и ядерной физике.

Рассмотрим спектр электромагнитных волн более подробно.

Радиоволны.

Радиоволны представляют собой электромагнитные волны, длины которых превосходят 0.1мм (частота меньше $3 \cdot 10^{12}$ Гц = 3000 ГГц).

Радиоволны делятся на:

1. Сверхдлинные волны с длиной волны больше 10км(частота меньше $3 \cdot 10^4$ Гц=30кГц);

2. Длинные волны в интервале длин от 10 км до 1 км (частота в диапазоне $3 \cdot 10^4$ гц - $3 \cdot 10^5$ гц = 300 кГц);
3. Средние волны в интервале длин от 1 км до 100 м (частота в диапазоне $3 \cdot 10^5$ гц - $3 \cdot 10^6$ гц = 3 мГц);
4. Короткие волны в интервале длин волн от 100 м до 10 м (частота в диапазоне $3 \cdot 10^6$ гц - $3 \cdot 10^7$ гц = 30 мГц);
5. Ультракороткие волны с длиной волны меньше 10 м (частота больше $3 \cdot 10^7$ гц = 30 МГц).

Ультракороткие волны в свою очередь делятся на :

- а) метровые волны;
- б) сантиметровые волны;
- в) миллиметровые волны;
- г) субмиллиметровые или микрометровые.

Волны с длиной волны меньше, чем 1 м (частота меньше чем 300 мГц) называются микроволнами или волнами сверхвысоких частот (СВЧ - волны).

Из-за больших значений длин волн радиодиапазона по сравнению с размерами атомов распространение радиоволн можно рассматривать без учета атомистического строения среды, т.е. феноменологически, как принято при построении теории Максвелла. Квантовые свойства радиоволн проявляются лишь для самых коротких волн, примыкающих к инфракрасному участку спектра и при распространении т.н. сверхкоротких импульсов с длительностью порядка 10^{-12} сек - 10^{-15} сек, сравнимой со временем колебаний электронов внутри атомов и молекул.

Инфракрасное и световое излучения.

Инфракрасное, световое, включая ультрафиолетовое, излучения составляют *оптическую область спектра электромагнитных волн* в широком смысле этого слова. Близость участков спектра перечисленных волн обусловило сходство методов и приборов, применяющихся для их исследования и практического применения. Исторически для этих целей применяли линзы, дифракционные решетки, призмы, диафрагмы, оптически активные вещества, входящие в состав различных оптических приборов (интерферометров, поляризаторов, модуляторов и пр.).

С другой стороны излучение оптической области спектра имеет общие закономерности прохождения различных сред, которые могут быть получены с помощью геометрической оптики, широко используемой для расчетов и построения, как оптических приборов, так и каналов распространения оптических сигналов.

Оптический спектр занимает диапазон длин электромагнитных волн в интервале от $2 \cdot 10^{-6}$ м = 2 мкм до 10^{-8} м = 10 нм (по частоте от $1.5 \cdot 10^{14}$ гц до $3 \cdot 10^{16}$ гц). *Верхняя граница оптического диапазона* определяется длинноволновой границей инфракрасного диапазона, а *нижняя коротковолновой границей ультрафиолета* (рис.2.14).

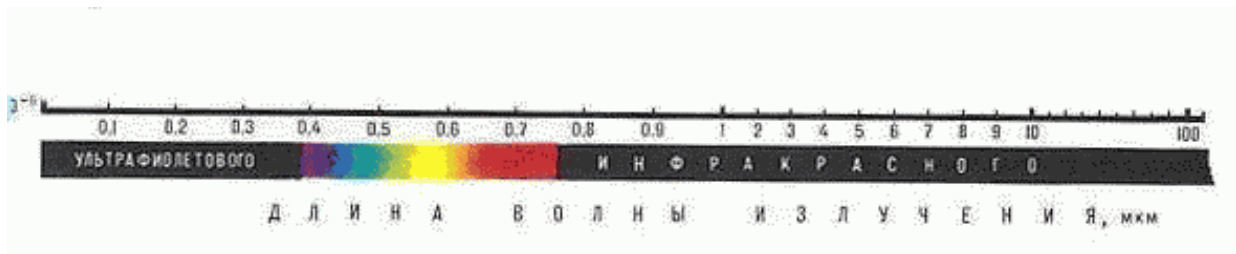


Рис. 1.14.

Ширина оптического диапазона по частоте составляет примерно 18 октав¹, из которых на оптический диапазон приходится примерно одна октава ($\lambda = 400 - 760 \text{ нм}$); на ультрафиолет - 5 октав ($\lambda = 10 - 400 \text{ нм}$), на инфракрасное излучение - 11 октав

$$(\lambda = 760 \text{ нм} - 2 \text{ мм}).$$

В оптической части спектра становятся существенными явления, обусловленные атомистическим строением вещества. По этой причине наряду с волновыми свойствами оптического излучения проявляются квантовые свойства.

Рентгеновское и гамма излучение.

В области рентгеновского и гамма излучения на первый план выступают квантовые свойства излучения.

Рентгеновское излучение возникает при торможении быстрых заряженных частиц (электронов, протонов и пр.), а также в результате процессов, происходящих внутри электронных оболочек атомов.

Гамма излучение является следствием явлений, происходящих внутри атомных ядер, а также в результате ядерных реакций. Граница между рентгеновским и гамма излучением определяются условно по величине кванта энергии $E = h\nu$ ², соответствующего данной частоте ν излучения.

Рентгеновское излучение составляют электромагнитные волны с длиной от 50 нм до 10^{-3} нм, что соответствует энергии квантов от 20 эВ до 1 МэВ.

Гамма излучение составляют электромагнитные волны с длиной волны меньше 10^{-2} нм, что соответствует энергии квантов больше 0.1 МэВ.

Электромагнитная природа света.

Свет представляет собой видимый участок спектра электромагнитных волн, длины волн которых занимают интервал от 0.4 мкм до 0.76 мкм. Каждой спектральной составляющей оптического излучения может быть поставлен в соответствие определённый цвет. *Окраска спектральных составляющих оптического излучения* определяется их длиной волны. Цвет излучения изменяется по мере уменьшения его длины волны следующим образом: красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий, фиолетовый.

Красный свет, соответствующий наибольшей длине волны, определяет красную границу спектра. Фиолетовый свет - соответствует фиолетовой границе.

Естественный свет не окрашен и представляет суперпозицию электромагнитных волн из всего видимого спектра. Естественный свет появляется в результате испускания электромагнитных волн возбужденными атомами. Характер возбуждения может быть различным: тепловой, химический,

электромагнитный и др. В результате возбуждения атомы излучают хаотическим образом электромагнитные волны примерно в течении 10^{-8} сек. Поскольку энергетический спектр возбуждения атомов достаточно широкий, то излучаются электромагнитные волны из всего видимого спектра, начальная фаза, направление и поляризация которых имеет случайный характер. По этой причине естественный свет не поляризован. Это означает, что "плотность" спектральных составляющих электромагнитные волны естественного света, имеющих взаимно перпендикулярные поляризации одинаково.

Гармонические электромагнитные волны светового диапазона называются *монохроматическими*. Для световой монохроматической волны одной из главных характеристик является интенсивность. *Интенсивность световой волны* J представляет собой среднее значение величины плотности потока энергии (1.25) переносимого волной:

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_0^T |\vec{S}| dt \right) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_0^T |\vec{E} \times \vec{H}| dt \right), \quad (1.42)$$

где $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ - вектор Пойнтинга.

Расчет интенсивности световой, плоской, монохроматической волны с амплитудой электрического поля E_m в однородной среде с диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями по формуле (1.35) с учетом (1.30) и (1.32) дает :

$$J = 0.5nE_m^2 / \zeta_0 = 0.5\zeta_0 n H_m^2, \quad (1.43)$$

где $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ - коэффициент преломления среды; $\zeta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \Omega$ - волновое сопротивление вакуума.

Традиционно оптические явления рассматриваются с помощью лучей. Описание оптических явлений с помощью лучей называется *геометрооптическим*. Правила нахождения траекторий лучей, разработанные в геометрической оптике, широко используются на практике для анализа оптических явлений и при построении различных оптических приборов.

Дадим определение луча, исходя из электромагнитного представления световых волн. Прежде всего, лучи - это линии, вдоль которых распространяются электромагнитные волны. По этой причине *луч* - это линия, в каждой точке которой усредненный вектор Пойнтинга \vec{S} электромагнитной волны направлен по касательной к этой линии.

В однородных изотропных средах направление среднего вектора Пойнтинга \vec{S} совпадает с нормалью к волновой поверхности (эквифазной поверхности), т.е. вдоль волнового вектора \vec{k} .

Таким образом, в однородных изотропных средах лучи перпендикулярны соответствующему волновому фронту электромагнитной волны.

Для примера рассмотрим лучи, испускаемые точечным монохроматическим источником света. С точки зрения геометрической оптики из точки источника исходит множество лучей в радиальном направлении. С позиции электромагнитной сущности света из точки источника распространяется

сферическая электромагнитная волна. На достаточно большом расстоянии от источника кривизной волнового фронта можно пренебречь, считая локально сферическую волну плоской. Разбивая поверхность волнового фронта на большое количество локально плоских участков, можно через центр каждого участка провести нормаль, вдоль которого распространяется плоская волна, т.е. в геометрооптической интерпретации луч. Таким образом, оба подхода дают одинаковое описание рассмотренного примера.

Основная задача геометрической оптики состоит в нахождении направления луча (траектории). Уравнение траектории находится после решения вариационной задачи нахождения минимума т.н. действия на искомым траекториях. Не вдаваясь в подробности строгой формулировки и решения указанной задачи, можно полагать, что лучи представляют собой траектории с наименьшей суммарной оптической длиной. Данное утверждение является следствием принципа Ферма.

Вариационный подход определения траектории лучей может быть применен и к неоднородным средам, т.е. таким средам, у которых показатель преломления $n(x, y, z)$ является функция координат точек среды. Если описать функцией $\Psi(x, y, z)$ форму поверхности волнового фронта в неоднородной среде, то её можно найти исходя из решения уравнения в частных производных, известного как *уравнение эйконала*, а в аналитической механике как уравнение *Гамильтона - Якоби*:

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z}\right)^2 = n^2(x, y, z).$$

Таким образом, математическую основу геометрооптического приближения электромагнитной теории составляют различные методы определения полей электромагнитных волн на лучах, исходя из уравнения эйконала или каким - либо другим способом. Геометрооптическое приближение широко используется на практике в радиоэлектронике для расчета т.н. квазиоптических систем.

В заключение заметим, что возможность описать свет одновременно и с волновых позиций путем решения уравнений Максвелла и с помощью лучей, направление которых определяется из уравнений Гамильтона - Якоби, описывающих движение частиц, является одним из проявлений дуализма света, приведшего, как известно, к формулировке основных принципов квантовой механики.

1) Октавой по определению называется диапазон частот между произвольной частотой ω и её второй гармоникой, равной 2ω .

2) $h=6.6310^{-34}$ Джсек - постоянная Планка.

ГЛАВА 2. Излучение электромагнитных волн

В этой главе изучается излучение электромагнитных волн на примере задачи определения электромагнитного поля, возникающего при неравномерном движении электрического заряда. Задача решается исходя из представления о том, что электромагнитные поля, возникающие при движении заряда должны иметь волновой характер. Наиболее просто в этом случае можно найти магнитное поле электромагнитной волны на расстоянии от движущегося заряда, во много раз превышающем размеры заряда. Показано, что в этом случае электромагнитная волна является сферической и, вследствие этого на большом расстоянии от заряда её фронт волны может с большой степенью точности считаться плоским. Это позволяет определить электрическое поле электромагнитной волны, излучаемой движущимся зарядом, на основании взаимосвязи векторов электромагнитной волны, следующей из уравнений Максвелла и рассмотренной в предыдущей главе. Анализируются основные свойства электромагнитной волны: отсутствие излучения в направлении движения, поляризация электромагнитной волны, определяемая направлением движения заряда, закон обратно пропорционального пройденному волной от источника расстоянию убывания амплитуды векторов электромагнитного поля, возможность излучения электромагнитных волн только при неравномерном движении заряда. Исследуется задача об излучении электромагнитной волны рамкой с током, а также щелью, прорезанной в плоском проводящем экране, по которому протекает ток. В ходе решения этой задачи указывается на взаимосвязь решений задач об излучении рамки с током и движущегося заряда. Эта взаимосвязь составляет основу принципа двойственности, широко используемого в электродинамике для решения задач дифракции на дополнительных экранах. В частности, в оптике принцип двойственности в упрощённой формулировке известен, как принцип Бабинне, изучаемый в главе 6. Рассматривается расчет средней мощности электромагнитной волны, излучаемой движущимся зарядом или рамкой с током. Отмечается анизотропный характер распределения излучаемой мощности в пространстве. Вводится понятие сопротивления излучения устройств, которые используются для излучения электромагнитных волн (диполя Герца, рамки с током). Обсуждается зависимость излучаемой мощности от частоты электромагнитной волны, имеющая значение при изучении в главе 4 взаимодействия электромагнитных волн со средой, в которой распространяется электромагнитная волна. В главе описываются экспериментальные исследования излучения электромагнитных волн, проведенные Г. Герцем.

$$\vec{E} = \vec{H} \times \vec{n} \quad (1.12a)$$

[подробнее](#)

$$\vec{B} = \mu_0 / 4\pi \int_V [\vec{j} \times \vec{R}] / R^3 dV \quad (2.2)$$

[подробнее](#)

$$\vec{B} = \mu_0 / 4\pi \operatorname{rot} \left(\int_V \vec{j}(t - R/v) / R dV \right) \quad (2.5)$$

[подробнее](#)

$$s_{\pm} = t \pm R/v \quad (2.4)$$

[подробнее](#)

$$\vec{B} = \mu_0 / 4\pi \operatorname{rot} \left(\int_V \frac{\vec{j} / R}{r} dV \right) \quad (2.3)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 2. Излучение электромагнитных волн**2.1 Волновой характер электромагнитного поля движущегося заряда**

В предыдущей главе мы рассмотрели основные свойства электромагнитных волн, оставив в стороне "механизм" их возникновения. В этой главе мы обсудим проблему излучения электромагнитных волн, источниками которых, как мы установили выше, являются изменяющиеся во времени токи и/или неравномерно движущиеся электрические заряды.

Рассмотрим для определённости движущийся неравномерно электрический заряд. Неравномерное движение электрического заряда эквивалентно протеканию изменяющегося во времени электрического тока, меняющееся во времени магнитное поле которого, в свою очередь, создаст в окружающем пространстве электрическое поле и т.д. В результате этого процесса возникнет электромагнитная волна, источником которой является неравномерно движущийся заряд. Для определения электрического и магнитного поля возникающей волны необходимо решить систему уравнений Максвелла (1.1b), которая определяется распределением эквивалентного движению заряда тока. Необходимо отметить, что решение системы уравнений Максвелла для произвольно изменяющихся во времени и произвольно распределённых в пространстве токов и/или неравномерно движущихся зарядов представляет собой сложную математическую задачу. Однако при некоторых сделанных ниже разумных предположениях о характере движения заряда можно рассчитать его электромагнитное излучение и получить представление не только о механизме излучения электромагнитных волн, но и его основных свойствах.

В соответствии со сказанным выше рассмотрим задачу об излучении электромагнитной волны движущимся электрическим зарядом. Пусть заряд, распределённый в некотором, достаточно малом объёме V с плотностью $\rho(x_s, y_s, z_s)$, движется в вакууме как целое со скоростью \vec{u} , зависящей от времени, вдоль оси OZ выбранной системы координат (рис.2.1). Это движение заряда будет эквивалентно протеканию электрического тока с плотностью $\vec{j}(x_s, y_s, z_s)$, равной:

$$\vec{j}(x_s, y_s, z_s) = \vec{u}\rho(x_s, y_s, z_s). \quad (2.1)$$

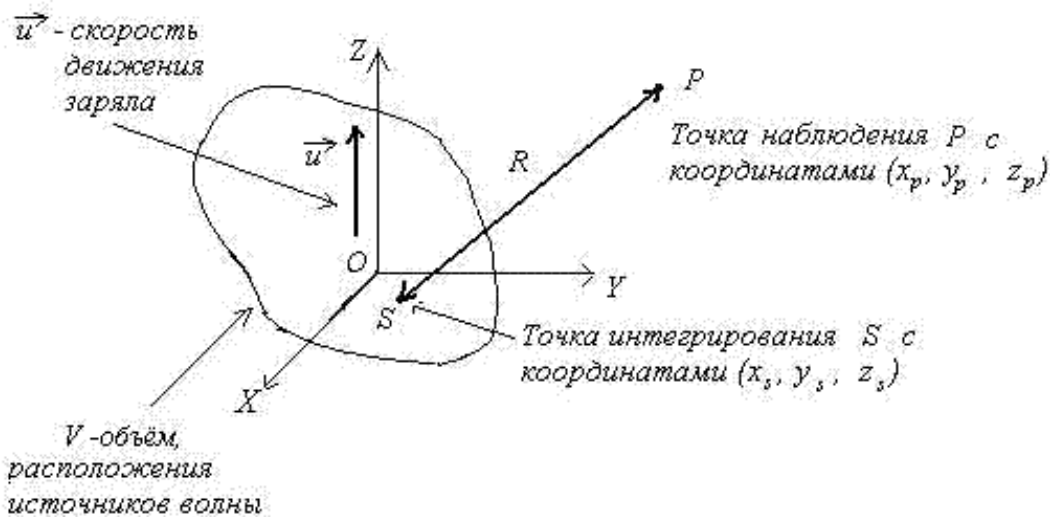


Рис. 2.1.

Как следует из уравнений Максвелла, в пространстве вокруг изменяющегося во времени тока возникнет электромагнитная волна. Рассчитаем электрическое и магнитное поле электромагнитной волны, излучаемой движущимся зарядом. Наиболее просто найти магнитное поле электромагнитной волны, создаваемое током, эквивалентным движению заряда. Электрическое же поле излучаемой волны, связанное с магнитным полем в силу уравнений Максвелла (1.1b), оказывается можно определить с помощью соотношений (1.12a), связывающих амплитуды векторов напряжённости электрического и магнитного полей в плоской гармонической электромагнитной волне.

Как известно, вектор индукции магнитного поля \vec{B} , создаваемый распределением тока с плотностью $\vec{j}(x_s, y_s, z_s)$, может быть вычислен на основании *закона Био - Савара - Лапласа* с помощью принципа суперпозиции по формуле:

$$\vec{B} = \mu_0 / 4\pi \int_V [\vec{j} \times \vec{R}] / R^3 dV \quad (2.2)$$

где \vec{R} - радиус вектор, проведённый из точки интегрирования, принадлежащей объёму V , в точку наблюдения P с координатами x_p, y_p, z_p (рис. 2.1).

Для упрощения следующих далее расчётов магнитного поля выражение (2.2) может быть преобразовано с помощью правил дифференцирования сложных функций и свойств оператора пространственного дифференцирования $\nabla = (\frac{\partial}{\partial x} \vec{i}, \frac{\partial}{\partial y} \vec{j}, \frac{\partial}{\partial z} \vec{k})$ (см. задачу 2.1 в конце параграфа) следующим образом:

$$\vec{B} = \mu_0 / 4\pi \text{rot} \left(\int_V (\vec{j} / R) dV \right), \quad (2.3)$$

где $R = \sqrt{(x_p - x_s)^2 + (y_p - y_s)^2 + (z_p - z_s)^2}$ - расстояние между точкой объёма V и точкой наблюдения P (рис.2.1).

В главе 1 мы отметили характерную особенность зависимости векторов напряжённости электрического и магнитного полей электромагнитных волн от координат и времени в виде

следующих их комбинаций:

$$s_{\pm} = t \pm R/v, \quad (2.4)$$

где $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ - фазовая скорость электромагнитной волны в среде с диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями; c - скорость света в вакууме; R - расстояние, проходимое волной от источника до точки её наблюдения.

Напомним, что электромагнитная волна, вектора напряжённости электрического и магнитного полей которых зависят от комбинации s_{-} , распространяются от источника (объёма V) в окружающее пространство. Напротив, электромагнитная волна, вектора напряжённости электрического и магнитного полей которых зависят от комбинации, s_{+} распространяется к источнику (объёму V) из окружающего пространства. При решении задачи об излучении волн из объёма V должен выполняться принцип причинности, в соответствии с которым электромагнитные волны, приходящие из окружающего объём V пространства должны быть исключены.

Следовательно, **вектор индукции \vec{B} электромагнитной волны, возникающей при движении заряда в объёме V** , может быть найден с помощью выражения:

$$\vec{B} = \mu_0 / 4\pi \text{rot} \left(\int_V \vec{j}(t - R/v) / R dV \right), \quad (2.5)$$

Из формулы (2.5) следует, что вектор индукции магнитного поля электромагнитной волны в точке наблюдения запаздывает по отношению к значениям этого вектора в точках объёма V . Это **запаздывание** является следствием распространения электромагнитной волны с конечной скоростью v_P от точки источника в объёме V до точки наблюдения P .

Решение задачи об излучении электромагнитных волн в ограниченную область пространства, окружающего объём V , или в пространство, включающего неоднородности в виде некоторых объектов, способных отражать электромагнитные волны, в том числе назад к их источникам, более сложно, поскольку в этом случае решение волнового уравнения представляется с помощью с помощью функций, зависящих как от s_{-} , так и от s_{+} , определяемых выражением (2.4), и представляющих собой математическое выражение волн, распространяющихся навстречу друг другу в соответствии с решением волнового уравнения по **методу Д'Аламбера**.

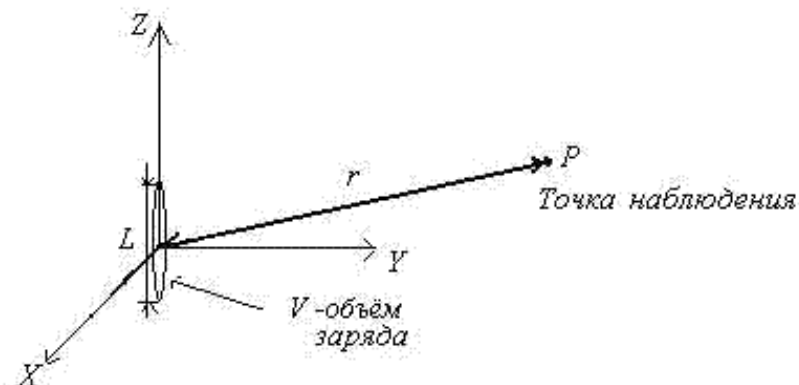


Рис. 2.2.

Определим размер L области пространства, занимаемой зарядом, величиной диаметра наименьшей сферы, внутри которой находится эта область. Предположим, что размеры L (рис.2.2) области пространства, занимаемой зарядом во много раз меньше расстояния r от центра заряда до точки наблюдения, т.е. $L \ll r$. Кроме того, будем полагать, что скорость движения заряда во много раз меньше скорости света, т.е. $u \ll v$. В результате этих предположений выражение (2.5) упрощается:

$$\vec{B} \approx (\mu_0 / 4\pi) \text{rot} \left(\frac{1}{r} \int_V \vec{u} \rho(t - \frac{r}{v}) dV \right).$$

Учитывая, что скорость всех точек объёма, занимаемого зарядом, одинакова, в результате очевидных упрощений получим следующее выражение для расчёта \vec{B} :

$$\vec{B} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \text{rot} \left(\frac{\vec{u}}{r} \int_V \rho \left(t - \frac{r}{v} \right) dV \right) = (\mu_0 / 4\pi) \text{rot} \left(\frac{\vec{u}}{r} Q(t - \frac{r}{v}) \right),$$

где $Q(t - \frac{r}{v}) = \int_V \rho(t - \frac{r}{v}) dV$ - полный заряд в движущемся объёме V .

Но

$$\vec{u} Q(t - \frac{r}{v}) = \frac{d\vec{z}}{dt} Q(t - \frac{r}{v}) = \frac{\partial \vec{P}(t - \frac{r}{v})}{\partial t} = \dot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v})$$

где

$$\vec{P} = \vec{z} Q \tag{2.6}$$

- дипольный момент объёмного заряда, имеющего малый размер,

С учетом этих упрощений получим:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \text{rot} \left(\frac{\dot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v})}{r} \right) \tag{2.7}$$

Задачи

Задача 2.1

Показать, что вектор индукции магнитного поля \vec{B} , создаваемого током с плотностью $\vec{j}(x_s, y_s, z_s)$ в объёме V , может быть вычислен в точке наблюдения P с координатами x_p, y_p, z_p по формуле (2.3):

$$\vec{B} = \mu_0 / 4\pi \text{rot} \left(\int_V (\vec{j} / R) dV \right)$$

где $R = \sqrt{(x_p - x_s)^2 + (y_p - y_s)^2 + (z_p - z_s)^2}$ - расстояние между точкой объёма V и точкой наблюдения P (рис.2.1).

Решение.

Для преобразования исходной формулы (2.2) используем оператор ∇ пространственного дифференцирования по координатам точки наблюдения P , определяемый формулой

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_p} \vec{i}, \frac{\partial}{\partial y_p} \vec{j}, \frac{\partial}{\partial z_p} \vec{k} \right),$$

где \vec{i} - единичный вектор в направлении оси OX , \vec{j} - единичный вектор в направлении оси OY , \vec{k} - единичный вектор в направлении оси OZ (рис.2.1).

Определим $\text{grad}(1/R) = \nabla(1/R)$, используя правило дифференцирования сложной функции

$$R = \sqrt{(x_p - x_s)^2 + (y_p - y_s)^2 + (z_p - z_s)^2} :$$

$$\text{grad}(1/R) = -\vec{R}/R^3 .$$

С помощью этого соотношения формула (2.2) будет иметь вид:

$$\vec{B} = (\mu_0 / 4\pi) \int_V [\nabla(1/R) \times \vec{j}] dV$$

Замечая, что вектор плотности тока $\vec{j}(x_s, y_s, z_s)$ не зависит от координат точки наблюдения, можно преобразовать подынтегральное выражение, определяющее вектор \vec{B} , с помощью дифференцирования произведения функций $1/R, \vec{j}$ по переменным x_p, y_p, z_p :

$$\nabla \times (1/R \vec{j}) = (\nabla(1/R) \times \vec{j}) - (\nabla \times \vec{j})(1/R) = \nabla(1/R) \times \vec{j} .$$

С учётом этого соотношения после цепочки очевидных преобразований получаем формулу (2.3):

$$\vec{B} = (\mu_0 / 4\pi) \int_V \nabla \times (\vec{j} / R) dV = (\mu_0 / 4\pi) \nabla \times \int_V (\vec{j} / R) dV = (\mu_0 / 4\pi) \text{rot} \left(\int_V (\vec{j} / R) dV \right) .$$

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \operatorname{rot} \left(\frac{\dot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v})}{r} \right) \quad (2.7)$$

[подробнее](#)

$$\vec{P} = \vec{z}Q \quad (2.6)$$

[подробнее](#)

$$\vec{B} = (\mu_0 / 4\pi) \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{r} \dot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) + \frac{1}{v} \ddot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) \right] \times \vec{r} \quad (2.9a)$$

[подробнее](#)

$$d\vec{B} = (\mu_0 / 4\pi) \frac{\vec{j} \times \vec{r}}{r^3} dV \quad (2.9b)$$

[подробнее](#)

$$\zeta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \approx 377 \text{ ом} \quad (1.13)$$

[подробнее](#)

$$\begin{aligned} E_{\theta} &= -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} P_x''(t - \frac{r}{v}) \sin(\theta) / (4\pi\epsilon_0 r v^2); H_{\theta} = 0 \\ E_{\varphi} &= 0; H_{\varphi} = P_x''(t - \frac{r}{v}) \sin(\theta) / (4\pi r v) \\ E_r &= 0; H_r = 0 \end{aligned} \tag{2.12}$$

[подробнее](#)

$$f_m(\vec{r}) = f_m / r \quad (1.18b)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 2. Излучение электромагнитных волн**2.2 Определение электромагнитных полей колеблющегося заряда**

С помощью выражения (2.7) найдем индукцию магнитного поля, принимая во внимание, что вектор \vec{P} имеет отличную от нуля z составляющую, а остальные его компоненты равны нулю. Следовательно, вектор индукции \vec{B} расположен в плоскости перпендикулярной оси OZ (рис.2.3).

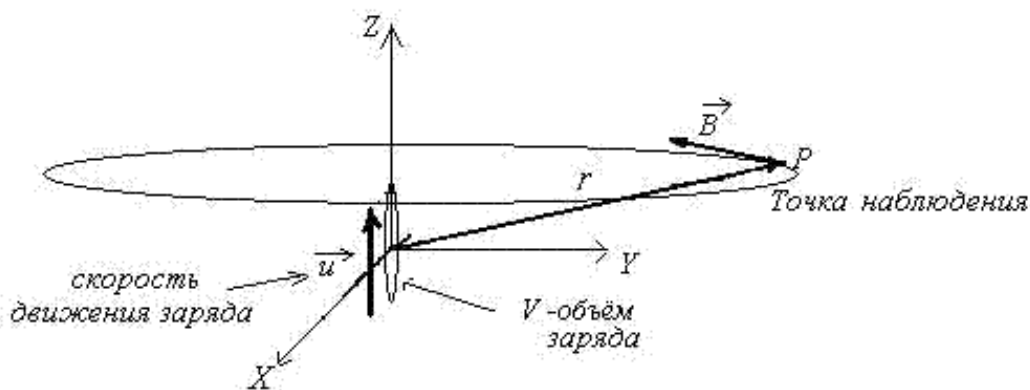


Рис. 2.3.

Выполняя дифференцирование в (2.7), получим выражение для x -ой компоненты вектора индукции магнитного поля:

$$B_x = -(\mu_0 / 4\pi) \frac{y}{r^2} \left[\frac{1}{r} \ddot{P}_z \left(t - \frac{r}{v} \right) + \frac{1}{v} \ddot{P}_z \left(t - \frac{r}{v} \right) \right], \quad (2.8a)$$

где при выводе использовались следующие очевидные формулы дифференцирования

$\frac{\partial}{\partial y} (1/r) = -y/r^3$; $\frac{\partial r}{\partial y} = y/r$; а также введено обозначение для второй производной от вектора

дипольного момента по времени:

$$\ddot{P}_z \left(t - r/v \right) = \frac{\partial^2 P_z \left(t - \frac{r}{v} \right)}{\partial t^2}.$$

Аналогичным образом может быть рассчитана y -ая компонента вектора индукции магнитного поля:

$$B_y = (\mu_0 / 4\pi) \frac{x}{r^2} \left[\frac{1}{r} \dot{P}_z \left(t - \frac{r}{v} \right) + \frac{1}{v} \ddot{P}_z \left(t - \frac{r}{v} \right) \right], \quad (2.8b)$$

С помощью (2.8) можно написать векторное равенство:

$$\vec{B} = (\mu_0 / 4\pi) \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{r} \dot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) + \frac{1}{v} \ddot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) \right] \times \vec{r}. \quad (2.9a)$$

Отметим очевидный факт, что если бы не зависимость аргумента первого слагаемого в этом выражении от $t - \frac{r}{v}$, то оно точно определяло бы магнитное поле $d\vec{B}$, возбуждаемое, протекающим в 'малом' объёме dV стационарным током с плотностью \vec{j} и рассчитываемое исходя из закона Био - Савара - Лапласа:

$$d\vec{B} = (\mu_0 / 4\pi) \frac{\vec{j} \times \vec{r}}{r^3} dV, \quad (2.9b)$$

где \vec{j} - плотность тока, эквивалентного движению заряда вдоль оси OZ и в соответствии с (2.6) равного:

$$\dot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) = Q\vec{u} = \vec{j}dV.$$

Таким образом, выражение (2.9a), определяющее магнитное поле движущегося заряда, отличается от (2.9b), следующего из закона Био - Савара - Лапласа для расчёта магнитного поля стационарного тока. Во-первых, в (2.9a) имеется дополнительное (второе) слагаемое, отсутствующее в (2.9b). Во-вторых, магнитное поле, определяемое (2.9a), имеет волновой характер, поскольку учитывает конечную скорость волны при её движении от заряда до точки наблюдения.

Рассмотрим роль второго слагаемого в (2.9a) для расчёта магнитного поля движущегося заряда. Очевидно, на малых расстояниях r от движущегося заряда ($tv \gg r$) можно пренебречь волновым характером его магнитного поля (влиянием запаздывания) и его можно рассчитывать исходя из закона Био - Савара - Лапласа (2.9b). Действительно, можно показать, что вблизи движущегося заряда второе слагаемое в (2.9a) стремится компенсировать эффект запаздывания первого слагаемого. В этом нетрудно убедиться, разлагая для малых значений $r \ll tv$ в ряд Тейлора функцию $\dot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right)$

$$\dot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) = \dot{\vec{P}}(t) - \frac{r}{v} \ddot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) + \dots,$$

и, принимая во внимание, что в том же порядке малости справедливо равенство $\dot{\vec{P}}\left(t - \frac{r}{v}\right) = \dot{\vec{P}}(t)$, из (2.9a) получается (2.9b).

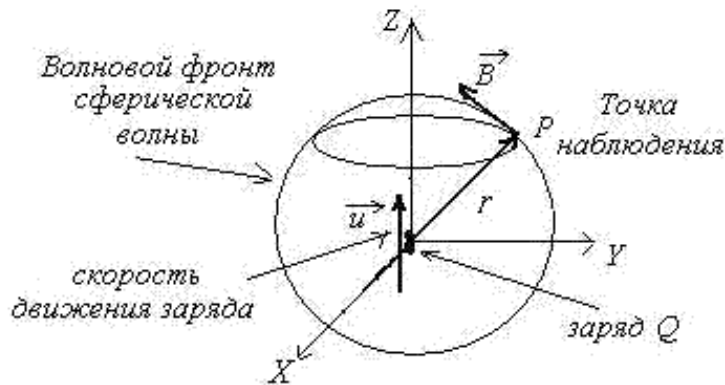


Рис. 2.4.

Рассмотрим магнитное поле движущегося заряда на большом расстоянии от него ($r \rightarrow \infty$). Тогда из формулы (2.9a) следует, что индукция магнитного поля определяется вторым слагаемым, превышающим по порядку величины первое слагаемое, которым можно пренебречь. В результате *индукция магнитного поля движущегося* заряда при $r \rightarrow \infty$ может быть рассчитана по формуле, которая с учётом очевидного обобщения на случай излучения электромагнитных волн в среде с диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостью, может быть записана следующим образом:

$$\vec{B} = (\mu\mu_0 / 4\pi v) \frac{1}{r^2} [\ddot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v})] \times \vec{r} \quad (2.10a)$$

Учитывая связь вектора напряжённости магнитного поля \vec{H} и вектора индукции магнитного поля \vec{B} в вакууме, отсюда следует, что:

$$\vec{H} = (1 / 4\pi v) \frac{1}{r^2} [\ddot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v})] \times \vec{r}. \quad (2.10b)$$

Из полученных выражений следует, что магнитное поле электромагнитной волны движущегося заряда убывает на значительном расстоянии от него обратно пропорционально расстоянию. Следовательно, электромагнитная волна, возникающая при движении заряда, в соответствии со сказанным в гл.2 является сферической (рис.2.4)¹, излучаемой из точки расположения заряда ввиду малости размеров занимаемого им объёма. Это обстоятельство облегчает нахождение вектора напряжённости \vec{E} электрического поля электромагнитной волны движущегося заряда .

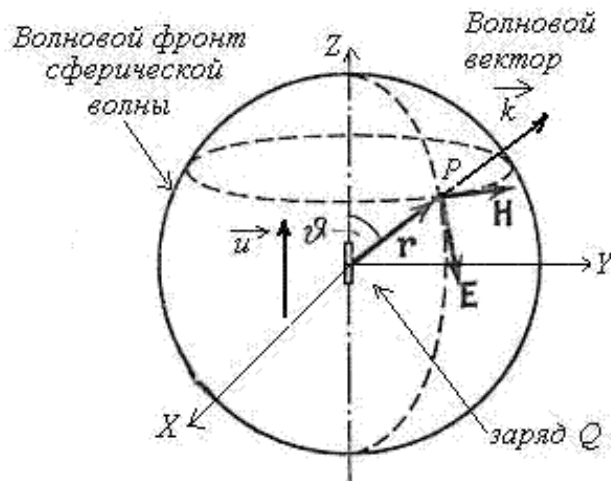


Рис. 2.5.

В самом деле, на значительном расстоянии от центра излучения заряда сферическая волна локально в окрестности произвольной точки наблюдения может быть представлена как плоская волна (рис.2.5), распространяющаяся в направлении луча от центра к точке наблюдения. В плоской волне вектора напряженности электрического \vec{E} , магнитного полей \vec{H} и направление распространения волны образуют правую тройку векторов, что позволяет однозначно определить направление и величину вектора \vec{E} по известному вектору \vec{H} с помощью соотношения (1.12a). Следовательно, *напряжённость электрического поля в электромагнитной волне, излучаемой движущимся зарядом* в среде с диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостью, определяется формулой:

$$\vec{E} = -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} (1/4\pi\epsilon_0 r^3 c^2) [\dot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v}) \times \vec{r}] \times \vec{r}, \quad (2.11a)$$

где при преобразованиях были использованы формулы для волнового сопротивления вакуума (1.13) и скорости света (1.7), выражающие эти величины через электрическую ϵ_0 и магнитную μ_0 постоянные.

Учитывая связь (1.1a) между вектором напряженности электрического поля и вектором смещения электрического поля \vec{D} , получаем:

$$\vec{D} = -(n/4\pi r^3 c^2) [\ddot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v}) \times \vec{r}] \times \vec{r}, \quad (2.11b)$$

где $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ - показатель преломления среды, определяемый (1.14).

Из выражений (2.10) и (2.11) следуют четыре важные свойства электромагнитного излучения движущегося заряда, справедливые и при более общих предположениях, чем были сделаны выше при их выводе.

Во-первых, электромагнитная волна, излучаемая движущимся зарядом, возникает только при условии *неравномерного движения электрического заряда*, поскольку в противном случае $\ddot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v}) = 0$.

Во вторых амплитуды векторов электрического и магнитного полей электромагнитной волны, излучаемой движущимся зарядом, убывают обратно пропорционально расстоянию по мере удаления точки наблюдения от заряда, как и должно быть в *сферической волне*, излучаемой точечным зарядом.

В-третьих, электромагнитная волна имеет определённую пространственную ориентацию векторов напряжённости электрического и магнитных полей по отношению к направлению движения заряда. Иными словами, *электромагнитная волна, излучаемая движущимся зарядом, поляризована*.

Рассмотрим поляризацию сферической электромагнитной волны, излучаемой движущимся зарядом, более подробно. Для этого вообразим сферу (рис.2.5), описанную вокруг заряда как из центра. В любой точке сферы в соответствии с выражениями (2.10) и (2.11) вектора \vec{E} и \vec{H} электромагнитной волны располагаются в плоскости, касательной к поверхности сферы в точке наблюдения.

Вектор напряжённости магнитного поля \vec{H} направлен по касательной к окружности, представляющей собой сечение сферы плоскостью, проведенной через точку наблюдения перпендикулярно оси OZ , вдоль которой движется заряд. Направление вектора \vec{H} совпадает с направлением обхода указанной выше окружности против часовой стрелки, если смотреть на нее со стороны положительного направления оси OZ в соответствии с правилом вычисления направления вектора результата векторного произведения (2.10).



Рис. 2.6.

Вектор напряжённости электрического поля \vec{E} направлен по касательной к окружности, представляющей собой меридиональное сечение сферической поверхности, т.е. сечение сферы плоскостью, проходящей через ось OZ и точку наблюдения. Направление вектора \vec{E} совпадает с направлением обхода указанной окружности по часовой стрелки.

Наиболее наглядно можно представить направление векторов напряжённости электрического и магнитного полей в *сферической системе координат r, θ, φ* с центром в начале декартовой системы координат XYZ (рис.2.6):

$$\begin{aligned}
 E_{\theta} &= -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} P_x''(t - \frac{r}{v}) \sin(\theta) / (4\pi\epsilon_0 r v^2); H_{\theta} = 0 \\
 E_{\varphi} &= 0; H_{\varphi} = P_x''(t - \frac{r}{v}) \sin(\theta) / (4\pi r v) \\
 E_r &= 0; H_r = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

Четвёртое свойство электромагнитного излучения движущегося заряда заключается в том, *вдоль*

направления его движения электромагнитное излучение отсутствует. В самом деле, из (2.12) следует, что по мере приближения точки наблюдения на поверхности сферы к её полярным областям, т.е. к тем местам сферической поверхности, где она пересекается с осью OZ , что имеет место при $\theta = 0; \varphi = \pi$, амплитуда векторов электрических и магнитных полей сферической волны стремится к нулю и обращается в нуль в точках пересечения поверхности сферы с осью OZ (рис.2.6).

Если обратить внимание на то, что все электрические и магнитные поля в формулах (2.10) и (2.11) определяются дипольным моментом колеблющегося заряда, то становится понятным, почему его электромагнитное излучение называется дипольным.

Дипольное электромагнитное излучение может быть реализовано на практике с помощью диполя Герца, представляющего собой элементарный электрический излучатель электромагнитных волн с длиной волны λ , возникающих в результате протекания переменного тока частотой $\omega = 2\pi c / \lambda$ по проводнику длиной l .

Если предположить, что ток в проводнике изменяется во времени по гармоническому закону $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$, то ему будет соответствовать изменяющийся во времени дипольный момент $p(t) = q(t)l = p_0 \sin(\omega t)$, где $p_0 = lI_0 / \omega$. Как видим, колебательному движению заряда в проводнике соответствует гармоническое изменение во времени дипольного момента заряда. Тогда, отлична от нуля вторая производная дипольного момента в (2.12):

$$p''(t) = -\omega^2 p_0 \sin(\omega t).$$

Используя это соотношение (2.12), выпишем в сферической системе координат *компоненты векторов напряжённости электрического и магнитного полей электромагнитной волны, излучаемой диполем Герца:*

$$\begin{aligned} E_\theta &= -\omega^2 p_0^2 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sin(\omega t - (2\pi / \lambda)x) \sin(\theta) / (4\pi\epsilon_0 r^2); H_\theta = 0 \\ E_\varphi &= 0; H_\varphi = \omega^2 p_0^2 \sin(\theta) \sin(\omega t - (2\pi / \lambda)x) / (4\pi r^2) \\ E_r &= 0; H_r = 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Экспериментальные исследование излучения и приёма электромагнитных волн, проведенные *Г. Герцем.*

Открытие, а также теоретическое и экспериментальное исследование свойств электромагнитных волн было сделано Г. Герцем (1887-1888). В качестве источника электромагнитных волн Г. Герц использовал изобретённый им излучатель (рис.2.7), впоследствии названный в его честь диполем Герца.

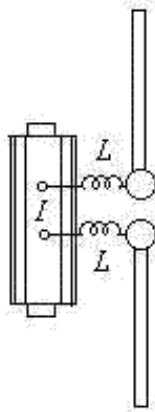


Рис. 2.7.

Как следует из рисунка диполь Герца представляет собой два соосных проводника (полых внутри), разделённых небольшим промежутком, который называется искровым. Два ближайших конца проводников подключены к выходным клеммам источника электрического напряжения (*индуктора*), величина которого может плавно изменяться. При достаточно большом значении напряжения генератора возникает электрический пробой промежутка между вибраторами, в результате которого проскакивала искра в искровом промежутке. Катушки индуктивности L предназначены для предотвращения попадания колебаний тока на вибраторе обратно в индуктор.

Как следствие этого в двух проводниках диполя Герца возникают собственные затухающие колебания электрического тока, имеющие узлы на концах проводников. Из всех возможных типов колебаний тока (мод) наибольшую амплитуду имеют колебания с пучностью тока посередине диполя. Длина волны λ такого колебания примерно равна удвоенной длине диполя $2l$.

Итак, колебания электрического тока в вибраторах диполей Герца вызываются искрой, представляющей собой достаточно быстро меняющийся во времени электрический ток, который в соответствии с системой уравнений Максвелла (1.1b) и является источником электромагнитной волны.

В опытах Герца электромагнитная волна обнаруживалась с помощью т.н. резонаторов, которые в современном представлении являются ничем иным, как антеннами. Так, Г. Герц использовал изобретённый им *резонатор* (рис.2.8) в виде точной копии по размерам диполя, используемого для излучения электромагнитной волны, который предстоит обнаружить. О наличии колебаний токов в вибраторах резонатора можно было судить о проскакивании электрической искры или свечении *газоразрядной трубки* GT (рис.2.8), подключаемой к искровому промежутку резонатора.

Для исследования свойств электромагнитных волн, изучению которых мы посвящаем следующие главы, необходимы более мощные и стабильные во времени источники электрического напряжения, чем рассмотренный выше индуктор. В качестве таковых в настоящее время используются *генераторы гармонических колебаний*, частота ω которых выбирается соответствующей длине волны λ , равной удвоенной длине диполей $2l$ для резонансного увеличения амплитуды токов в приёмном и передающем диполях. Для опытов Герца использовались колебания, частота которых f составляла примерно $5 \cdot 10^8$ колебаний в секунду, что соответствует длине волны $\lambda = 0.6 \text{ м}$ при длине вибраторов $l = 0.3 \text{ м}$.

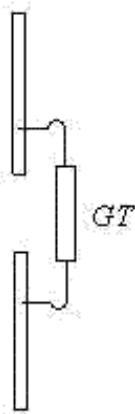


Рис. 2.8.

Для определения наличия или отсутствия электромагнитных волн вокруг передающего вибратора вместо газоразрядной трубки, включаемой между плечами приёмного вибратора, использовался прибор, называемый *когерер*, с последовательно подсоединённым к нему амперметру в соответствии с рис.2.9а. Когерер представляет собой запаянную стеклянную трубку внутри которой находятся окисленные металлические опилки.

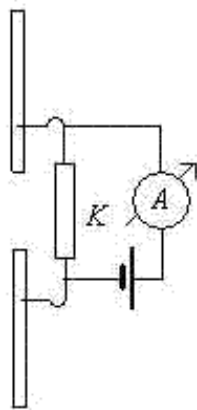


Рис. 2.9а.

В обычных условиях сопротивление опилок по постоянному току очень велико. По этой причине при отсутствии в месте нахождения приёмного вибратора электромагнитной волны амперметр в цепи когерера имеет нулевые показания. При приёме электромагнитной волны между плечами приёмного вибратора проскакивает искра, вызывающая внутри когерера "спекание" металлических опилок. В результате сопротивление когерера резко уменьшается и амперметр отмечает отклонением стрелки протекание электрического тока. По величине тока, пропорционального значению напряжённости электрического поля принимаемой волны, можно сделать вывод об интенсивности электромагнитной волны, излучаемой передающим вибратором на разных расстояниях от него и при разных ориентациях плеч приёмного и передающего вибраторов. Отметим свойство когерера восстанавливать состояние своего большого сопротивления после окончания протекания электрического тока в результате лёгкого "потряхивания" стеклянной трубки.

В современных демонстрациях опытов Г. Герца вместо когерера или газоразрядной трубки может быть использован *полупроводниковый диод*. Благодаря свойству односторонней проводимости диода электромагнитная волна принимается только в моменты времени, соответствующие положительным значениям напряжённости электрического поля волны. По этой причине амперметр, включённый в

цепь с диодом (рис.2.9b), отметит протекание постоянного тока, величина которого пропорциональна интенсивности электромагнитной волны.

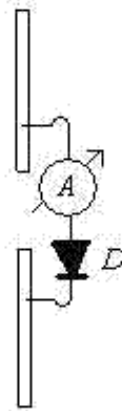


Рис. 2.9b.

Для упрощения изложения оригинальных опытов Г. Герца в дальнейшем при их описании будем предполагать, что между плечами приёмного вибратора включается *электрическая лампа накаливания* малой мощности. По величине или отсутствию накала этой лампы можно судить об интенсивности принимаемой электромагнитной волны.

В опытах Герца по исследованию законов излучения электромагнитных волн на некотором расстоянии от вибратора, излучающего волны, помещался приёмный вибратор, в промежуток между плечами которого присоединяется лампочка накаливания Δ малой мощности (рис.2.10).

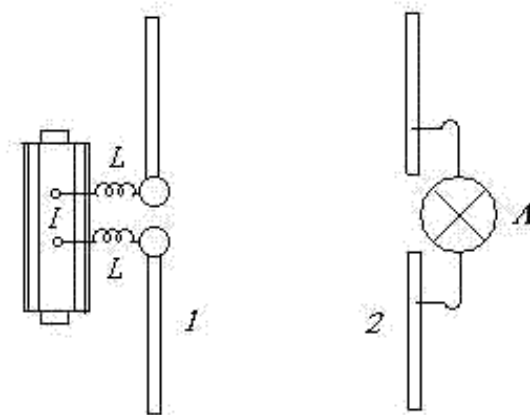


Рис. 2.10.

При вращении приёмного вибратора вокруг своей оси в плоскости, параллельной плоскости расположения передающего излучения, наблюдается монотонное изменение накала лампы. Максимум накала имеет место при расположении приёмного вибратора параллельно передающему. Накал уменьшается до нуля, когда приёмный и передающий вибраторы взаимно перпендикулярны. Это имеет место, вследствие излучения передающим вибратором линейно поляризованных электромагнитных волн, направление колебаний вектора напряжённости электрического поля которых параллельно плечам передающего вибратора. Таким образом, токи, возбуждаемые в приёмном вибраторе, оказываются пропорциональными косинусу угла между плечами приёмного и передающего вибратора. При перемещении приёмного вибратора параллельно передающему происходят затухающие колебания интенсивности накала по мере удаления приёмного вибратора от плоскости перпендикулярной плечам вибратора и проходящей через его середину. Колебания

объясняются образованием в пространстве вокруг передающего вибратора суперпозиции волн, отражённых от окружающих передающий вибратор предметов (стен лаборатории, где проводится опыт, главным образом). В результате в пространстве, окружающем вибраторы, образуется подобие стоячей электромагнитной волны с чередующимися максимумами и минимумами, при прохождении которых меняется сила тока, возбуждаемого электромагнитным полем в приёмном вибраторе, пропорционально проекции вектора напряжённости электрического поля волны на направление плеч вибратора.

В ходе дальнейших исследований свойств электромагнитных волн Г. Герц обнаружил, что они полностью совпадают с известными в то время свойствами света. Более того, в ходе экспериментальных исследований было установлено, что законы распространения электромагнитных волн и света одинаковы. В частности, например, имеет место одинаковый характер отражения и преломления от диэлектрических и металлических тел, подробнее изучаемые в главе 4.

1 в соответствии с выражением [\(1.18b\)](#)

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

$$\vec{B} = (\mu_0 \mu / 4\pi v) \text{rot} \left\{ \dot{\vec{m}} \left(t - \frac{R'}{v} \right) \times \vec{R}' / (R')^2 \right\} \quad (2.14)$$

[подробнее](#)

$$\vec{B} = (\mu\mu_0 / 4\pi v) \frac{1}{r^2} [\ddot{\vec{P}}(t - \frac{r}{v})] \times \vec{r} \quad (2.10a)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 2. Излучение электромагнитных волн**2.3 Электромагнитное поле рамки с током**

Расчёт электромагнитного поля рамки с током

Следствием симметрии уравнений Максвелла (1.1b) относительно векторов напряжённости электрических и магнитных полей является генерация электрического поля при изменении магнитного и наоборот, имеющая место при распространении электромагнитных волн.

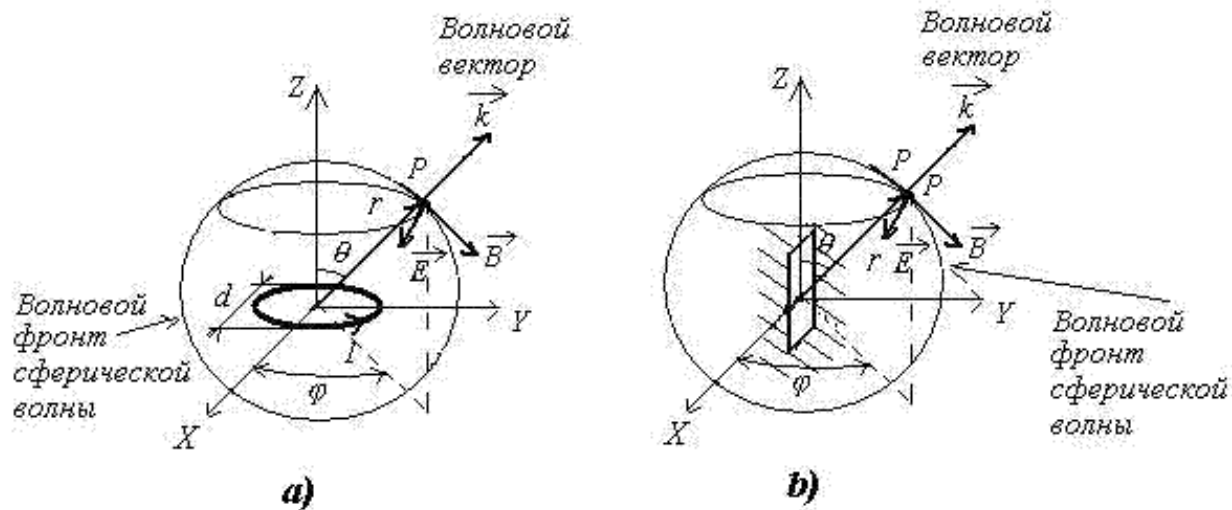


Рис. 2.11.

По этой причине наряду с дипольным излучением движущегося электрического заряда с длиной волны λ существует электромагнитное излучение, источником которого является элементарный магнитный излучатель, представляющего собой замкнутый контур (рис.2.11а) с протекающим по нему переменным током с частотой $\omega = 2\pi c / \lambda$, при условии, что диаметр контура $d \ll r$, где r - расстояние от центра рамки до точки наблюдения. Другой моделью магнитного излучателя может служить щелевой излучатель (рис.2.11b) в виде щели, прорезанной поперёк направления линий тока, протекающего по поверхности проводящей плоскости.

Для определения электромагнитных полей магнитного излучателя можно использовать результаты уже решенной задачи для излучения диполя Герца. В соответствии с этим магнитный излучатель на расстояниях, значительно превышающих его размеры, представляет собой источник сферической электромагнитной волны, поляризация излучения которой будет определяться направлением вектора индукции магнитного поля, создаваемого на своей оси контуром с током. Пусть ось контура совпадает с осью OZ декартовой системы координат, в плоскости XOY которой расположена плоскость контура с током (рис.2.11а), причём, направление тока в нём выбрано таким, чтобы оно было против часовой стрелки, если смотреть с конца орта оси OZ . Тогда, электрическое поле сферической

волны магнитного излучателя будет всюду направлено по касательной к окружностям (рис.2.11а), центр которых расположен на оси OZ , а плоскость параллельна плоскости контура. *Магнитное поле магнитного излучателя* будет направлено перпендикулярно электрическому полю и направлению распространения волны, так, чтобы эти векторы образовывали правую тройку векторов. Сравнение *структуры силовых линий магнитного излучателя* и дипольного приводит к выводу, что структура силовых линий электрического поля одного такая же, как структура силовых линий магнитного поля другого. Отличие имеется в направлении электрических силовых линий магнитного излучателя, которые противоположны направлению магнитных силовых линий дипольного излучателя. Это обусловлено различной природой источников электромагнитного излучения в рассматриваемых излучателях. Так в магнитных излучателях напряженность вихревого электрического поля должно иметь такое направление, чтобы в соответствии с законом электромагнитной индукции ослабить магнитный поток, пронизывающий контур силовой линии.

Для количественных оценок полей магнитного излучателя можно использовать формулы (2.10) и (2.11), в которых следует сделать замены $\vec{E}_d \rightarrow \zeta \vec{H}_{mag}; \vec{H}_d \rightarrow -\vec{E}_{mag}$, где ζ - волновое сопротивление среды, определяемое (1.12).

Для того чтобы убедиться в этом, рассмотрим расчет по формуле (2.5) вектора индукции магнитного поля \vec{B} , создаваемого рамкой с протекающим по ней током $I(t)$. Из решения задачи 2.2 в конце параграфа:

$$\vec{B} = (\mu_0 \mu / 4\pi v) \text{rot} \left\{ \dot{\vec{m}} \left(t - \frac{R'}{v} \right) \times \vec{R}' / (R')^2 \right\}, \quad (2.14)$$

где точка над символом магнитного момента обозначает его производную по времени;

$\dot{\vec{m}} \left(t - \frac{R'}{v} \right) = I \left(t - \frac{R'}{v} \right) \vec{S}$ - магнитный момент рамки с током; R' - расстояние от центра рамки (начала декартовой системы координат XYZ) до точки наблюдения; \vec{S} - вектор ориентированной площади контура.

Из (2.14) следует, что магнитное поле рамки с током, расположенной в плоскости XYZ ,

определяется векторным произведением $\left\{ \dot{\vec{m}} \left(t - \frac{R'}{v} \right) \times \vec{R}' / (R')^2 \right\}$, единственной отличной от нуля компонентой которого в сферической системе координат является его φ -ая компонента, т. е. :

$$\left\{ \dot{\vec{m}} \left(t - \frac{R'}{v} \right) \times \vec{R}' / (R')^2 \right\}_{\varphi} = \dot{m} \left(t - \frac{R'}{v} \right) \sin(\theta) / R'.$$

Тогда в сферической системе координат, центр которой совмещён с центром рамки и началом декартовой системы координат, получаем, что $r = R'$. После выполнения дифференцирования приходим к следующим формулам для компонент вектора индукции магнитного поля электромагнитной волны, излучаемой рамкой с током:

$$B_{\theta} = (\mu\mu_0 / 4\pi v^2 r) \sin(\theta) \left(\ddot{m}(t - \frac{r}{v}) + \frac{v}{r} \dot{m}(t - \frac{r}{v}) \right)$$

$$B_r = (\mu\mu_0 / 4\pi v r^2) \cos(\theta) \dot{m}(t - \frac{r}{v})$$

$$B_{\varphi} = 0.$$

На больших расстояниях от рамки с током ($r \rightarrow \infty$) радиальная компонента B_r вектора индукции магнитного поля убывает быстрее, чем B_{θ} , соответствующая координате θ . Отсюда следует вывод о том, что у *магнитного поля рамки с током* на большом расстоянии от неё единственной, отличной от нуля компонентой является θ - ая, т. е.:

$$B_r = 0; B_{\varphi} = 0; B_{\theta} = (\mu\mu_0 / 4\pi v^2 r) \sin(\theta) \ddot{m}(t - \frac{r}{v}).$$

Как видим, что магнитное поле вдали от излучателя имеет характер сферической волны, которая при $r \rightarrow \infty$ локально в каждой точке может рассматриваться как плоская волна. Исходя из этого обстоятельства, найдём вектор напряжённости электрического поля \vec{E} , полагая его связь с магнитным полем такой, как это имеет место в плоской волне в соответствии с (1.12a).

Для рассматриваемой плоской волны вектор \vec{k} параллелен радиус вектору \vec{r} , проведённому в точку наблюдения из начала координат, где находится рамка с током, и единственной отличной от нуля компонентой \vec{E} будет φ - ая, т. е.:

$$E_r = 0; E_{\theta} = 0; E_{\varphi} = -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ddot{m}(t - \frac{r}{v}) \sin(\theta) / (4\pi r \epsilon_0 v^3).$$

Таким образом, как и электромагнитное поля диполя Герца, так и *электромагнитное излучение рамки с током является поперечным*.

Магнитный излучатель в виде рамки радиуса $R_{рам}$, по которой протекает переменный ток $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ частотой $\omega = 2\pi / \lambda$, имеет магнитный момент $m(t) = \pi R_{рам}^2 I_0 \cos(\omega t)$.

Соответствующие значения компонент векторов напряженностей его электрического и магнитного полей будут равны:

$$H_{\varphi} = 0; E_{\varphi} = -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} I_0 \pi R_{рам}^2 \omega^2 \sin(\theta) \cos(\omega t - (2\pi / \lambda)r) / (4\pi r \epsilon_0 v^3)$$

$$E_r = 0; H_{\theta} = -I_0 \pi R_{рам}^2 \omega^2 \sin(\theta) \cos(\omega t - (2\pi / \lambda)r) / (4\pi v^2)$$

$$E_{\theta} = 0; H_r = 0;$$

Интересно отметить *общность формул для расчета электромагнитных полей диполя Герца и рамки с током*. Для этого в формулах для полей диполя Герца надо заменить дипольный момент \mathcal{P} на m/v - магнитный момент рамки, делённый на скорость света. И, кроме того, в формулах надо заменить напряженность электрического поля на напряженность магнитного поля и наоборот.

Возможность рассчитать поле магнитного излучателя по известным полям электрического и наоборот имеет фундаментальное значение в теории электромагнитных волн и известна как принцип двойственности. *Принцип двойственности* был предложен в 1944 г. выдающимся российским

учёным в области антенн *А. А. Пистолькорсом*.

Принцип двойственности явился электродинамическим обобщением известного *принципа Бабине*, используемого в оптике для расчёта дифракции света на плоских непрозрачных экранах и отверстиях, совпадающих по форме с экраном, подробнее рассматриваемого в гл.6.

Согласно принципу двойственности решение основных уравнений электромагнитного поля для вектора напряжённости электрического поля при заданных граничных условиях для этого вектора справедливо для вектора напряжённости магнитного поля при том же граничном условии, но принимаемом для вектора напряжённости магнитного поля. Выше мы говорили о том, что к магнитным типам излучателей относятся щелевые излучатели. Проиллюстрируем применение принципа двойственности для расчёта поля щелевого излучателя, представляющего собой щель в плоском экране, являющегося бесконечно проводящим (рис.2.11b). Пусть известно распределение напряженности электрического поля между краями щели. Если теперь взять пластинку, совпадающую по форме со щелью и считать, что магнитное поле на пластинке распределено так же, как электрическое между краями щели, то согласно принципу двойственности электрическое поле в пространстве над экраном будет совпадать с магнитным полем вокруг пластинки, если граничные условия для вектора напряженности электрического и магнитного полей в обоих случаях совпадают. Граничным условием для вектора напряженности электрического поля на экране является требование обращения в нуль тангенциальной составляющей на нём. Тангенциальная составляющая вектора напряженности магнитного поля в той же плоскости также равна нулю. Действительно, появление магнитного поля на пластинке обусловлено протеканием по ней тока. Причём, вектор напряженности магнитного поля будет перпендикулярен направлению тока на пластинке, т. е. будет иметь тоже направление, что и электрическое поле между краями щели. Отсюда следует совпадение структур электрического поля щели и магнитного поля пластинки, имеющей одинаковую форму со щелью.

Задачи.

Задача 2.2

Показать, что вектор индукции \vec{B} магнитного поля рамки с током на больших расстояниях от рамки, может быть вычислен по формуле:

$$\vec{B} = (\mu_0 \mu / 4\pi v) \text{rot} \left\{ \dot{\vec{m}} \left(t - \frac{R'}{v} \right) \times \vec{R}' / (R')^2 \right\}$$

где $\dot{\vec{m}} \left(t - \frac{R'}{v} \right) = I \left(t - \frac{R'}{v} \right) \vec{S}$ - магнитный момент рамки с током $I(t)$; R' - расстояние от центра рамки (начала декартовой системы координат XYZ) до точки наблюдения.

Решение.

Рассмотрим расчет по формуле (2.5) вектора индукции магнитного поля \vec{B} , создаваемого контуром Γ , по которому протекает ток $I(t)$. Производя интегрирование в этой формуле по поперечному сечению проводника рамки в предположении малого размера рамки по сравнению с расстоянием до точки наблюдения поля, получим выражение для \vec{B} через интеграл по контуру рамки:

$$\vec{B} = (\mu_0 \mu / 4\pi v) \text{rot} \left\{ I \left(t - \frac{R'}{v} \right) \int_l \frac{d\vec{l}}{R} \right\},$$

где R' - расстояние от центра рамки (начала декартовой системы координат XYZ) до точки наблюдения; R - расстояние от точки интегрирования, расположенной на контуре l , до точки наблюдения.

Для расчёта контурного интеграла умножим его скалярно на произвольный вектор \vec{a} и применим теорему Стокса, выбирая в качестве вспомогательной поверхности S , натянутой на контур рамки, ограничиваемый ею круг:

$$\int_l \frac{(\vec{a}, d\vec{l})}{R'} = \int_S (\text{rot}_s, \frac{\vec{a}}{R}, d\vec{S}),$$

где $\vec{S} = S\vec{e}_z$ - ориентированная площадь рамки, расположенной в плоскости XOY ; \vec{e}_z - единичный вектор в направлении оси OZ ; нижний индекс 's' у символа ротора означает, что необходимые для его определения дифференцирования производятся по координатам точек поверхности; R - расстояние от точки интегрирования, расположенной на поверхности рамки S , до точки наблюдения.

Учитывая, что вектор \vec{a} постоянный, для значения ротора следует формула:

$$\text{rot}_s, (\vec{a} / R) = \text{grad}_s, \left(\frac{1}{R} \right) \times \vec{a}.$$

Перейдём к дифференцированию по координатам точки наблюдения, сопровождающемуся изменением знака производной и, принимая во внимание малость размеров рамки ($R' \approx R$), получаем после применения теоремы о среднем к интегралу по поверхности рамки, получим:

$$\int_l \left(\frac{\vec{a}}{R} d\vec{l} \right) = -(\text{rot}(\vec{a} / R'), \vec{S}),$$

Принимая во внимание инвариантность смешанного произведения по отношению к циклической перестановке его сомножителей, в виду произвольности вектора \vec{a} имеем:

$$\vec{B} = -(\mu\mu_0 / 4\pi) \text{rot} \left\{ I \left(t - \frac{R'}{v} \right) \vec{S} \times \text{grad} (1/R) \right\}.$$

Замечая, что $\vec{m} \left(t - \frac{R'}{v} \right) = I \left(t - \frac{R'}{v} \right) \vec{S}$ - магнитный момент рамки с током, приходим к выражению:

$$\vec{B} = -(\mu\mu_0 / 4\pi) \text{rot} \left\{ \vec{m} \left(t - \frac{R'}{v} \right) \times \text{grad} (1/R') \right\}.$$

Дальнейшие преобразования полученного выражения состоят в применении для расчёта векторного произведения правила дифференцирования произведения двух функций, использованного в задаче 2.1.1, в результате которых получаем:

$$\vec{B} = (\mu\mu_0 / 4\pi) \text{rotrot} \left\{ \vec{m} \left(t - \frac{R'}{v} \right) / R \right\}.$$

Для расчёта внутреннего ротора можно использовать те же выкладки, что и при нахождении магнитного поля электромагнитной волны, излучаемой движущимся зарядом с помощью выражения (2.7) ввиду формальной аналогии, используемых для расчёта формул. Тогда с помощью (2.10a) получаем, что на значительном удалении точки наблюдения от рамки с током, создаваемый ей вектор индукции магнитного поля \vec{B} может быть вычислен по формуле (2.14).

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

$$\vec{S} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} (\ddot{\vec{p}} \sin(\theta) / 4\pi r)^2 \frac{\vec{r}}{\epsilon_0 v^3} \quad (2.15)$$

[подробнее](#)

$$P_{\Sigma} = \oint_{\Sigma} (\vec{S}, d\Sigma) = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} [(p'')^2 / (16\epsilon_0 \pi^2 v^3)] \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin^3 \theta d\theta d\varphi = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} (p'')^2 / (6\pi\epsilon_0 v^3) \quad (2.16a)$$

[подробнее](#)

$$p(t) = p_0 \cos(\omega t) \quad (2.17b)$$

[подробнее](#)

$$P_{\Sigma} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \omega^4 p_0^2 \cos^2(\omega t - (2\pi/\lambda)x) / (6\pi\epsilon_0 v^3) \quad (2.18)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 2. Излучение электромагнитных волн

2.4 Средняя мощность электромагнитной волны, излученной движущимся зарядом

Мощность излучения движущегося заряда представляет собой поток излучаемой им электромагнитной энергии за единицу времени через любую замкнутую поверхность, внутри которой находится заряд. Для упрощения расчётов далее выбирается сферическая поверхность. Радиус сферической поверхности предполагается достаточно большим, поскольку на больших расстояниях от движущегося заряда нам известно его поле излучения.

В соответствии со сказанным в главе 1 для расчёта мощности излучения необходимо найти *вектор Пойнтинга* \vec{S} , представляющего собой *мощность электромагнитной волны*, переносимой через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению волны. По формуле (1.23) с помощью подстановок туда выражений (2.10) и (2.11) для векторов \vec{E} , \vec{H} получим:

$$\vec{S} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} (\ddot{p} \sin(\theta) / 4\pi r)^2 \frac{\vec{r}}{\epsilon_0 v^3}, \quad (2.15)$$

где θ - полярный угол, который составляет с осью OZ вектор \vec{r} , направленный в точку наблюдения (рис.2.12).

Из выражения (2.15) следует, что *поток энергии, излучаемой движущимся зарядом, зависит от направления излучения электромагнитной волны*. Так максимальный поток энергии имеет место для $\theta = \pi / 2$, т.е. через экваториальную часть сферы 'наблюдения'. Через полюсные части сферы ($\theta = 0, \pi$) поток равен нулю.

Следовательно, излучение колеблющегося зарядов распределено в пространстве не изотропно. Так, движущийся заряд не излучает вдоль направления своего движения. *Максимум излучения* имеет место в плоскости симметрии, перпендикулярной направлению движения зарядов. В пространстве направленность излучения движущегося заряда можно представить в виде тела вращения, полученного вращением 'восьмерки' вокруг оси OZ , являющейся её осью симметрии (рис.2.12). Такая поверхность представляет собой тороид.

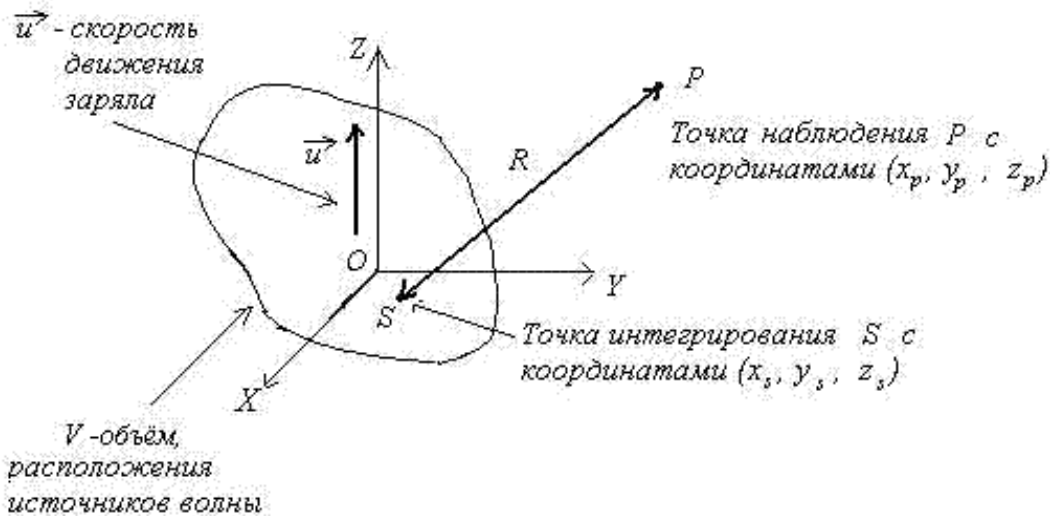


Рис. 2.12.

Плотность потока энергии по амплитуде убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от заряда, что является следствием излучения зарядом сферической электромагнитной волны. Заметим, что различие между сферическими электромагнитной (векторной) и акустической (скалярной) волнами состоит в том, что последняя имеет изотропное распределение по полярному углу θ .

Найдём **суммарную мощность излучения** P_{Σ} по всем направлениям через поверхность сферы наблюдения радиуса r . Для этого надо рассчитать поток вектора Пойнтинга \vec{S} через поверхность указанной выше сферы, которую обозначим символом Σ :

$$P_{\Sigma} = \int_{\Sigma} (\vec{S}, d\Sigma) = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} [(p'')^2 / (16\epsilon_0 \pi^2 v^3)] \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin^3 \theta d\theta d\varphi = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} (p'')^2 / (6\pi\epsilon_0 v^3), \quad (2.16a)$$

где $d\Sigma = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi (\vec{r}/r)$ - ориентированный элемент сферической поверхности на сфере радиуса r , определенный полярным углом θ и азимутальным углом φ ;

$$\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin^3 \theta d\theta d\varphi = \int_0^{\pi} (1 - \cos^2 \theta) d \cos \theta = 4/3.$$

Преобразуем формулу (2.16a), явно определяя дипольный момент движущегося заряда: $p = zQ$. В результате после двойного дифференцирования по времени: $\ddot{p} = \ddot{z}Q = Q\alpha$, где $\alpha = \ddot{z}$ - ускорение движущегося заряда, получаем искомый результат: мощность излучения P_{Σ} движущегося заряда определяется его ускорением α :

$$P_{\Sigma} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} Q^2 \alpha^2 / (6\pi\epsilon_0 v^3). \quad (2.16b)$$

При равномерном движении заряда ускорение заряда $\alpha = 0$ и, следовательно, электромагнитное излучение отсутствует, поскольку $P_{\Sigma} = 0$. Однако, имеется исключение, которое имеет место при движении зарядов с релятивистскими скоростями, превышающими фазовую скорость распространения электромагнитной волны в среде. Этот **феномен излучения электромагнитных волн равномерно движущимися зарядами** был открыт Вавиловым и Черенковым и получил название

эффекта Вавилова-Черенкова, подробнее рассматриваемый ниже в главе 4.

До сих пор мы не делали специальных предположений о конкретной зависимости дипольного момента от времени. Рассмотрим гармонические колебания дипольного момента во времени, которые, как мы увидим ниже в главе 4, определяют *взаимодействие гармонического электромагнитного излучения с электронами атомов и молекул среды распространения волн*.

Под действием периодически меняющейся во времени напряженности электрического поля электроны испытывают вынужденные колебания с частотой электрического поля и излучают электромагнитные волны, о чем говорилось выше при рассмотрении излучения диполя Герца.

Оценим *мощность излучения заряда Q при его гармоническом колебании* вдоль оси OZ вблизи начала координат декартовой системы координат XYZ . Пусть координата 'центра' заряда меняется во времени по гармоническому закону:

$$z(t) = z_0 \cos(\omega t), \quad (2.17a)$$

где ω - частота колебаний; z_0 - амплитуда колебаний заряда.

Тогда дипольный момент заряда p , фигурирующий в формулах (2.10) и (2.11), будет равен:

$$p(t) = p_0 \cos(\omega t), \quad (2.17b)$$

где $p_0 = Qz_0$ - амплитуда колебаний дипольного момента заряда.

Для излучателя электромагнитных волн с длиной волны λ в виде диполя Герца, как было показано под [разделе 2.3](#), амплитуда колебаний дипольного момента обусловлена протеканием переменного электрического тока частоты $\omega = 2\pi / \lambda$ по проводнику длиной l и оказывается равной $p_0 = Il_0 / \omega$.

Подставляя (2.17b) в (2.18a), получим, что *мощность излучения гармонически колеблющегося заряда с частотой ω* представляет собой пульсирующую во времени с частотой 2ω около среднего значения величину:

$$P_{\Sigma} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \omega^4 p_0^2 \cos^2(\omega t - (2\pi / \lambda)x) / (6\pi \epsilon_0 v^3). \quad (2.18)$$

Для нахождения среднего значения мощности излучения \bar{P}_{Σ} электромагнитных волн используем подход, применённый в главе 1 при оценке средней плотности энергии и давления электромагнитного поля соответственно по формулам (1.32) и (2.40). Согласно этому подходу среднее во времени квадрата гармонической величины равно половине квадрата ее амплитудного значения, т. е. для *средней по времени мощности (2.18)* получим:

$$\bar{P}_{\Sigma} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \omega^4 p_0^2 / (12\pi \epsilon_0 v^3), \quad (2.19a)$$

Из этой формулы следует, что излучаемая мощность гармонически колеблющегося заряда с частотой ω пропорциональна четвертой степени частоты колебаний ω^4 . Практическое значение этого результата имеет большое значение. В частности для *эффективного излучения электромагнитных*

волн целесообразно использовать короткие волны или волны микроволновой части спектра электромагнитного излучения.

С другой стороны при прохождении через среду *электромагнитная волна взаимодействует со средой распространения*, возбуждая гармонические колебания электронов атомов и молекул среды, которые приводят к переизлучению волны электронами на той же частоте. Таким образом, часть энергии электромагнитной волны будет теряться, интенсивность волны будет уменьшаться. Этот эффект называется *рассеянием*. Вопросы взаимодействия электромагнитных волн с веществом будут изучаться далее в главе 4.

В соответствии с формулой (2.19) рассеяние электромагнитной волны будет тем больше, чем больше будет её частота. При восходе и заходе солнца в случае ясной погоды можно наблюдать окрашенное в красные тона небо. Такая окраска есть следствие практически полного рассеяния более высокочастотных компонент в спектре солнечного излучения. По этой причине *естественный, т.е. неокрашенный - белый, солнечный свет* после рассеяния в среде распространения в основном на неоднородностях коротковолновой части излучения приобретает красную, соответствующую длинноволновой части оптического спектра окраску.

Повторяя рассуждения, проведенные выше, получим, что *средняя мощность магнитного излучателя*, в виде рамки площадью S , по которой протекает переменный ток $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$, равна:

$$\bar{P}_Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \omega^4 m_0^2 / (12\pi \epsilon_0 v^3), \quad (2.19b)$$

где $m_0 = I_0 S$ - магнитный момент рамки с током.

Рассмотрим практическое применение формул (2.19) для расчёта т.н. сопротивлений излучения диполя Герца и магнитного излучателя.

Сопротивление излучения R_{rad} излучателя можно найти исходя из средней мощности \bar{P}_Z излучаемых им гармонических электромагнитных волн либо с помощью амплитуды тока в излучателе I_0 , либо с помощью амплитуды напряжения в излучателе U_0

В самом деле, предположим, что средой распространения электромагнитных волн является вакуум. Тогда по закону сохранения энергии при условии отсутствия сопротивления проводников, составляющих излучатель, составляющих излучатель, средняя мощность излучения электромагнитных волн \bar{P}_Z будет равна средней мощности колебаний тока $\bar{P}_I = 0.5 R_{rad} I_0^2$ или напряжения $\bar{P}_U = 0.5 U_0^2 / R_{rad}$ в излучателе в зависимости от конкретного устройства возбуждения колебаний в излучателе.

Отсюда следуют формулы для расчёта сопротивления излучения:

$$R_{radI} = 2\bar{P}_Z / I_0^2, \quad (2.20a)$$

$$R_{radU} = 0.5 U_0^2 / \bar{P}_Z. \quad (2.20b)$$

С помощью формулы (2.18a) найдём :

а) *сопротивление излучение* $R_{\text{раде}}$ *диполя Герца* длиной l :

$$R_{\text{раде}} = 20(2\pi l / \lambda)^2. \quad (2.21a)$$

б) *сопротивление излучение* R *изл* P *рамки с током* площадью S :

$$R_{\text{раде}} = 20(S(2\pi / \lambda)^2)^2. \quad (2.21b)$$

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

ГЛАВА 3. Распространение электромагнитных волн в веществе

В третьей главе рассматривается распространение электромагнитных волн в материальных средах. Изложение ведётся с помощью понятий комплексных относительной и магнитной проницаемостей материальных сред, позволяющих изучить особенности распространения электромагнитных волн в магнитно-диэлектрических средах, проводниках и плазме. Вводится широко применяемое в ходе дальнейшего изложения свойств электромагнитных волн понятие комплексной амплитуды для векторов электрического и магнитного полей. Достаточно подробно рассматривается скин - эффект, отражение и прохождение плоской ЭМВ от плоской границы раздела двух сред в случае нормального падения, а также падение на границу раздела двух сред под произвольным углом для волн произвольной поляризации. Подробно разбирается эффект Брюстера и его связь со свойствами дипольного излучения, рассмотренными во второй главе. Завершается глава рассмотрением особенностей стоячих электромагнитных волн на примере отражения плоской электромагнитной волны от плоской границы проводящего тела. Большую роль в изложении материала, посвящённого исследованию распространения электромагнитных волн, играет ознакомление с оригинальными опытами Г. Герца, в которых было дано экспериментальное доказательство электромагнитной природы света, прямолинейного распространения электромагнитных волн подобно световым лучам, свойства поляризации колебаний электромагнитных волн, а также подтверждено установленное Дж. К. Максвеллом соотношение, связывающее показатель преломления среды с её относительной диэлектрической и магнитной проницаемостями.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

$$k = \sqrt{\epsilon\mu}\omega / c \quad (1.9b)$$

[подробнее](#)

$$v_{\text{фаз}} v_{\text{гф}} = c^2 \quad (1.17c)$$

[подробнее](#)

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kx) \quad (3.1a)$$

[подробнее](#)

$$\vec{E}_c = \vec{E}_m \exp(ikx - i\omega t) \quad (3.4a)$$

[подробнее](#)

$$\vec{E}_a(\vec{r}) = \vec{E}_m \exp(ikx) \quad (3.5a)$$

[подробнее](#)

$$\vec{D}_c = \vec{D}_m \exp(ikx - i\omega t) \quad (3.6a)$$

[подробнее](#)

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H}_a(\vec{r}) &= -i \omega \vec{D}_a(\vec{r}) + \vec{j}_a(\vec{r}) \\ \operatorname{rot} \vec{E}_a(\vec{r}) &= i \omega \vec{B}_a(\vec{r}) \\ \operatorname{div} \vec{D}_a(\vec{r}) &= \rho_a(\vec{r}) \\ \operatorname{div} \vec{B}_a(\vec{r}) &= 0 \\ \vec{j}_a(\vec{r}) &= \sigma \vec{E}_a(\vec{r}) + \vec{j}_a(\vec{r}) \end{aligned} \quad (3.8)$$

[подробнее](#)

$$\operatorname{rot} \vec{E}_a(\vec{r}) = i \omega \mu_c(\omega) \mu_0 \vec{H}_a(\vec{r}) \quad (3.9b)$$

[подробнее](#)

$$\varepsilon_c(\omega) = \varepsilon' + i\varepsilon'' \quad (3.12a)$$

[подробнее](#)

$$\varepsilon_c(\omega) = \varepsilon + i\sigma'(\omega\varepsilon_0) \quad (3.10)$$

[подробнее](#)

$$k = n\omega / c \quad (3.2)$$

[подробнее](#)

$$E_{\text{ж}} / H_{\text{ж}} = \zeta = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} \quad (3.3)$$

[подробнее](#)

$$\varepsilon_c(\omega) = \operatorname{Re} \varepsilon_c + i \operatorname{Im} \varepsilon_c = |\varepsilon_c| \exp(i \delta_c) \quad (3.13a)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 3. Распространение электромагнитных волн в веществе

3.1 Уравнение гармонической электромагнитной волны в веществе

Комплексная форма уравнений Максвелла

Как было показано в главе 1, при распространении плоской гармонической электромагнитной волны в однородном веществе с постоянными диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями напряженности электрического и магнитного полей могут быть записаны с помощью выражений (1.9), которые с учетом векторных обозначений перепишем в виде :

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kx); \quad (3.1a)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_m \cos(\omega t - kx), \quad (3.1b)$$

где \vec{E}_m, \vec{H}_m - векторные амплитуды, определяющие направление колебаний электрического и магнитного полей в электромагнитной волне, распространяющейся в направлении оси Ox ; ω - частота колебаний волны; k - волновое число, рассчитываемое в соответствии с (1.9b) и (1.17) по формуле:

$$k = n\omega/c, \quad (3.2)$$

где c - скорость света в вакууме; $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ - показатель преломления среды.

Направление векторов \vec{E}_m, \vec{H}_m и направление распространения электромагнитной волны образуют правую тройку векторов, а соотношение амплитуд векторов полей в соответствии со сказанным в главе 1 о свойствах плоской гармонической волны равно волновому сопротивлению среды распространения (:

$$E_m / H_m = \zeta = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} \quad (3.3)$$

Выражения (3.1) называются уравнениями плоской гармонической электромагнитной волны в веществе и позволяют рассчитать в любой точке вещества в любой момент времени её напряженности электрического и магнитного поля.

Рассмотрим обобщение уравнений плоской волны на среды, в которых энергия электромагнитной волны может поглощаться. Поглощение электромагнитной волны в однородной среде имеет место за счет её проводимости ($\sigma \neq 0$), благодаря которой электромагнитная волна возбуждает токи

проводимости в веществе в соответствии с уравнениями Максвелла (1.1b), а также потерь на поляризацию диэлектриков и намагничивания магнетиков, если среда имеет отличные от единицы значения ϵ и μ .

Для упрощения изучения распространения электромагнитных волн в веществе целесообразно *комплексное представление векторов напряжённости электрического и магнитного полей электромагнитной волны* (3.1):

$$\vec{E}_c = \vec{E}_m \exp(ikx - i\omega t); \quad (3.4a)$$

$$\vec{H}_c = \vec{H}_m \exp(ikx - i\omega t), \quad (3.4b)$$

от которых к выражениям (3.1) переходят взятием действительной части от комплексных выражений \vec{E}_c и \vec{H}_c .

Вместе с комплексным представлением используются *комплексные амплитуды* $\vec{E}_a(\omega)$ и $\vec{H}_a(\omega)$, соответственно равные:

$$\vec{E}_a(\vec{r}) = \vec{E}_m \exp(ikx); \quad (3.5a)$$

$$\vec{H}_a(\vec{r}) = \vec{H}_m \exp(ikx), \quad (3.5b)$$

являющимися выражениями (3.4), в которых опущена экспонента, зависящая от времени.

Для векторов смещения электрического \vec{D} и индукции \vec{B} магнитного полей электромагнитной волны, очевидно, справедливы выражения для комплексных представлений и амплитуд, соответствующие (3.4) и (3.5):

$$\vec{D}_c = \vec{D}_m \exp(ikx - i\omega t); \quad (3.6a)$$

$$\vec{B}_c = \vec{B}_m \exp(ikx - i\omega t); \quad (3.6b)$$

$$\vec{D}_a = \vec{D}_m \exp(ikx); \quad (3.7a)$$

$$\vec{B}_a = \vec{B}_m \exp(ikx), \quad (3.7b)$$

Отметим, что остаются справедливыми материальные уравнения (1.1 a), связывающие комплексные представления и амплитуды векторов \vec{E} и \vec{D} , а также \vec{B} и \vec{H} .

Получим *комплексную форму системы уравнений Максвелла* (1.1a), связывающую между собой комплексные амплитуды $\vec{E}_a, \vec{D}_a, \vec{B}_a, \vec{H}_a$. Для этого подставим выражения (3.4), (3.6) в (1.1b) и после дифференцирования по времени получим:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{rot} \vec{H}_a(\vec{r}) &= -i \omega \vec{D}_a(\vec{r}) + \vec{j}_a(\vec{r}) \\
 \operatorname{rot} \vec{E}_a(\vec{r}) &= i \omega \vec{B}_a(\vec{r}) \\
 \operatorname{div} \vec{D}_a(\vec{r}) &= \rho_a(\vec{r}) \\
 \operatorname{div} \vec{B}_a(\vec{r}) &= 0 \\
 \vec{j}_a(\vec{r}) &= \sigma \vec{E}_a(\vec{r}) + \vec{j}_a^{\text{cm}}(\vec{r})
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

где $\vec{j}_a^{\text{cm}}(\vec{r})$ - комплексная амплитуда плотности стороннего тока, в дальнейшем полагаемая равной нулю, т. е. $\vec{j}_a^{\text{cm}}(\vec{r}) = 0$.

Комплексная диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества

Используя материальные уравнения (1.1a), связывающие комплексные амплитуды векторов напряжённости полей, а также закон Ома в дифференциальной форме, преобразуем первое уравнение системы (3.8) к следующему виду

$$\operatorname{rot} \vec{H}_a(\vec{r}) = -i \omega \epsilon \epsilon_0 \vec{E}_a + \sigma \vec{E}_a = -i \omega \epsilon_0 [\epsilon + i(\sigma / \omega \epsilon_0)] \vec{E}_a = -i \omega \epsilon_0 \epsilon_c(\omega) \vec{E}_a
 \tag{3.9a}$$

где $\epsilon_c(\omega)$ - комплексная диэлектрическая проницаемость, равная

$$\epsilon_c(\omega) = \epsilon + i\sigma / (\omega \epsilon_0).
 \tag{3.10}$$

С помощью материальных уравнений (1.1a) второе уравнение системы преобразуем второе уравнение системы (3.8) к следующему виду

$$\operatorname{rot} \vec{E}_a(\vec{r}) = i \omega \mu_c(\omega) \mu_0 \vec{H}_a(\vec{r}),
 \tag{3.9b}$$

где $\mu_c(\omega)$ - комплексная магнитная проницаемость, появляющаяся в уравнении (3.9b) по аналогии с комплексной диэлектрической проницаемостью, но о которой подробнее говорится ниже.

Комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости связывают комплексные амплитуды векторов напряженности и индукции электрического и магнитного полей по формулам, являющихся обобщением материальных уравнений (1.1a):

$$\vec{D}_a(\vec{r}) = \epsilon_c(\omega) \epsilon_0 \vec{E}_a(\vec{r}),
 \tag{3.11a}$$

$$\vec{B}_a(\vec{r}) = \mu_c(\omega) \mu_0 \vec{H}_a(\vec{r}).
 \tag{3.11b}$$

Очевидно, что эти соотношения справедливы даже в отсутствии проводимости среды $\sigma = 0$. Они имеют глубокий физический смысл и являются следствием процессов поляризации и намагничивания среды, протекающих с конечной скоростью и приводящих к некоторому запаздыванию по времени изменения вектора смещения электрического поля $\vec{D}(\vec{r}, t)$ относительно вектора напряженности электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$, а также вектора индукции магнитного поля $\vec{B}(\vec{r}, t)$ относительно вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}(\vec{r}, t)$. Такое взаимодействие электромагнитной волны со средой распространения составляет основу явлений дисперсии электромагнитных волн и

рассматривается подробнее в главе 4.

Таким образом, комплексная диэлектрическая и магнитные проницаемости среды позволяют учесть такие сопровождающие распространения электромагнитной волны явления как проводимость, дисперсию.

С учётом сказанного комплексная диэлектрическая и магнитные проницаемости могут иметь отличную от нуля мнимую часть даже в отсутствии проводимости среды :

$$\varepsilon_c(\omega) = \varepsilon' + i\varepsilon''; \quad (3.12a)$$

$$\mu_c(\omega) = \mu' + i\mu'', \quad (3.12b)$$

где $\varepsilon' = \operatorname{Re} \varepsilon_c$, $\mu' = \operatorname{Re} \mu_c$ - действительные части, а $\varepsilon'' = \operatorname{Im} \varepsilon_c$, $\mu'' = \operatorname{Im} \mu_c$ мнимые части соответственно ε_c , μ_c .

Формулы (3.12) могут быть переписаны в тригонометрической форме:

$$\varepsilon_c(\omega) = \operatorname{Re} \varepsilon_c + i \operatorname{Im} \varepsilon_c = |\varepsilon_c| \exp(i\delta_\varepsilon); \quad (3.13a)$$

$$\mu_c(\omega) = \operatorname{Re} \mu_c + i \operatorname{Im} \mu_c = |\mu_c| \exp(i\delta_\mu), \quad (3.13b)$$

где

$|\varepsilon_c(\omega)| = \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}$; $|\mu_c(\omega)| = \sqrt{\mu'^2 + \mu''^2}$ модули соответственно диэлектрической и магнитной проницаемости;

$\delta_\varepsilon = \operatorname{arctg}(\varepsilon'' / \varepsilon')$; $\delta_\mu = \operatorname{arctg}(\mu'' / \mu')$ - аргументы соответственно комплексной диэлектрической и магнитной проницаемостей, определяющие соответственно время запаздывания вектора смещения $\vec{D}(t, \vec{r})$ относительно вектора напряженности электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$, а также вектора индукции магнитного поля $\vec{B}(\vec{r}, t)$ относительно вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}(\vec{r}, t)$, наблюдаемое на достаточно высоких частотах (колебаний электромагнитной волны).

Если диэлектрик обладает проводимостью, которая в общем случае также может зависеть от частоты, т.е. $\sigma = \sigma(\omega)$, то **комплексная диэлектрическая проницаемость среды** распространения в соответствии с формулой (3.10) будет иметь вид

$$\varepsilon_c(\omega) = \varepsilon' + i(\varepsilon'' + \sigma(\omega) / (\omega \varepsilon_0)); \quad (3.14)$$

Пренебрегая эффектами запаздывания, т.е. полагая, что $|\varepsilon''| \ll |\sigma(\omega) / (\omega \varepsilon_0)|$, из формулы (3.10) следует, что комплексная диэлектрическая проницаемость имеет действительную часть, совпадающую с электростатической диэлектрической проницаемостью, а мнимая часть определяется проводимостью вещества, обратно пропорциональной ω при $\sigma(\omega) = \text{const}$.

Все перечисленные выше физические причины появления мнимой части у комплексной диэлектрической и магнитной проницаемостей с макроскопической точки зрения не различимы друг, от друга, т.к. вследствие любой из них происходят потери энергии распространяющейся волны в

веществе из-за выделения тепла в объёме распространения волны .

В теорию электромагнитного поля комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости были введены *В. К. Аркадьевым* в 1913г.

Комплексность диэлектрической и магнитной проницаемостей среды приводит в общем случае к комплексности их произведения, а следовательно, и к *комплексности показателя преломления* n , в силу соотношения Максвелла (1.17) равного:

$$n = \sqrt{|\epsilon||\mu|} \exp(i(\delta_\epsilon + \delta_\mu + (\sigma(\omega)/(\omega\epsilon_0))) / 2). \quad (3.15a)$$

Отсюда в случае комплексных диэлектрических и магнитных проницаемостей среды распространения следует *комплексный характер волнового числа* k электромагнитной волны в этой среде в соответствии с формулой (3.2), равного:

$$k = k_0 \sqrt{|\epsilon||\mu|} \exp(i(\delta_\epsilon + \delta_\mu + (\sigma(\omega)/(\omega\epsilon_0))) / 2) = k_{\text{Re}} + k_{\text{Im}}, \quad (3.15b)$$

где $k_0 = \omega/c$ - волновое число волны при её распространении в вакууме;

$k_{\text{Re}} = k_0 \sqrt{|\epsilon||\mu|} \cos(i(\delta_\epsilon + \delta_\mu + (\sigma(\omega)/(\omega\epsilon_0))) / 2)$ - действительная часть волнового числа;

$k_{\text{Im}} = k_0 \sqrt{|\epsilon||\mu|} \sin(i(\delta_\epsilon + \delta_\mu + (\sigma(\omega)/(\omega\epsilon_0))) / 2)$ - мнимая действительная часть волнового числа.

Комплексность диэлектрической и магнитной проницаемостей влечёт за собой также *комплексность волнового сопротивления* среды распространения электромагнитных волн, определяемого в соответствии с формулами (3.3) и (3.13) следующим образом:

$$\zeta = E_{\text{ж}} / H_{\text{ж}} = \zeta_0 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \exp(i(\delta_\mu - \delta_\epsilon - (\sigma(\omega)/(\omega\epsilon_0))) / 2), \quad (3.15c)$$

где $\zeta_0 = 120\pi \text{ Ом}$ - волновое сопротивление вакуума.

На практике находят применение различные вещества, особенности распространения в которых электромагнитных волн определяются зависимостью от их частоты (длины волны) комплексной диэлектрической и магнитной проницаемостей. Это предполагает также зависимость показателя преломления среды, и, следовательно, и фазовой скорости электромагнитных волн от их частоты при распространении в рассматриваемых средах.

Совокупность эффектов распространения электромагнитных волн в средах с зависимостью их оптической плотности от частоты (длины волны) называется *дисперсией электромагнитных волн*. Явление дисперсии более подробно рассматривается далее в главе 4.

Ниже кратко рассматриваются свойства различных сред распространения электромагнитных волн, позволяющие представить вид частотной зависимости их комплексной диэлектрической (магнитной) проницаемости.

$$\varepsilon_c(\omega) = \varepsilon' + i(\varepsilon'' + \sigma(\omega)/(\omega\varepsilon_0)) \quad (3.14)$$

[подробнее](#)

$$\varepsilon_c \approx i \operatorname{Im} \varepsilon \approx i \sigma(\omega) / \omega \varepsilon_0 \quad (3.18)$$

[подробнее](#)

$$\varepsilon_c(\omega) = 1 - (\omega / \omega_p)^2 \quad (3.19)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 3. Распространение электромагнитных волн в веществе**3.2 Классификация сред распространения электромагнитных волн**

Наиболее простой средой с точки зрения эффектов, сопровождающих распространение электромагнитных волн, является вакуум. *Вакуум* представляет собой единственную среду распространения электромагнитных волн, в которой нет дисперсии и потерь, а скорость распространения электромагнитных волн не зависит от частоты. Волновое число k определяет пространственную периодичность (длину волны λ) электромагнитной волны частоты ω в направлении своего распространения:

$$k = 2\pi / \lambda = \omega / c. \quad (3.16a)$$

Отметим, что из этой формулы следует фундаментальный вывод о связи пространственной λ и временной периодичности (периода $T = 2\pi / \omega$) волны, определяемой своей частотой. Фундаментальность этого вывода связана тем, что это является лишь частным случаем проявления *взаимосвязи временных и пространственных характеристик электромагнитных волн* более сложной структуры, чем плоские, в чем мы убедимся ниже в главе 5 при изучении явления *когерентности электромагнитных волн*.

На практике вакуум может являться достаточно адекватной моделью распространения электромагнитных волн в сухом воздухе и в разреженных газообразных средах.

В *диэлектриках*, не являющихся проводниками электричества, при постоянных электрических и магнитных полях проводимостью можно пренебречь. При малых частотах электромагнитного поля значение диэлектрической и магнитной проницаемости можно считать не зависящими от частоты и равными статическим значениям, имеющим место для постоянных полей. В этом случае пространственная и временная периодичности электромагнитной волны имеют качественно такой же характер связи, как и в вакууме. Количественное отличие касается зависимости величины фазовой скорости распространения волны от оптической плотности среды $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, в результате которой длина волны $\lambda_{\text{ср}}$ электромагнитной волны в среде оказывается в n раз меньше волны λ в вакууме:

$$\lambda_{\text{ср}} = \lambda / n \quad (3.16b)$$

Это свойство электромагнитной волны при распространении на некоторое расстояние l в среде с оптической плотностью n позволяет определить *оптическую длину пути* $l_{\text{опт}}$, проходимого волной в среде, определяемую следующим выражением:

$$l_{\text{опт}} = nl. \quad (3.16c)$$

Понятие оптической длины пути и связанное с ним понятие *оптической разности хода* волн лучей

широко используется для объяснения многих оптических явлений и понимания принципов работы оптических приборов.

При распространении электромагнитной волны в среде изменяется по сравнению с вакуумом также соотношение между амплитудами её векторов напряженностей электрического и магнитного полей ввиду зависимости величины волнового сопротивления среды от отношения электрической и магнитной проницаемостей, даваемой формулой (3.3).

При увеличении частоты необходимо учитывать зависимость комплексных значений электрической и магнитной проницаемостей среды от частоты, вследствие особенностей физических процессов поляризации или/и намагничивания среды при распространении электромагнитной волны в диэлектрике / магнетике.

Для примера можно указать статическое значение относительной *диэлектрической проницаемости воды* для постоянных полей $\epsilon = 81$. Для волн инфракрасного диапазона, соответствующих длине волны $\lambda = 1,74 \text{ мкм}$, значение комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon(\omega) = 1,74$.

Объяснение особенностей зависимости $\epsilon(\omega)$ воды от частоты исходит из представлений о воде, как о полярном диэлектрике, поляризация которого происходит вследствие поворота имеющих большую инерцию молекул воды под действием переменного электрического поля электромагнитной волны. Особенно сильная дисперсия резонансного характера отмечается для частот сантиметрового диапазона электромагнитных волн (длина волны $\lambda \approx (1 - 10) \text{ см}$).

Сильную дисперсию имеет водяной пар в диапазоне миллиметровых волн ($\lambda \approx 0,1 \text{ мм}$).

Как правило, сильная дисперсия в некотором диапазоне частот сопровождается значительными потерями энергии распространяющихся электромагнитных волн из-за резонансного характера взаимодействия электромагнитной волны с атомами и молекулами среды.

Для *неполярных диэлектриков*, как то - воздух, бензол, водород, гелий, неон и др. инертные газы, сера, алмаз, соотношение

$$n = \sqrt{\epsilon(0)\mu(0)}, \quad (3.17)$$

определяемое статическими значениями относительных диэлектрических и магнитных проницаемостей, остаётся справедливым вплоть до оптического диапазона электромагнитных волн (частота $10^{14} \dots 10^{15}$ герц).

Объяснение этого факта основано на том, что в неполярных диэлектриках поляризация происходит за счёт *деформации электронной оболочки* составляющих их атомов и молекул. Ввиду малой *инерционности электронов* вектора смещения и напряженности электрического поля колеблются практически в одной фазе вплоть до весьма высоких частот электромагнитных волн, что и приводит к малой дисперсии неполярных диэлектриков.

Можно показать, что *резонансный характер взаимодействия электромагнитных волн с электронами атомов и молекул неполярных диэлектриков* приводит к следующей характерной зависимости их комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon_c(\omega)$ от частоты:

$$\epsilon_c(\omega) = 1 - [\omega_p^2 / (\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_p^2)],$$

где ω_p - резонансная частота; γ - коэффициент, учитывающий потери электромагнитной волны на поляризацию диэлектриков.

В *реальных диэлектриках*, как правило, комплексная диэлектрическая проницаемость может иметь несколько резонансных частот $\{\omega_{p_j}\}; j = 1, \dots, N$, которым будет соответствовать сумма в выражении для $\epsilon_c(\omega)$:

$$\epsilon_c(\omega) = 1 - \sum_{j=1}^N \frac{\omega_{p_j}^2}{\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_{p_j}^2}.$$

Следующий рассматриваемый класс сред распространения составляют металлы, являющиеся проводниками электричества.

Для *неферромагнитных материалов* их электродинамические свойства определяются исключительно проводимостью вещества. Как показывает опыт, *проводимость металлов* во всем диапазоне электромагнитных волн радиочастотного диапазона вплоть до миллиметровых волн сохраняет своё значение, имеющее место для статических полей (при постоянном токе). В оптическом диапазоне, начиная с инфракрасного диапазона, электродинамические свойства имеют более сложный характер в зависимости от частоты электромагнитных волн.

Характерной особенностью *комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon_c(\omega)$ металлов* является значительное превосходство по величине мнимой части $\epsilon_{\text{Im}}(\omega)$ над действительной $\epsilon_{\text{Re}}(\omega)$, которой по этой причине обычно пренебрегают, т.е. полагают в соответствии с формулой (3.14), что:

$$\epsilon_c \approx i \text{Im } \epsilon \approx i \sigma(\omega) / \omega \epsilon_0. \quad (3.18)$$

Величина проводимости для хороших и плохих проводников могут отличаться на два порядка. В качестве примера рассмотрим *медь* с величиной удельной проводимости $\sigma_{\text{Cu}} = 6,010^7 \text{ ом}^{-1}\text{метр}^{-1}$, относящуюся к хорошим проводникам, и *висмут*, являющийся полуметаллом $\sigma_{\text{Bi}} = 8,010^5 \text{ ом}^{-1}\text{метр}^{-1}$.

Найдем значения модулей мнимых частей комплексной диэлектрической проницаемостей для рассмотренной пары металлов по формуле (3.18) для световых волн (частота $f = 3 \cdot 10^{14}$ гц):

$$\epsilon_{\text{Im Cu}}(\omega)_{\text{Cu}} \approx 2000; \epsilon_{\text{Im Bi}}(\omega) = 30.$$

Отсюда следует, что для всех металлов во всем диапазоне радиочастот и отчасти в оптическом диапазоне $\epsilon_{\text{Im}}(\omega) \gg 1$. Это оправдывает пренебрежение действительной части по сравнению с мнимой при расчёте комплексной диэлектрической проницаемости по формуле (3.18).

Из других проводников отметим *электролиты*, проводимость которых обусловлена *ионами*. Проводимость электролитов при низких частотах электромагнитных волн весьма высокая. Однако с ростом частоты проводимость падает и для большинства электролитов для оптического диапазона прозрачны. Отметим, что факт *прозрачности вещества* говорит об отсутствии поглощения электромагнитных волн из-за наличия мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости, обусловленной в основном проводимостью. Для *поваренной соли* проводимость снижается уже в

метровом диапазоне электромагнитных волн.

Отметим, что в зависимости от диапазона электромагнитных волн не только *проводники* могут становиться *изоляторами*, как в примере с поваренной солью, но и наоборот - изоляторы могут становиться проводниками, как это имеет место для этилового спирта, который начинает эффективно поглощать электромагнитные волны в диапазоне длин волн 3 см - 20 см.

Магнитные свойства ферромагнитных веществ весьма сильно изменяются с частотой. Так для ферромагнитных сердечников используемых в радиотехнике значение магнитной проницаемости резко уменьшается с ростом частоты, начиная со звуковых частот (10 - 20 КГц) электромагнитных волн.

Специальные магнитные материалы - *ферриты* , приготовленные на основе порошковой технологии из ферромагнетиков , сохраняют большие значения магнитной проницаемости, характерные для обычных ферромагнетиков для статических полей, и для радиочастот, вплоть до сверхвысокочастотного диапазона электромагнитных волн.

Интересными электродинамическими особенностями обладает *плазма*. Для не слишком интенсивных электромагнитных полей в первом приближении плазму можно считать средой с магнитной проницаемостью $\mu = 1$ и диэлектрической проницаемостью $\epsilon_c(\omega)$, которая может быть вычисляемой по формуле:

$$\epsilon_c(\omega) = 1 - (\omega / \omega_p)^2, \quad (3.19)$$

где $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N / m}$ - т.н. плазменная частота, N - концентрация свободных электронов.

Из формулы (3.19) следует, что электромагнитные волны в плазме, частота которых меньше *плазменной частоты* не распространяются, поскольку диэлектрическая проницаемость плазмы для таких частот отрицательна и, следовательно, показатель преломления и волновое число чисто мнимое.

Понятие комплексной диэлектрической проницаемости среды позволяет рассмотреть с единых позиций комплексных уравнений Максвелла распространение электромагнитных волн в различных средах, что заслуженно имеет большое научно-практическое значение для решения широкого круга естественно - научных и технических задач.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

$$\operatorname{rot} \vec{H}_a(\vec{r}) = -i \omega \epsilon \epsilon_0 \vec{E}_a + \sigma \vec{E}_a = -i \omega \epsilon_0 [\epsilon + i(\sigma / \omega \epsilon_0)] \vec{E}_a = -i \omega \epsilon_0 \epsilon_c(\omega) \vec{E}_a \quad (3.9a)$$

[подробнее](#)

$$\vec{D}_a = \vec{D}_m \exp(ikx) \quad (3.7a)$$

[подробнее](#)

$$k = k_0 \sqrt{|\varepsilon||\mu|} \exp(i(\delta_\varepsilon + \delta_\mu + (\sigma(\omega)/(\omega\varepsilon_0)))/2) = k_{\text{Re}} + k_{\text{Im}} \quad (3.15b)$$

[подробнее](#)

$$A_+ = |A_+| \exp(i\alpha) \quad (3.21c)$$

[подробнее](#)

$$E_{yz}(\vec{r}) = |A_+| \exp(-k_{\text{im}} x) \exp(ik_{\text{Re}} x + i\omega t) \quad (3.22a)$$

[подробнее](#)

$$E_{yz}(\vec{r}) = |A_+| \exp(-k_{\text{Im}} x) \cos(\omega t - k_{\text{Re}} x - \alpha) \quad (3.23c)$$

[подробнее](#)

$$\beta = k_{\text{im}} \quad (3.24a)$$

[подробнее](#)

$$l_e = 1/(2k_{\text{im}}) \quad (3.25)$$

[подробнее](#)

$$n = \sqrt{|\varepsilon||\mu|} \exp(i(\delta_\varepsilon + \delta_\mu + (\sigma(\omega)/(\omega\varepsilon_0))) / 2) \quad (3.15a)$$

[подробнее](#)

$$l_e = \frac{1}{2} \sqrt{c \varepsilon_0 \lambda / (\sigma \pi)} \quad (3.27)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 3. Распространение электромагнитных волн в веществе

3.3 Скин-эффект

Рассмотрим распространение плоской электромагнитной волны вдоль оси OX (рис. 3.1) в её положительном направлении ($x \geq 0$), поляризованной вдоль оси OY , в однородной среде с комплексным значением диэлектрической проницаемости $\epsilon_c(\omega)$, определяемым по формуле (3.14), и со значением магнитной проницаемости, равным единице: $\mu_c(\omega) = 1$. В дальнейшем при изучении свойств электромагнитных волн для упрощения расчётов мы будем всегда полагать значение магнитной проницаемости среды распространения, равной единице.

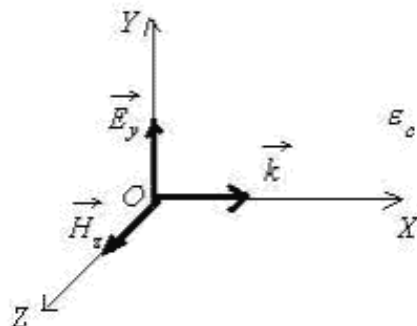


Рис. 3.1.

Также предположим, что комплексный характер диэлектрической проницаемости $\epsilon_c(\omega)$ обусловлен проводимостью среды. Вследствие этого в среде будут возбуждаться токи проводимости и поэтому часть энергии электромагнитной волны превратится в теплоту. В результате следует ожидать уменьшения амплитуды колебаний векторов напряжённости электрического и магнитного полей в электромагнитной волне по мере её распространения вглубь среды. В таких случаях говорят о распространении электромагнитной волны в *среде с потерями*. В рассматриваемой задаче *потери энергии* обусловлены проводимостью среды, а для их нахождения необходимо решить уравнения Максвелла в комплексной форме (3.9).

Решением уравнений Максвелла (3.9) в однородной среде в комплексной форме в виде плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси OX , будут комплексные амплитуды плоских электромагнитных волн, определяемые выражениями (3.5), (3.7), в которых k комплексное число (3.15b), зависящее от комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon_c(\omega)$. С учётом выражение для комплексных амплитуд векторов напряжённости электрического и магнитного полей плоской электромагнитной волны в рассматриваемой среде будут иметь вид :

$$E_{y\text{в}}(\vec{r}) = A_+ \exp(ikx); \quad (3.20a)$$

$$H_{xz}(\vec{r}) = A_+ \exp(ikx) / \zeta. \quad (3.20b)$$

В этих выражениях можно считать также A_+ комплексным числом, если начальная фаза α колебаний электромагнитной волны не равна нулю:

$$A_+ = |A_+| \exp(i\alpha). \quad (3.21c)$$

Учитывая введенные выше обозначения для A_+, k, ζ , получим при их подстановке в (3.21) следующие выражения для искомых комплексных амплитуд электромагнитной волны:

$$E_{yz}(\vec{r}) = |A_+| \exp(-k_{\text{Im}} x) \exp(ik_{\text{Re}} x + i\alpha); \quad (3.22a)$$

$$H_{xz}(\vec{r}) = (1/\zeta) |A_+| \exp(-k_{\text{Im}} x) \exp(ik_{\text{Re}} x + i\alpha). \quad (3.22b)$$

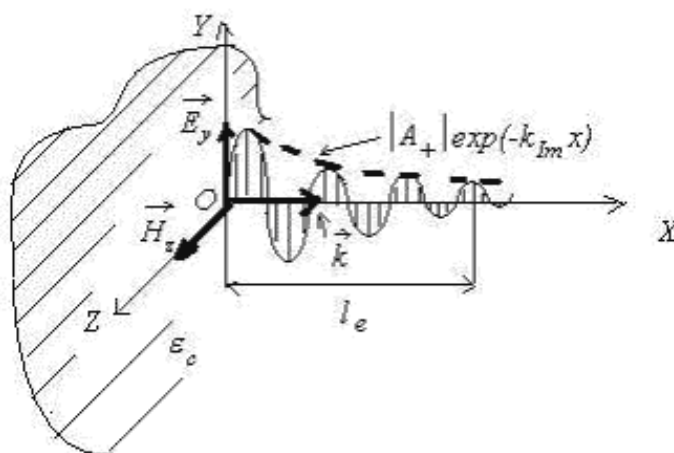


Рис. 3.2.

Для перехода к действительной форме представления колебаний электромагнитной волны необходимо в соответствии с (3.4) определить действительные части выражений (3.22), каждое из которых предварительно умножено на временной фактор $\exp(-i\alpha t)$:

$$E_{yz}(\vec{r}) = |A_+| \exp(-k_{\text{Im}} x) \cos(\alpha t - k_{\text{Re}} x - \alpha); \quad (3.23c)$$

$$H_{xz}(\vec{r}) = (1/\zeta) |A_+| \exp(-k_{\text{Im}} x) \cos(\alpha t - k_{\text{Re}} x - \alpha) \quad (3.23d)$$

Из этих выражений следует, что для сред с комплексным показателем преломления напряженности электрического и магнитного полей электромагнитной волны по мере своего распространения вглубь среды на расстояние x затухает по экспоненте $\exp(-\beta x)$ (рис. 3.2), степень затухания β которой определяется мнимой частью волнового числа электромагнитной волны в данной среде:

$$\beta = k_{\text{Im}}. \quad (3.24a)$$

Если затухание волны на расстоянии своего распространения x не велико, т. е. для $x k_{\text{Im}} \ll 1$, то электромагнитная волна приближенно может считаться периодической в пространстве (рис. 3.2), причём, её пространственный период l_s определяется модулем действительной части волнового

числа волны в данной среде:

$$l_s = 2\pi / |k_{\text{Re}}|. \quad (3.24b)$$

В среде без потерь $k_{\text{Im}} = 0$:

$$l_s = \lambda / n \quad (3.24c)$$

где λ - длина волны в вакууме; $n = \sqrt{\epsilon}$ - показатель преломления среды.

При наличии проводимости среды электромагнитная волна будет затухать по мере своего распространения вглубь среды, т. е. амплитуды её электрического и магнитного полей будут стремиться к нулю. Это уменьшение будет сопровождаться ослаблением до нуля потока мощности электромагнитного поля волны. Таким образом, в зависимости от степени затухания волны на какой-то длине своего распространения l_e амплитуды полей волны можно будет считать равными нулю. Это обозначает, что электромагнитное поле проникает в среду с потерями на конечную глубину.

Эффект проникновения электромагнитного поля в среду с потерями на конечную глубину составляет суть скин-эффекта. Количественной характеристикой скин-эффекта является *глубина проникновения электромагнитного поля в среду с потерями*, называемая *толщиной скин-слоя*.

Для оценки толщины скин-слоя l_e определяется расстояние, на котором величина среднего потока мощности электромагнитного поля, переносимого волной, уменьшится в 'e' раз по сравнению с его значением на границе среды (рис. 3.2). Учитывая, что средний поток мощности в соответствии с выражением (1.26) пропорционален квадрату модуля любого из векторов напряженностей электрического и магнитного полей, получаем из (3.23) и (3.24):

$$l_e = 1/(2k_{\text{Im}}). \quad (3.25)$$

Итак, в средах с комплексным значением диэлектрической проницаемости, в частности в средах с потерями, глубина проникновения электромагнитной волны имеет конечное значение и определяется мнимой частью комплексной диэлектрической проницаемости. Действительной частью диэлектрической проницаемости определяется пространственная периодичность электромагнитной волны вблизи границы среды.

Оценим толщину скин-слоя для проводников. Для проводников мнимая часть $\epsilon'' = \text{Im } \epsilon_c$ в соответствии с (3.18) комплексной диэлектрической проницаемости определяется их удельной проводимостью, т.е. $\epsilon'' \approx \sigma(\omega)$. Причем, характерно значительное превышение модуля мнимой части ϵ_c над действительной.

Учитывая эти соображения, для расчёта толщины скин-слоя по формуле (3.25) необходимо рассчитать мнимую часть волнового числа k_{Im} , равную в соответствии с (3.15) и (3.18):

$$k_{\text{Im}} = k_0 \sqrt{\epsilon_c} = k_0 \sqrt{\sigma / (2\omega\epsilon_0)}. \quad (3.26)$$

Отсюда следует выражение для расчёта глубины скин-слоя в среде с удельной проводимостью σ :

$$l_e = \frac{1}{2} \sqrt{c \epsilon_0 \lambda / (\sigma \pi)}, \quad (3.27)$$

где λ - длина волны в вакууме.

Оценим по порядку величины глубину проникновения электромагнитной волны внутрь хорошего проводника. Хорошо известны *проводящие свойства меди*, широко используемые на практике. Для меди значение удельной проводимости $\sigma = 6,010^7$ ом⁻¹метр⁻¹ в выражении (3.27) приводит в зависимости от длины электромагнитной волны к следующим толщинам скин-слоя:

$$l_e = 0,4 \text{ мм для } \lambda_e = 10 \text{ км};$$

$$l_e = 40 \text{ мкм для } \lambda_e = 100 \text{ м};$$

$$l_e = 4,0 \text{ мкм для } \lambda_e = 1 \text{ м};$$

$$l_e = 0,4 \text{ мкм для } \lambda_e = 1 \text{ см}$$

Результаты расчетов показывают, что при уменьшении длины волны в 100 раз, глубина проникновения волны уменьшается в 10 раз в соответствии с формулой (3.27), отмечающей её зависимость от корня квадратного длины волны.

Для идеального проводника $\sigma \rightarrow \infty$ и толщина скин-слоя $l_e \rightarrow 0$ стремится к нулю, т. е. электромагнитная волна при облучении идеального проводящего тела не проникает внутрь и полностью отражается от его поверхности. Именно этим обстоятельством объясняется характерный блеск металлических тел, являющихся хорошими проводниками.

Для плохих проводников, идеальных диэлектриков, $\sigma \rightarrow 0$ и толщина скин-слоя $l_e \rightarrow \infty$. Иными словами электромагнитная волна может беспрепятственно распространяться внутри идеального диэлектрика без уменьшения амплитуд векторов напряженностей электромагнитных полей по мере её прохождения идеального диэлектрика. По этой причине внешние поверхности хороших диэлектриков не являются столь блестящими при отражении света, как поверхности металлов.

$$r = A_{\gamma} / A_{+}; d = A_{\alpha} / A_{+} \quad (3.31)$$

[подробнее](#)

$$E_- = A_+ \exp(ik_0 x) + A_- \exp(-ik_0 x) \quad (3.29a)$$

[подробнее](#)

$$E_+ = A_2 \exp(ikx) \quad (3.30a)$$

[подробнее](#)

$$r = (\xi - \xi_0) / (\xi + \xi_0) \quad (3.33a)$$

[подробнее](#)

$$r = (1 - n) / (1 + n) \quad (3.34a)$$

[подробнее](#)

$$\bar{S}_r + \bar{S}_d = 0.5 |A_d|^2 \left\{ \left[\frac{(1-n)}{(1+n)} \right]^2 + \left[\frac{4n}{(n+1)} \right]^2 \right\} / \zeta_0 = 0.5 |A_{\text{зад}}|^2 / \zeta_0 = \bar{S}_{\text{зад}}$$

(3.37)

[подробнее](#)

$$\bar{S}_{\text{пл}} = 0.5 |A_{\text{пл}}|^2 / |\epsilon_0| \quad (3.36a)$$

[подробнее](#)

$$E_{\text{полюса}} = A_{\perp} \exp[ik_0 \cos(\varphi)x + ik_0 \sin(\varphi)y] \quad (3.40a)$$

[подробнее](#)

$$A_{\perp} \exp[ik_0 \sin(\varphi)y] + A_{\perp} \exp[-ik_0 \sin(\varphi)y] = A_z \exp[ik \sin(\theta)] \quad (3.41a)$$

[подробнее](#)

$$\begin{aligned} & \{ \cos(\varphi) A_{\perp} \exp[ik_0 \sin(\varphi)y] - \cos(\varphi_r) A_{r\perp} \exp[-ik_0 \sin(\varphi_r)y] \} / \zeta_0 = \\ & = \cos(\theta) A_{\theta} \exp[ik \sin(\theta)] / \zeta \end{aligned} \quad (3.41b)$$

[подробнее](#)

$$\varphi_y = -\varphi \quad (3.42a)$$

[подробнее](#)

$$k_0 \sin(\varphi) = k \sin(\theta) \quad (3.42b)$$

[подробнее](#)

$$n_{12} = n_1 / n_2 \quad (3.35)$$

[подробнее](#)

$$r_{\perp} = A_{r_{\perp}} / A_{\perp}; d_{\perp} = A_{d_{\perp}} / A_{\perp} \quad (3.45)$$

[подробнее](#)

$$r_{\perp} = [\zeta \cos(\varphi) - \zeta_0 \cos(\theta)] / [\zeta \cos(\varphi) + \zeta_0 \cos(\theta)] \quad (3.46a)$$

[подробнее](#)

$$\sin(\theta) / \sin(\varphi) = k / k_0 = n \quad (3.43)$$

[подробнее](#)

$$E_{\text{наб}} + E_{\text{г}} = E_{\text{д}} \quad (3.47a)$$

[подробнее](#)

$$r_{\perp} = [\zeta_0 \cos(\varphi) - \zeta \cos(\theta)] / [\zeta_0 \cos(\varphi) + \zeta \cos(\theta)] \quad (3.51a)$$

[подробнее](#)

$$\operatorname{tg}(\varphi_b) = n_2 / n_1 = n_{21} \quad (3.53a)$$

[подробнее](#)

$$E_- = -i2A_+ \sin(k_0 x) \quad (3.54a)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 3. Распространение электромагнитных волн в веществе

3.4 Отражение и прохождение электромагнитной волны через плоскую границу раздела двух сред с различными значениями их диэлектрических и магнитных проницаемостей

Понятие о коэффициенте отражения и прохождения электромагнитной волны через плоскую границу раздела двух сред

Рассмотрим задачу об *отражении и прохождении плоской электромагнитной волны с длиной волны λ от плоской границы раздела между двумя средами* (рис. 3.3), одно из которых при $x \geq 0$ заполнено диэлектриком без потерь со значением относительной диэлектрической и магнитной проницаемости соответственно равными ϵ и μ , а другое при $x \leq 0$ - вакуум ($\epsilon = 1; \mu = 1$).

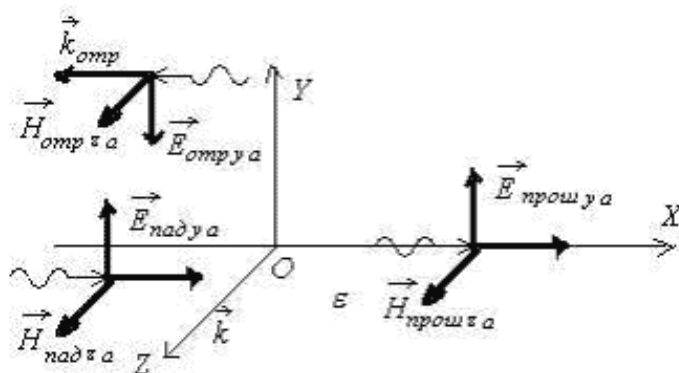


Рис. 3.3.

Предположим, что электромагнитная волна падает на границу раздела перпендикулярно границе раздела, т.е. распространяется в положительном направлении оси OX (рис. 3.3). Для определённости будем считать, падающую волну с вектором напряженности электрического поля, направленным вдоль оси OY . Тогда вектор напряженности магнитного поля будет направлен вдоль оси OZ . Отметим, что в силу симметрии рассматриваемой задачи результат её решения не должен вообще зависеть от выбранной поляризации электромагнитной волны. Действительно для любой электромагнитной волны, падающей нормально к поверхности раздела вакуум/диэлектрик всегда можно ориентировать оси декартовой системы координат, чтобы ось OY была направлена вдоль направления колебаний напряженности электрического поля падающей волны.

Итак, в соответствии со сделанными предположениями можно написать следующие выражения для комплексных амплитуд напряженности электрического E_{yz} и магнитного полей \vec{H}_{xz} :

$$E_{yz}(\vec{r}) = A_+ \exp(ik_0 x); \quad (3.28a)$$

$$H_{\text{падающая}}(\vec{r}) = A_+ \exp(ik_0 x) / \zeta_0, \quad (3.28b)$$

где A_+ - амплитуда падающей волны¹; $k_0 = 2\pi / \lambda$ - волновое число падающей волны;
 $\zeta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} = 120\pi$ ом - волновое сопротивление вакуума.

В результате взаимодействия падающей волны с границей раздела в левом полупространстве ($x \leq 0$) возникнет отраженная волна с амплитудой A_r , распространяющаяся в отрицательном направлении оси OX . Кроме того, в правом полупространстве ($x \geq 0$) будет распространяться прошедшая волна с амплитудой A_d . Очевидно, направление колебаний векторов напряженности электрического поля всех волн параллельно оси OY , а направление колебаний векторов напряженности магнитного поля параллельно оси OZ , как в падающей волне.

Рассмотрим выражение для комплексных амплитуд векторов напряженностей электрического и магнитного полей слева и справа от границы раздела вакуум/диэлектрик:

а) для левого полупространства $x \leq 0$:

$$E_- = A_+ \exp(ik_0 x) + A_r \exp(-ik_0 x); \quad (3.29a)$$

$$H_- = (A_+ \exp(ik_0 x) - A_r \exp(-ik_0 x)) / \zeta_0; \quad (3.29b)$$

б) для правого полупространства $x \geq 0$:

$$E_+ = A_d \exp(ikx); \quad (3.30a)$$

$$H_+ = A_d \exp(ikx) / \zeta_0, \quad (3.30b)$$

где $k = k_0 n$ - волновое число электромагнитной волны в среде с показателем преломления

$n = \sqrt{\epsilon \mu}$; $\zeta = \zeta_0 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ - волновое сопротивление среды распространения с показателем преломления n (в частном случае среды с магнитной проницаемостью равной единице ($\mu = 1$; $\zeta = \zeta_0 / n$)).

Для решения задачи взаимодействия падающей электромагнитной волны с границей раздела двух сред надо определить неизвестные коэффициенты A_r и A_d . В дальнейшем удобно вместо этих коэффициентов рассматривать их значения r и d , отнормированные на амплитуду падающей волны, т. е.:

$$r = A_r / A_+; d = A_d / A_+. \quad (3.31)$$

Определённые соотношением (3.31) коэффициенты r и d называются соответственно *коэффициентами отражения и прохождения электромагнитной волны по амплитуде*.

Для определения неизвестных коэффициентов r и d используем условия непрерывности тангенциальных компонент векторов напряженности электрического и магнитного полей на границе раздела двух сред. В рассматриваемой задаче компоненты векторов напряженностей всех волн:

падающей, отраженной и прошедшей являются тангенциальными, поскольку они параллельны плоской границе раздела вакуум - диэлектрик, соответствующей плоскости $x = 0$.

Таким образом, неизвестные коэффициенты r и d могут быть найдены из уравнений, получающихся после приравнивания при $x = 0$ соответственно E_- и E_+ , а также H_- и H_+ , каждое из которых определено в (3.29) и (3.30):

$$1 + r = d; \quad (3.32a)$$

$$(1 - r) / \epsilon_0 = d / \epsilon. \quad (3.32b)$$

Отсюда находим, что искомые коэффициенты r и d , в случае произвольных ϵ и μ равны:

$$r = (\epsilon - \epsilon_0) / (\epsilon + \epsilon_0); \quad (3.33a)$$

$$d = 2\epsilon / (\epsilon + \epsilon_0). \quad (3.33b)$$

В частном случае для $\mu = 1$ имеем $\epsilon = \epsilon_0 / n$ и из выражений (3.33) следует, что:

$$r = (1 - n) / (1 + n); \quad (3.34a)$$

$$d = 2 / (1 + n) \quad (3.34b)$$

Из выражения (3.34) следует, что при $n > 1$ коэффициент отражения по амплитуде $r < 0$. Это означает, что при *отражении электромагнитной волны от границы раздела вакуум/диэлектрик фаза отраженной волны отличается на 180° от фазы падающей волны.*

Этот эффект имеет место также и в более общем случае, когда электромагнитная волна распространяется через границу раздела из среды с меньшей оптической плотностью n_1 в среду, где оптическая плотность n_2 больше, т.е. $n_2 > n_1$. В самом деле, если ввести в рассмотрение относительный показатель преломления двух сред с помощью выражения:

$$n_{12} = n_1 / n_2, \quad (3.35)$$

и повторить вывод формул (3.33) и (3.34), то получатся выражения, отличающиеся от полученных ранее тем, что в них вместо показателя преломления n будет относительный показатель преломления n_{12} , а 0 и ∞ (являются волновыми сопротивлениями сред соответственно с оптической плотностью n_1, n_2). Тогда отрицательные значения коэффициента отражения r будут иметь место при $n_{12} > 1$, что и является подтверждением справедливости сделанного выше обобщения.

Рассчитаем теперь *средние плотности потоков мощности* $\vec{S}_{E\vec{B}}, \vec{S}_r, \vec{S}_d$, которые переносятся соответственно падающей, отражённой и прошедшей через границу раздела двух сред электромагнитными волнами. Для этой цели определим вектора Пойнтинга каждой из перечисленных волн с помощью формулы (1.54), использующей комплексные амплитуды векторов электрического и магнитного поля электромагнитной волны:

$$\vec{S}_{\text{пад}} = 0.5 |A_{\text{пад}}|^2 / |\epsilon_0|; \quad (3.36a)$$

$$\vec{S}_r = 0.5 |A_{\text{отб}}|^2 / r^2 / |\epsilon_0|; \quad (3.36b)$$

$$\vec{S}_d = 0.5 |A_{\text{отб}}|^2 / d^2 / |\epsilon|. \quad (3.36c)$$

Найдем сумму плотностей потоков энергии, переносимых прошедшей и отражённой волны с учетом выражений (3.34) для коэффициентов r и d :

$$\vec{S}_r + \vec{S}_d = 0.5 |A_d|^2 \{ [(1-n)/(1+n)]^2 + [4n/(n+1)]^2 \} / \epsilon_0 = 0.5 |A_{\text{пад}}|^2 / \epsilon_0 = \vec{S}_{\text{пад}}. \quad (3.37)$$

Из этого выражения следует, что при прохождении электромагнитной волны через границу раздела вакуум/диэлектрик выполняется закон сохранения плотностей потоков энергии, поскольку поток энергии падающей волны перераспределяется между потоками энергии отраженной и прошедшей через границу раздела волнами.

В силу замечания, сделанного выше, закон сохранения плотностей потоков энергии (3.37) остаётся справедливым и при распространении волны из одной среды с показателем преломления n_1 в другую среду с показателем преломления n_2 .

Наряду с коэффициентами отражения волны по амплитуде вводятся *коэффициенты отражения R и прохождения D электромагнитной волны по мощности*, определяемые в соответствии с выражениями (3.36) :

$$R = |\vec{S}_r|^2 / |\vec{S}_{\text{пад}}|^2 = |r|^2; \quad (3.38a)$$

$$D = |\vec{S}_d|^2 / |\vec{S}_{\text{пад}}|^2 = |d|^2 n. \quad (3.38b)$$

Вследствии *закона сохранения потоков энергии (3.37)* коэффициенты отражения R и прохождения D электромагнитной волны по мощности связаны между собой соотношением

$$R + D = 1, \quad (3.39)$$

позволяющим находить один из неизвестных коэффициентов отражения/прохождения по мощности, если известен другой.

Формулы Френеля.

Рассмотрим обобщение полученных выше формул для расчёта коэффициентов отражения и прохождения электромагнитной волны на случай, когда направление распространения волны составляет произвольный угол φ с нормалью к плоской границе раздела вакуум/диэлектрик с диэлектрической ϵ и магнитной $\mu = 1$ проницаемостями (рис. 3.4). Как и выше, будем считать, что границей является плоскость $x = 0$, разделяющая полупространство $x > 0$, заполненное диэлектриком, и вакуум ($x < 0$).

Для решения этой задачи необходимо принять во внимание поляризацию падающей на границу раздела волны. Для задания поляризации электромагнитной волны относительно границы раздела

вакуум/диэлектрик определим *плоскость падения электромагнитной волны*, образованную направлением распространения волны и вектором нормали к плоской границе.

Выше при обсуждении свойств плоских электромагнитных волн в главе 1 мы отмечали, что произвольная плоская электромагнитная волна может быть представлена в виде суммы двух плоских электромагнитных волн, поляризация которых взаимно перпендикулярна. Следуя этому свойству в нашем случае можно представить падающую на плоскую границу электромагнитную волну в виде суммы двух электромагнитных волн, одна из которых с векторами напряженностей электрического \vec{E}_{\parallel} и магнитного \vec{H}_{\parallel} полей поляризована в плоскости падения, а другая с векторами напряженностей электрического \vec{E}_{\perp} и магнитного \vec{H}_{\perp} полей поляризована в плоскости, перпендикулярной плоскости падения.

Определим компоненты ортогонально поляризованных электромагнитных волн через вектора напряженностей электрического $\vec{E}_{\text{пад}}$ и магнитного $\vec{H}_{\text{пад}}$ поля падающей волны. Очевидно, выбором системы координат всегда можно выбрать плоскость падения совпадающей с координатной плоскостью XOY . Тогда $H_{\parallel} = H_{\text{пад}x}$, а $E_{\parallel} = E_{\text{пад}xOY}$. Аналогично рассуждая, получим, что $E_{\perp} = E_{\text{пад}z}$; $H_{\perp} = H_{\text{пад}xOY}$.

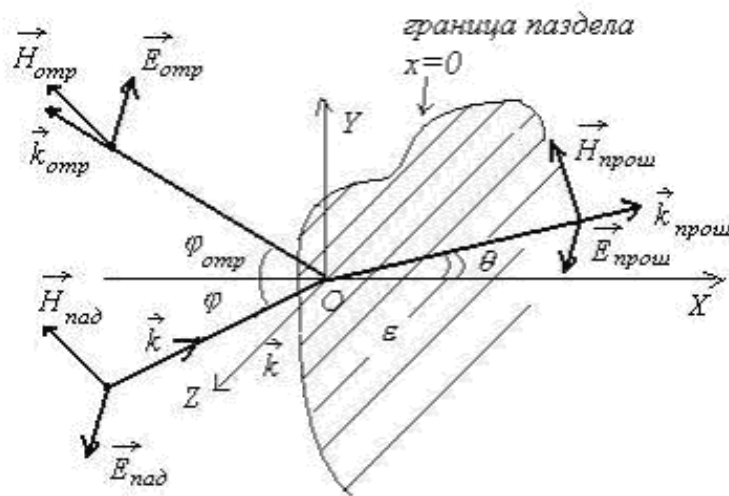


Рис. 3.4.

Рассмотрим для определённости перпендикулярную поляризацию падающей волны (рис. 3.4). В этом случае справедливы следующие *аналитические выражения для комплексных амплитуд компонент векторов полей падающей, отраженной и прошедшей электромагнитных волн, каждая из которых будет поляризована перпендикулярно плоскости падения*:

$$E_{\text{пада}z} = A_{\perp} \exp[ik_0 \cos(\varphi)x + ik_0 \sin(\varphi)y]; \quad (3.40a)$$

$$H_{\text{пад}xOYz} = A_{\perp} \exp[ik_0 \cos(\varphi)x + ik_0 \sin(\varphi)y] / \epsilon_0; \quad (3.40b)$$

$$E_{\text{отр}z} = A_{\perp} \exp[-ik_0 \cos(\varphi_{\text{отр}})x - ik_0 \sin(\varphi_{\text{отр}})y]; \quad (3.40c)$$

$$H_{\text{отр}xOYz} = -A_{\perp} \exp[-ik_0 \cos(\varphi_{\text{отр}})x - ik_0 \sin(\varphi_{\text{отр}})y] / \epsilon_0; \quad (3.40d)$$

$$E_{\text{дзз}} = A_{\text{д}\perp} \exp[ik \cos(\theta)x + ik \sin(\theta)y]; \quad (3.40e)$$

$$H_{\text{дхoyz}} = A_{\text{д}\perp} \exp[ik \cos(\theta)x + ik \sin(\theta)y] / \zeta, \quad (3.40f)$$

где A_{\perp} - амплитуда падающей перпендикулярно поляризованной волны; $A_{\text{r}\perp}$ - амплитуда отражённой волны; $A_{\text{д}\perp}$ - амплитуда прошедшей волны; φ_{r} - подлежащий определению угол, отсчитываемый от направления нормали к поверхности раздела, в котором распространяется отражённая волна; θ - подлежащий определению угол, отсчитываемый от направления нормали к поверхности раздела, в котором распространяется прошедшая волна; k_0, k - волновые числа электромагнитных волн, распространяющиеся соответственно в вакууме и в диэлектрике, определённые выражениями (3.29) и (3.30); ζ_0, ζ - волновые сопротивления соответственно вакуума и диэлектрика, определённые выражениями (3.29) и (3.30).

Амплитуды векторов полей отражённой $A_{\text{r}\perp}$ и прошедшей $A_{\text{д}\perp}$ волн в выражениях (3.40) подлежат определению из условия непрерывности тангенциальных, т.е. параллельных границе раздела компонент векторов напряженностей электрического и магнитного полей на границе вакуум/диэлектрик. Для перпендикулярной поляризации тангенциальными компонентами векторов напряженности электрического поля являются их z - вые компоненты, т.е. $E_{\text{надзз}}, E_{\text{рзз}}, E_{\text{дзз}}$. Для векторов напряженности магнитного поля тангенциальными будут их y - вые компоненты, т.е. $H_{\text{надыз}}, H_{\text{рyz}}, H_{\text{дыз}}$.

Запишем *уравнения непрерывности тангенциальных компонент комплексных амплитуд векторов напряжённости электрического и магнитного полей, которые имеют место в плоскости границы раздела*, т.е. при $x = 0$:

$$E_{\text{надзз}} + E_{\text{рзз}} = E_{\text{дзз}}; \quad (3.41a)$$

$$H_{\text{надыз}} + H_{\text{рyz}} = H_{\text{дыз}} \quad (3.41b)$$

Очевидно, уравнения (3.41) представляют собой линейную систему двух уравнений с двумя неизвестными $A_{\text{r}\perp}$ и $A_{\text{д}\perp}$, которая получается при подстановке в (3.41) выражений (3.40):

$$A_{\perp} \exp[ik_0 \sin(\varphi)y] + A_{\text{r}\perp} \exp[-ik_0 \sin(\varphi_{\text{r}})y] = A_{\text{д}\perp} \exp[ik \sin(\theta)y]; \quad (3.41a)$$

$$\begin{aligned} & \{\cos(\varphi)A_{\perp} \exp[ik_0 \sin(\varphi)y] - \cos(\varphi_{\text{r}})A_{\text{r}\perp} \exp[-ik_0 \sin(\varphi_{\text{r}})y]\} / \zeta_0 = \\ & = \cos(\theta)A_{\text{д}\perp} \exp[ik \sin(\theta)y] / \zeta \end{aligned} \quad (3.41b)$$

Заметим, что появление косинусов углов, на которые умножаются $A_{\perp}, A_{\text{r}\perp}, A_{\text{д}\perp}$ в выражении (3.41b), связано с проектированием на ось OY векторов напряжённости магнитных полей рассматриваемых электромагнитных волн.

Решение системы уравнений относительно $A_{\text{r}\perp}$ и $A_{\text{д}\perp}$ возможно лишь при условии определённых соотношений между углами распространения падающей прошедшей и отражённой волн, а именно:

$$\varphi_{\text{r}} = -\varphi; \quad (3.42a)$$

$$k_0 \sin(\varphi) = k \sin(\theta) . \quad (3.42b)$$

Соотношение (3.42a) представляет собой *закон зеркального отражения*, согласно которому угол падения волны или оптического луча равен углу отражения, если последний отсчитывается от нормали (знак минус в этом соотношении учитывает изменение направления распространения отражённого луча на противоположное падающему).

Соотношение (3.42b) есть не что иное, как *закон преломления*, иначе зазываемый *законом Снеллиуса*, согласно которому отношение синусов углов преломлённой (прошедшей) и падающей волн (лучей) равно показателю преломления волны (луча), если волна падает из вакуума и относительному показателю преломления двух сред (3.35), лежащих по обе стороны от границы раздела . Действительно, выражение (3.42b) может быть преобразовано с помощью соотношения (3.30) между волновыми числами электромагнитной волны в вакууме и в диэлектрике к виду:

$$\sin(\theta) / \sin(\varphi) = k / k_0 = n . \quad (3.43)$$

Отсюда следует вывод, что известные *законы геометрической оптики*, определяющие отражение и преломление световых пучков от границы раздела двух сред являются следствием *волновой природы света*, о чем говорилось в главе 1 при обсуждении *шкалы электромагнитных волн*.

Учитывая выражения (3.42) представим исходную систему уравнений (3.41) относительно неизвестных коэффициентов $A_{r\perp}$ и $A_{d\perp}$ в следующем виде:

$$A_{\perp} + A_{r\perp} = A_d ; \quad (3.44a)$$

$$\cos(\varphi)(A_{\perp} - A_{r\perp}) / \zeta_0 = \cos(\theta) A_d / \zeta , \quad (3.44b)$$

Решая эту систему можно получить выражения, определяющие амплитуды отраженной $A_{r\perp}$ и прошедшей $A_{d\perp}$ волн поляризованных перпендикулярно плоскости падения на границу раздела. Как и в случае нормального падения электромагнитной волны на границу раздела вводятся амплитудные коэффициенты отражения r_{\perp} и прохождения d_{\perp} перпендикулярно поляризованной волны, определяемые формулами:

$$r_{\perp} = A_{r\perp} / A_{\perp}; d_{\perp} = A_{d\perp} / A_{\perp} , \quad (3.45)$$

Из (3.45) для этих коэффициентов получим:

$$r_{\perp} = [\zeta \cos(\varphi) - \zeta_0 \cos(\theta)] / [\zeta \cos(\varphi) + \zeta_0 \cos(\theta)] ; \quad (3.46a)$$

$$d_{\perp} = 2\zeta \cos(\varphi) / [\zeta \cos(\varphi) + \zeta_0 \cos(\theta)] . \quad (3.46b)$$

Перепишем полученные соотношения, используя формулы (3.3) для ζ_0, ζ :

$$r_{\perp} = [\sqrt{\mu} \cos(\varphi) - \sqrt{\epsilon} \cos(\theta)] / [\sqrt{\mu} \cos(\varphi) + \sqrt{\epsilon} \cos(\theta)] ; \quad (3.46c)$$

$$d_{\perp} = 2\sqrt{\mu} \cos(\varphi) / [\sqrt{\mu} \cos(\varphi) + \sqrt{\epsilon} \cos(\theta)]. \quad (3.46d)$$

При $\varphi = 0$ выражения (3.46) совпадают с ранее полученными формулами (3.33) поскольку в соответствии с законом Снеллиуса (3.43) в этом случае $\theta = 0$ и все косинусы в (3.46) равны единицы.

Аналогичным образом можно рассмотреть *распространение через границу раздела электромагнитной волны, поляризованной параллельно плоскости падения* (рис. 3.5). В соответствии со сказанным выше комплексные амплитуды отраженной и прошедшей волн определяются из условия непрерывности на границе раздела z - вых составляющих комплексных амплитуд магнитных полей и y - вых составляющих комплексных амплитуд электрических полей падающей, отраженной и прошедших волн. Иными словами, при $x=0$ должны иметь место следующие соотношения:

$$E_{надыз} + E_{рыз} = E_{дыз}; \quad (3.47a)$$

$$H_{надыз} + H_{рыз} = H_{дыз}, \quad (3.47b)$$

в которых

$$E_{надыз} = \cos(\varphi) A_{\parallel} \exp[ik_0 \sin(\varphi)y]; \quad (3.48a)$$

$$H_{надыз} = A_{\parallel} \exp[+ik_0 \sin(\varphi)y] / \zeta_0; \quad (3.48b)$$

$$E_{рыз} = \cos(\varphi) A_{\parallel} \exp[-ik_0 \sin(\varphi)y]; \quad (3.48c)$$

$$H_{рыз} = -A_{\parallel} \exp[-ik_0 \sin(\varphi)y] / \zeta_0; \quad (3.48d)$$

$$E_{дыз} = \cos(\theta) A_{\parallel} \exp[ik \sin(\theta)y]; \quad (3.48e)$$

$$H_{дыз} = A_{\parallel} \exp[ik \sin(\theta)y] / \zeta, \quad (3.48f)$$

приняты обозначения, используемые в выражениях (3.40) применительно к случаю параллельно поляризованной падающей волны, на что указывает нижний индекс '||'.

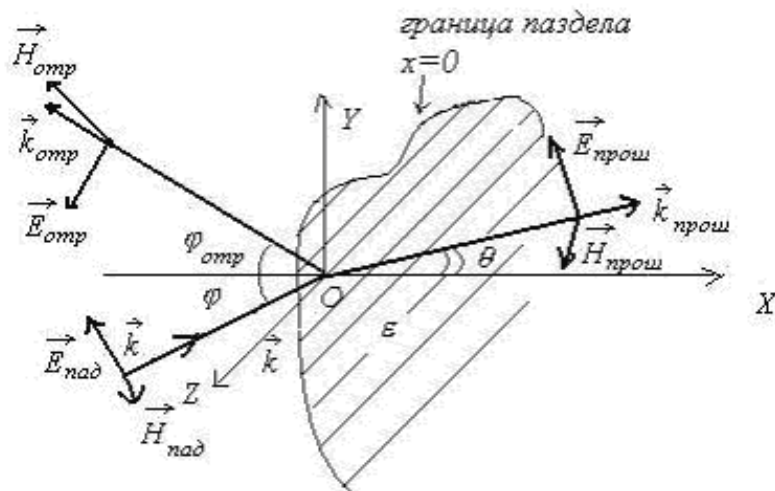


Рис. 3.5.

Для возможности определения решения системы уравнений (3.47) должны также очевидно выполняться соотношения (3.42) между углами распространения падающей, отраженной и прошедшей волн. С учётом этого получим систему линейных уравнений для определения неизвестных коэффициентов $A_{r\perp}$ и $A_{d\perp}$:

$$\cos(\varphi)(A_{\parallel} + A_{r\parallel}) = \cos(\theta)A_{d\parallel}; \quad (3.49a)$$

$$(A_{\parallel} - A_{r\parallel})/\zeta_0 = A_{d\parallel}/\zeta. \quad (3.49b)$$

Использование для решения этой системы уравнений амплитудных *коэффициентов отражения* r_{\parallel} и *прохождения* d_{\parallel} *параллельно поляризованной волны*

$$r_{\parallel} = A_{r\parallel}/A_{\parallel}; d_{\parallel} = A_{d\parallel}/A_{\parallel}, \quad (3.50)$$

приводит к следующему результату:

$$r_{\perp} = [\zeta_0 \cos(\varphi) - \zeta \cos(\theta)] / [\zeta_0 \cos(\varphi) + \zeta \cos(\theta)]; \quad (3.51a)$$

$$d_{\parallel} = 2\zeta \cos(\varphi) / [\zeta_0 \cos(\varphi) + \zeta \cos(\theta)]. \quad (3.51b)$$

Эти соотношения могут быть записаны, выражая волновые сопротивления по формуле (3.3) через значения магнитной и диэлектрической проницаемости среды:

$$r_{\parallel} = [\sqrt{\epsilon} \cos(\varphi) - \sqrt{\mu} \cos(\theta)] / [\sqrt{\epsilon} \cos(\varphi) + \sqrt{\mu} \cos(\theta)]; \quad (3.51c)$$

$$d_{\perp} = 2\sqrt{\mu} \cos(\varphi) / [\sqrt{\epsilon} \cos(\varphi) + \sqrt{\mu} \cos(\theta)]. \quad (3.51d)$$

Формулы (3.46) и (3.51) называются *формулами Френеля*. Они широко используются на практике и дают хорошее согласие с экспериментом. Эти формулы оказываются очень удобным при анализе распространения волн в *неоднородных средах*. Оказывается возможной *аппроксимация неоднородной среды в виде конечного набора плоских слоев*, в пределах каждого из которых среда

может считаться однородной. В результате применения формул Френеля к каждой из границ однородных слоёв можно с достаточной точностью для правдоподобных оценок получить представление о характере взаимодействия волны, распространяющейся через неоднородные среды.

Рассмотрим ещё одну т.н. *симметричную форму формул Френеля*, которая получается при подстановке в выражения (3.46) и (3.51) соотношения (3.43) для общего случая, когда граница раздела $x = 0$ разделяет две среды - при $x < 0$ показателем преломления n_1 , а при $x > 0$ преломления n_2 :

$$r_{\perp} = \sin(\theta - \varphi) / \sin(\varphi + \theta); \quad (3.52a)$$

$$d_{\perp} = 2 \sin(\theta) \cos(\varphi) / \sin(\varphi + \theta); \quad (3.52b)$$

$$r_{\parallel} = \operatorname{tg}(\varphi - \theta) / \operatorname{tg}(\varphi + \theta); \quad (3.52c)$$

$$d_{\parallel} = 2 \sin(\theta) \cos(\varphi) / \sin(\varphi + \theta) \cos(\varphi - \theta). \quad (3.52d)$$

Экспериментальные исследования распространения электромагнитных волн Г. Герца (1887-1888гг.).

В ряде *оригинальных опытах Г. Герца* изучал законы отражения и преломления электромагнитных волн от диэлектрических и металлических тел. Для этой цели электромагнитная волна от вибратора 1, помещенного в фокальную область *параболического зеркала*, направлялась на диэлектрическое или металлическое зеркало АВ (рис. 3.6). Отражённая от зеркала электромагнитная волна принималась *приёмным вибратором* 2, помещённым в фокальную область второго параболического зеркала. В промежуток плечами приёмного вибратора включалась *лампа накаливания* малой мощности. При приёме электромагнитной волны вторым вибратором отмечался накал лампы, только в том случае, если *углы ориентации оптических осей* первого и второго параболических зеркал соответствовали

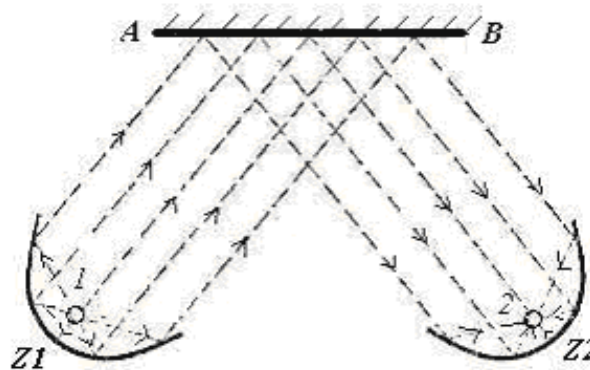


Рис. 3.6.

закону отражения, согласно которому угол отражённой электромагнитной волны от поверхности зеркала АВ равен углу падения электромагнитной волны от передающего вибратора. В опытах было отмечено, что *металлические зеркала* отражают гораздо лучше *диэлектрических зеркал* в связи с тем, что в этом случае часть электромагнитной энергии падающей волны превращается в энергию волны, распространяющейся в диэлектрике.

При облучении плоской электромагнитной волной поверхности *диэлектрической призмы* P (рис. 3.7), изготовленной из различных материалов (сера, парафин, асфальт и др.) наблюдалось преломление электромагнитной волны в соответствии с законом Снеллиуса. В этих опытах была подтверждена *формула Максвелла*, выражающая показатель преломления среды через значения относительных диэлектрических и магнитных проницаемостей среды.

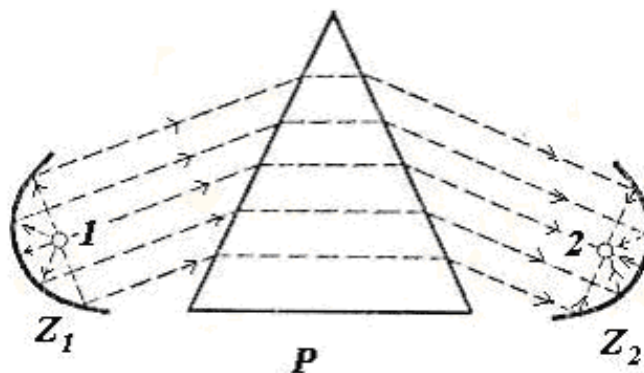


Рис. 3.7.

Используя отражение электромагнитных волн от изогнутых металлических листов, Г. Герц получил *направленные электромагнитные волны*. Для этой цели были изготовлены два параболических цилиндра, обращённые фокальными линиями навстречу друг другу. Вдоль фокальных линий в каждом из цилиндров размещались *передающий 1 и приёмный вибраторы 2* (рис. 3.8а).

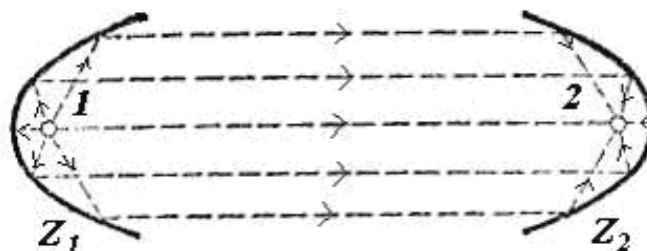


Рис. 3.8а.

Волна, излучаемая передающим вибратором, отражаясь от первого параболического цилиндра, превращалась в параллельную оптической оси цилиндров плоскую электромагнитную волну, которая при достижении второго параболического зеркала фокусировалась в область *фокальной линии*, где и размещался приёмный вибратор, с подсоединённой в промежуток между его плечами лампой накаливания малой мощности. В этом случае наблюдается интенсивное свечение лампы накаливания в приёмном вибраторе. При смещении второго зеркала вместе с вибратором в сторону от поперечника пучка накал лампы пропадает. Это явилось *доказательством прямолинейного распространения электромагнитных волн*, подобно световым лучам. При повороте приемного вибратора вместе с зеркалом вокруг оптической оси наблюдалось монотонное изменение накала от максимума при параллельном расположении вибраторов до нуля при их взаимно перпендикулярной ориентации. Это объясняется *линейной поляризацией электромагнитной волны*, излучаемой передающим вибратором, как было отмечено выше.

Если между передающим и приёмным вибратором помещались диэлектрические листы (рис. 3.8б), то отмечалось прохождение электромагнитных волн по наличию накала лампы в приёмном вибраторе в

соответствии со сказанным в под [разделе 3.4](#). Если вместо диэлектрических листов помещались металлические листы, толщина которых превышала толщину скин слоя, то накал лампы в приёмном вибраторе отсутствовал, что свидетельствовало о *поглощении электромагнитных волн в проводящих средах*.

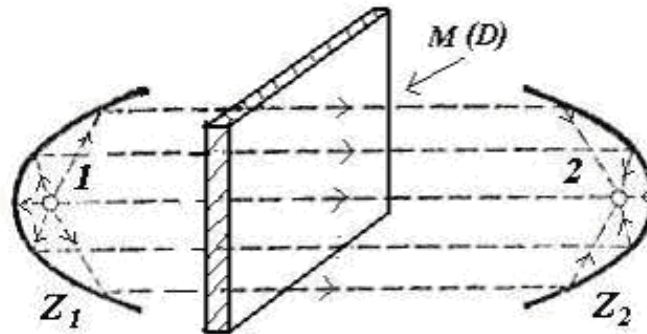


Рис. 3.8b.

Вместо сплошных металлических листов помещалась между параллельными друг другу приёмным и передающим вибраторами поверхность, состоящая из достаточно близко расположенных, параллельных друг другу металлических полосок S , стержней или проводов (рис. 3.8с).

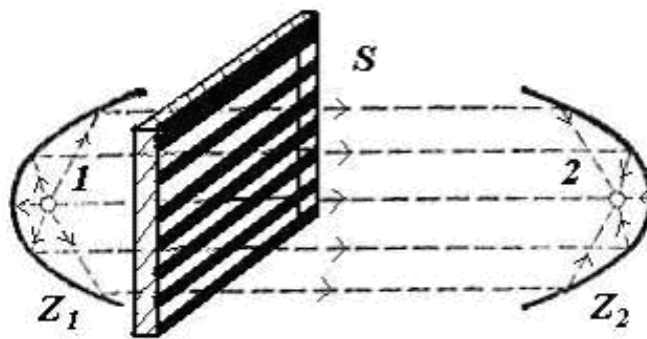


Рис. 3.8с.

Тогда в зависимости от ориентации полосок по отношению к направлению плеч вибраторов наблюдалось изменение накала лампы от максимального, когда полоски перпендикулярны вибраторам, до нуля, когда полоски параллельны вибраторам. В этом случае в полосках возбуждались токи, переводящие энергию электромагнитного поля в тепло. При перпендикулярной ориентации полосок и вибраторов токов проводимости под действием электромагнитной волны не возникало. Это явилось доказательством того, что, во-первых, электромагнитная волна излучаемая вибратором является линейно поляризованной, а во-вторых, *поверхность из металлических полосок становится эквивалентной сплошной металлической поверхности*, если расстояние между полосками меньше длины электромагнитной волны.

В опытах Г. Герца была доказана *общность законов, определяющих распространение электромагнитных волн и света*. Опыты явились основой для признания электромагнитной теории Максвелла. Они способствовали развитию исследований по техническому применению электромагнитной теории. Так в 1895г. *А.С. Поповым* был открыт *способ беспроволочной телеграфии и телефонии (радио)*, впоследствии приведший к бурному развитию радиотехники.

Эффект Брюстера.

Отметим особый случай применения формул Френеля, когда коэффициент отражения r_{\parallel} по амплитуде параллельно поляризованной волны обращается в нуль. Очевидно, это происходит при условии, что $\varphi_{\delta} + \theta = \pi / 2$ (рис. 3.9). Используя закон Снеллиуса, получим, что для этого достаточно, чтобы направление распространения электромагнитной волны составляло с нормалью к поверхности диэлектрика угол φ_{δ} , определяемый из соотношения

$$\operatorname{tg}(\varphi_{\delta}) = n_2 / n_1 = n_{21}. \quad (3.53a)$$

Угол

$$\varphi_{\delta} = \operatorname{arctg}(n_{21}), \quad (3.53b)$$

удовлетворяющий соотношению (3.53a), называется *углом Брюстера*.

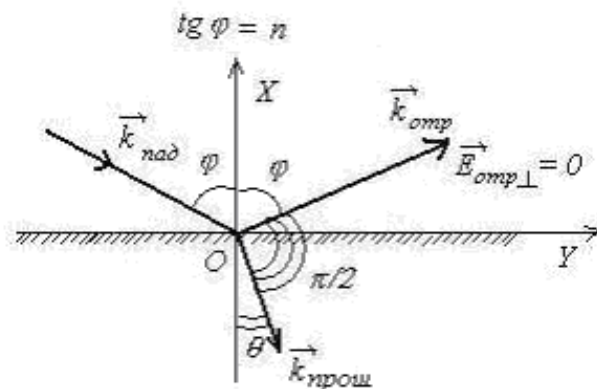


Рис. 3.9.

При облучении диэлектрика электромагнитной волной, поляризованной в плоскости падения, под углом Брюстера отсутствует отраженная от диэлектрика волна. Физическим объяснением этого эффекта является особенность поляризации молекул диэлектрика на границе диэлектриков.

Образующиеся на границе диэлектриков диполи под действием электрического поля падающей электромагнитной волны ориентированы таким образом, что их оси, перпендикулярны направлению распространения волны в диэлектрике с диэлектрической проницаемостью n_2 . В главе 3 при обсуждении свойств поля *излучения диполя* мы отмечали факт отсутствия излучения вдоль оси колеблющегося диполя. Именно, по этой причине отсутствует отражённая волна от поверхности диэлектрика.

Эффект Брюстера может быть использован в качестве простого *способа получения линейно поляризованной волны из неполяризованной*. При облучении поверхности диэлектрика под углом Брюстера отраженной волны, поляризованной в плоскости падения, не будет. Следовательно, отражённая от поверхности диэлектрика волна в этом случае будет поляризована линейно в направлении, перпендикулярном плоскости падения.

Отражение плоской гармонической электромагнитной волны от идеально проводящей плоскости.

Одной из важных задач, позволяющих представить основные свойства распространения электромагнитных волн в различных средах, является задача об *отражении электромагнитных волн от хорошо проводящих тел* (проводников). Такая задача может служить моделью *формирования оптического изображения объектов в зеркалах*.

Рассмотрим отражение плоской гармонической электромагнитной волны, падающей из вакуума вдоль оси OX перпендикулярно идеально проводящей плоской поверхности $x = 0$ (рис. 3.10) разделяющей вакуум ($x < 0$) и проводник ($x \geq 0$). Пусть, её электрическое поле параллельно оси OY .

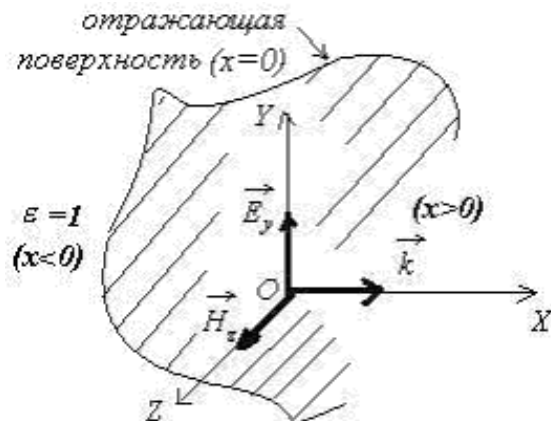


Рис. 3.10.

Очевидно, такая задача является частным случаем рассмотренной выше задачи об отражении электромагнитной волны от поверхности диэлектрика, рассмотренной выше в [параграфе 3.4.](#), на случай, когда комплексная диэлектрическая проницаемость диэлектрика имеет мнимую часть во много раз превышающую действительную, что характерно для проводящих тел в соответствии со сказанным в 3.2. Как мы убедились выше, проводимость среды приводит к поглощению распространяющейся в ней электромагнитной волны. Поглощение имеет место вследствие возникновения в среде с проводимостью токов проводимости и выделения *джоулева тепла*. Поглощение тем сильнее, чем больше проводимость среды. Для идеально проводящей среды происходит полное поглощение волны в среде, поскольку толщина скин-слоя, оценивающая глубину проникновения электромагнитной волны в среду с проводимостью, стремится к нулю. В результате внутри идеально проводящего тела отсутствует электромагнитное поле. Таким образом, падающая на идеально проводящую среду электромагнитная волна полностью отражается от его поверхности. *Источниками отражённой электромагнитной волны* являются поверхностные токи, циркулирующие по поверхности идеально проводящего тела.

Для определения отражённой электромагнитной волны надо связать её амплитуду и фазу с соответствующими параметрами падающей волны. Для этого необходимо использовать условие непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля на поверхности идеально проводящего поля (плоскости для рассматриваемой задачи). Заметим, что в отличие от задачи отражения электромагнитной волны от поверхности диэлектрика используется только одно условие. Это является следствием того, что нам известно, что электромагнитное поле внутри идеально проводящего тела равно нулю. По этой причине известен коэффициент прохождения электромагнитной волны в проводник, который очевидно, равен нулю. Таким образом, для решения задачи об отражении электромагнитной волны от идеально проводящей плоскости подлежит определению только коэффициент отражения волны от этой плоскости.

В соответствии со сделанными предположениями можно написать следующие выражения для комплексных амплитуд напряженности электрического E_{yz} и магнитного полей \vec{H}_{xz} электромагнитной волны, падающей на поверхность диэлектрика:

$$E_{\text{падающая}}(\vec{r}) = A_+ \exp(ik_0 x);$$

$$H_{\text{падающая}}(\vec{r}) = A_+ \exp(ik_0 x) / \zeta_0,$$

где A_+ - амплитуда колебаний вектора напряжённости электрического поля падающей волны (для простоты рассуждений положим начальную фазу колебаний падающей волны равной нулю);

$k_0 = 2\pi / \lambda$ - волновое число падающей волны; $\zeta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} = 120\pi$ ом - волновое сопротивление вакуума.

При отражении падающей волны от проводящей плоскости в левом полупространстве ($x \leq 0$) возникнет отражённая волна с подлежащей определению амплитудой колебаний вектора напряжённости электрического поля A_+ , распространяющаяся в отрицательном направлении оси Ox . Комплексные амплитуды колебаний электрического и магнитного поля электромагнитной волны имеют следующие выражения:

$$E_+ = A_+ \exp(-ik_0 x);$$

$$H_+ = -A_+ \exp(-ik_0 x) / \zeta_0.$$

Отсюда следует, что электромагнитное поле с комплексными амплитудами электрического E_- и магнитного H_- полей слева от проводящей плоскости будет равно сумме электромагнитных полей падающей и отражённой электромагнитных волн:

$$E_- = A_+ \exp(ik_0 x) + A_+ \exp(-ik_0 x)$$

$$H_- = (A_+ \exp(ik_0 x) - A_+ \exp(-ik_0 x)) / \zeta_0$$

Кроме того, в правом полупространстве ($x \geq 0$) электромагнитное поле будет равно нулю, т.е.:

$$E_+ = 0;$$

$$H_+ = 0.$$

Принимая во внимание сказанное, запишем уравнение непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля на плоскости $x = 0$:

$$E_- = A_+ + A_+ = 0.$$

Отсюда следует, что при отражении от идеально отражающей поверхности возникает отражённая электромагнитная волна, распространяющаяся в противоположном направлении по отношению к падающей волне, имеющая ту же амплитуду векторов напряжённости электрического и магнитного полей, а фаза колебаний этих векторов отличается на 180° от фазы колебаний падающей волны.

Таким образом, при отражении плоской гармонической электромагнитной волны от проводящей плоскости возникает электромагнитное поле, комплексные амплитуды векторов напряжённости электрического и магнитного полей, определяемых выражениями

$$E_- = -i2A_+ \sin(k_0 x); \quad (3.54a)$$

$$H_- = 2A_+ \cos(ik_0 x) / \epsilon_0 \quad (3.54b)$$

Действительная форма колебаний электрического $E_-(x, t)$ и магнитного поля $H_-(x, t)$, возникающего при отражении волны записывается в виде:

$$E_-(x, t) = -2A_+ \sin(k_0 x) \sin(\omega t); \quad (3.55a)$$

$$H_-(x, t) = 2A_+ \cos(k_0 x) \cos(\omega t). \quad (3.55b)$$

Стоячие электромагнитные волны.

Мгновенная "фотография" колебаний электромагнитной волны, соответствующих выражениям (3.54), изображена рис. 3.11. Как следует из этого рисунка, фаза колебаний электрического и магнитного полей изображённой на рисунке 3.11 волны отличаются на 90° .

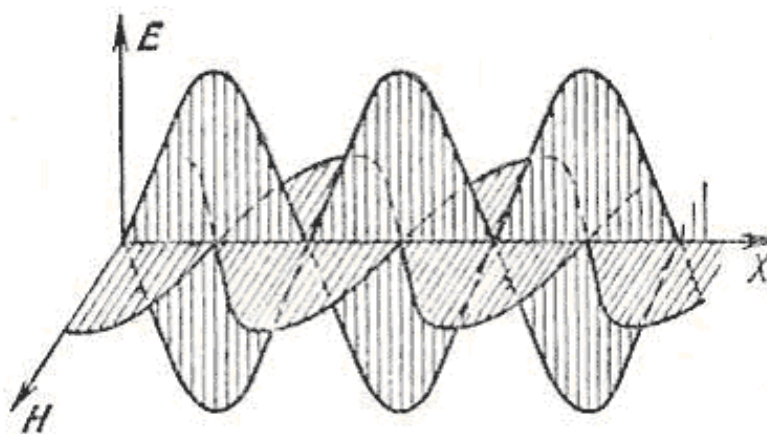


Рис. 3.11.

Точно такими же являются колебания (рис. 3.12) в стержне (шнуре) с закреплёнными концами. Как известно, точки стержня, в которых колебания имеют максимум, называются *пучностями*. Точки стержня, в которых амплитуда колебаний равна нулю, называются *узлами*. Упругая волна с таким характером колебаний, называется *стоячей волной*.

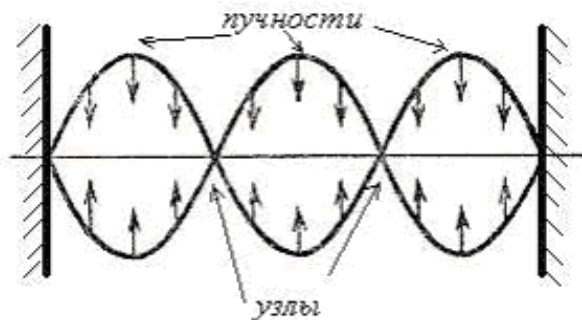


Рис. 3.12.

Всё сказанное выше о свойствах упругих стоячих волн применимо для описания электромагнитных

колебаний, определяемых выражениями (1.9). По этой причине электромагнитная волна, определяемая выражениями (3.54), называется *стоячей электромагнитной волной*. В стоячей электромагнитной волне пучности электрического поля совпадают с узлами магнитного поля и наоборот узлы совпадают с пучностями.

Особенностью стоячей электромагнитной волны является обращение в нуль плотности потока энергии, определяемой вектором Пойнтинга, в узлах и пучностях электромагнитных полей. Кроме этого, используя определение среднего значения вектора Пойнтинга \vec{S} по формуле (1.31), получаем, что его среднее значение в стоячей электромагнитной волне равно нулю. По этой причине можно полагать, что энергия в стоячей электромагнитной волне не переносится через её узлы. Это свойство стоячей электромагнитной волны послужило основанием для её названия.

Колебания электрического и магнитного полей в стоячей волне можно считать независимыми, обладающими одинаковой энергией. Можно показать, что произвольное электромагнитное поле внутри замкнутой полости с идеально проводящими стенками может быть представлено в виде суммы стоячих волн, вектора напряжённости электрического поля которых обращаются в нуль на стенках полости.

Свойства стоячих электромагнитных волн широко используются в различных разделах физики. В частности, в оптике при рассмотрении явлений интерференции, в голографии, в фотографии для объяснения процесса формирования изображения в фотографической эмульсии, в физике теплового излучения для расчёта возможного числа мод колебаний электромагнитного поля внутри проводящей полости, а также в квантовой физике и физике твёрдого тела для вывода формул, определяющих функции распределений тождественных микрочастиц.

Экспериментальные исследования стоячих электромагнитных волн Г. Герца (1887-1888гг.)

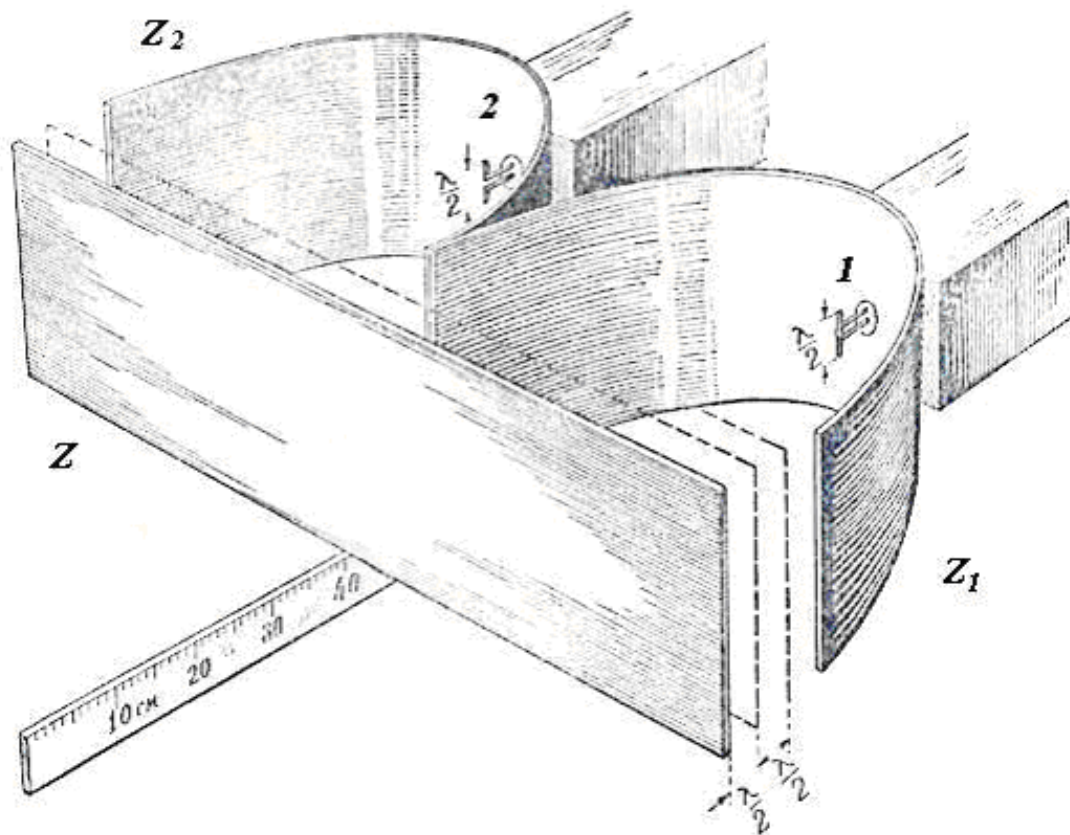


Рис. 3.13.

При облучении поверхности металлического зеркала Z перпендикулярно падающей на него плоской электромагнитной волны от вибратора 1 в фокусе параболического зеркала Z_1 (рис. 3.13) может быть получена стоячая электромагнитная волна с узлом электрического поля на поверхности зеркала Z . Расстояние между соседними пучностями или узлами стоячей волны определяется половиной длины волны, облучающей зеркало. Для экспериментального определения положения пучностей и узлов стоячей электромагнитной волны в направлении волны, излучаемой передающим вибратором 1, перемещается зеркало Z . По величине накала лампы, подключённой в промежуток между плечами приёмного вибратора 2 в фокусе параболического зеркала Z_2 , отмечается положение плоскостей пучностей и узлов стоячей волны. В пучностях стоячей электромагнитной волны отмечается максимальный накал, а в минимумах накал был минимальный или вообще отсутствует. Измерения расстояния между пучностями электромагнитного поля стоячей волны позволяет *определить длину электромагнитной волны*. В опытах Г. Герца длина волны была равна 60 см., а высота параболического зеркала выбиралась достаточно большой, равной 2м, для того чтобы исключить дифракционные эффекты, более подробно изучаемые в главе 6.

1 Для простоты рассуждений положим начальную фазу колебаний падающей волны равной нулю.

$$A(\vec{r}) = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta\varphi(\vec{r})} \quad (4.2b)$$

[подробнее](#)

$$J = 0.5nE_m^2 / \xi_0 = 0.5\xi_0 n H_m^2 \quad (1.43)$$

[подробнее](#)

$$I(\vec{r}) = I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta\varphi(\vec{r})) \quad (4.4a)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн**4.1 Понятие интерференции электромагнитных волн**

Рассмотрим две монохроматические, электромагнитные волны одной частоты (ω), с одинаковым направлением колебаний векторов напряженности электрического поля каждой, соответственно равных $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ и $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$. Ввиду одинаковой поляризации колебаний обеих волн при их совместном рассмотрении можно выбрать такую систему координат, в которой одна из координатных осей ориентирована вдоль векторов напряженности электрических полей. Тогда можно упростить описание электрического поля исследуемых электромагнитных волн, поскольку оно представляется в выбранной системе координат только одной своей компонентой. Поэтому в дальнейшем, можно опустить символ вектора для компонент полей волн и использовать для них скалярное обозначение, т. е.:

$$E_1(\vec{r}, t) = A_1(\vec{r}) \cos(\omega t - \varphi_1(\vec{r})); E_2(\vec{r}, t) = A_2(\vec{r}) \cos(\omega t - \varphi_2(\vec{r})), \quad (4.1a)$$

где $A_1(\vec{r})$; $A_2(\vec{r})$ - амплитуды колебаний; $\varphi_1(\vec{r})$; $\varphi_2(\vec{r})$ - фазы колебаний волн, в общем случае зависящие от координат точек наблюдения, задаваемых радиус вектором \vec{r} .

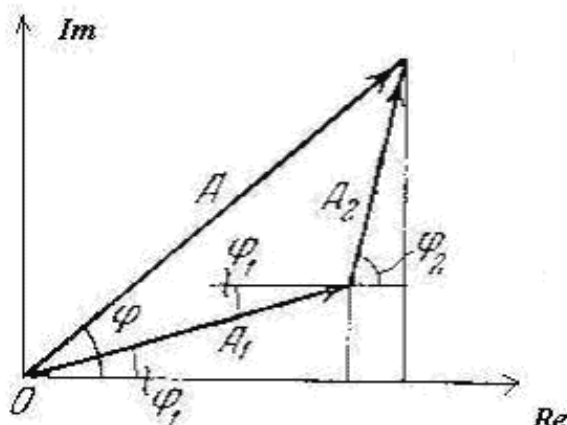


Рис. 4.1.

Представим колебания этих волн с помощью комплексных амплитуд (рис. 4.1):

$$E_1(\vec{r}, t) = A_1(\vec{r}) \exp(i\varphi_1(\vec{r}) - i\omega t); E_2(\vec{r}, t) = A_2(\vec{r}) \exp(i\varphi_2(\vec{r}) - i\omega t), \quad (4.1b)$$

Пусть в некоторую точку пространства приходят обе волны. Тогда согласно *принципу суперпозиции электромагнитных колебаний* в этой точке будет сумма колебаний с комплексной амплитудой (рис. 4.1) $E(\vec{r}, t)$, равной сумме комплексных амплитуд $E_1(\vec{r}, t)$ и $E_2(\vec{r}, t)$:

$$E(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \exp(i \varphi(\vec{r}));, \quad (4.2a)$$

где $A(\vec{r})$ - амплитуда суммарного колебания в точке наблюдения, равная

$$A(\vec{r}) = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta\varphi(\vec{r})}; \quad (4.2b)$$

$\delta\varphi(\vec{r}) = \varphi_1 - \varphi_2$ - разность фаз колебаний первой и второй волн;

$\varphi(\vec{r})$ - фаза колебаний суммы волн, определяемая следующим из рис. 4.1 выражением

$$\varphi(\vec{r}) = \arctg\left(\frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}\right). \quad (4.2c)$$

Из выражения (4.2b) следует, что амплитуда суммы волн определяется *разностью фаз* $\delta\varphi(\vec{r})$ колебаний каждой из складываемых волн. Для монохроматических волн $\delta\varphi(\vec{r})$ является только функцией координат и не зависит от времени. По этой причине амплитуда суммарного колебания двух монохроматических волн будет в соответствии с выражением (4.2b) зависеть от координат точки наблюдения и будет отличаться от суммы амплитуд колебаний первой и второй волн, наблюдаемых по отдельности друг от друга. Отличия обусловлены разностью фаз $\delta\varphi(\vec{r})$ складываемых колебаний - они минимальны при $\delta\varphi(\vec{r}) = 0$ и максимальны при $\delta\varphi(\vec{r}) = \pi$.

В случае $\delta\varphi(\vec{r}) = 0$ говорят о *сложении колебаний в фазе* или *синфазном сложении*, для которого из (4.2b) следует, что амплитуда суммарных колебаний равна сумме амплитуд каждого из колебаний:

$$A(\vec{r}) = A_1(\vec{r}) + A_2(\vec{r}). \quad (4.3a)$$

В случае $\delta\varphi(\vec{r}) = \pi$ говорят о сложении колебаний с противоположными фазами или *противофазном сложении*, для которого из (4.2b) следует, что амплитуда суммарных колебаний равна модулю разности амплитуд каждого из колебаний:

$$A(\vec{r}) = |A_1(\vec{r}) - A_2(\vec{r})|. \quad (4.3b)$$

Таким образом, в зависимости от разности фаз колебаний двух волн в той или иной точке наблюдения амплитуда суммарного их колебания может изменяться между своим максимально возможным значением, равным сумме амплитуд колебаний волн, и минимальным, равным модулю их разности.

Как было установлено в главе 1, квадрат амплитуды напряженности электрического поля пропорционален интенсивности $I(\vec{r})$ электромагнитного поля в соответствии с формулой (1.43). С учётом этого из выражения (4.2b) следует выражение для *интенсивности суммы колебаний электромагнитных волн*:

$$I(\vec{r}) = I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta\varphi(\vec{r})), \quad (4.4a)$$

где $I_1(\vec{r}), I_2(\vec{r})$ - интенсивности первой и второй волны по отдельности; $I(\vec{r})$ - интенсивность суммарного колебания двух волн.

В тех точках пространства, где осуществляется синфазное сложение колебаний двух волн, интенсивность их суммарных колебаний больше суммы интенсивности колебаний каждой из волн, поскольку при $\delta\varphi(\vec{r}) = 0$ из (4.4a) следует, что:

$$I(\vec{r}) = I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) + \sqrt{I_1 I_2} > I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}). \quad (4.4b)$$

В частности при равной интенсивности двух электромагнитных колебаний, т.е. $I_1(\vec{r}) = I_2(\vec{r})$, суммарная интенсивность колебаний в соответствии с этой формулой в четыре раза выше интенсивности каждой из волн.

В тех точках пространства, где осуществляется противофазное сложение колебаний двух волн, интенсивность суммарных колебаний меньше суммы интенсивности колебаний каждой из волн, поскольку при $\delta\varphi(\vec{r}) = \pi$ из (4.4a) следует, что:

$$I(\vec{r}) = I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) - \sqrt{I_1 I_2} < I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) \quad (4.4c)$$

В частности при равной интенсивности двух электромагнитных колебаний, т.е. $I_1(\vec{r}) = I_2(\vec{r})$, суммарная интенсивность колебаний в соответствии с этой формулой равна нулю.

Отсюда следует, что при сложении колебаний двух электромагнитных волн в зависимости от их разности фаз в точке наблюдения будет наблюдаться перераспределение интенсивности суммарного электромагнитного поля между максимальным и минимальным значениями.

Явление перераспределения в пространстве интенсивности электромагнитного поля, представляющего собой сумму двух монохроматических волн одной частоты, в зависимости от их разности фаз называется интерференцией.

В переводе с латинского языка интерференция обозначает взаимодействие. Явление интерференции может наблюдаться в тех областях пространства, где одновременно существуют два монохроматических электромагнитных поля. Одним из условий наблюдения интерференции в оптике является *пересечение двух световых пучков* от источников одной частоты (на рис. 4.2a область пересечения световых пучков отмечена штриховкой). Для *наблюдения оптической интерференции световых пучков* достаточно поставить непрозрачный экран Е (рис. 4.2b) или поместить фотографическую пластинку в область их пересечения. В радиодиапазоне электромагнитных волн можно наблюдать интерференцию двух волн при измерении мощности их суммарного поля в зависимости от координат точек области, где эти волны пересекаются. Интересно отметить, что после выхода из области пересечения двух электромагнитных волн параметры каждой из пересекающихся волн остаются такими же, как были до входа в область пересечения при условии, что в ней не производится процедура наблюдения интерференции. Если производится наблюдение интерференции, то исходные электромагнитные волны в общем случае искажаются или разрушаются. Например, при наблюдении интерференции на непрозрачном экране (рис. 4.2b) за экраном создаётся зона тени, где световое поле отсутствует. Таким образом, проявление интерференции электромагнитных волн связано с определённой процедурой наблюдения этого эффекта.

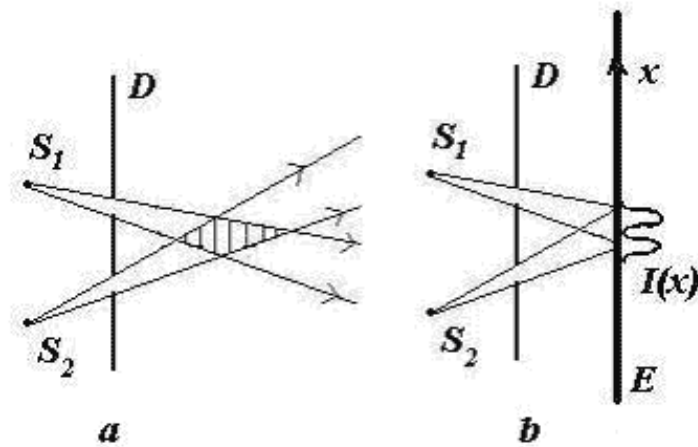


Рис. 4.2.

При наблюдении интерференции электромагнитных волн картина пространственного распределения интенсивности называется *интерференционной картиной*. Возможность наблюдения интерференционной картины связана с тем, насколько значения максимумов её интенсивности отличаются от минимумов. Чем больше отличаются значения максимумов и минимумов наблюдаемой интерференционной картины, тем она контрастнее, поскольку на ней лучше виден эффект перераспределения интенсивности пересекающихся волновых пучков. И наоборот, если значения максимумов и минимумов примерно одинаковы, то интерференционная картина выглядит малоконтрастной, как бы смазанной. Для количественной характеристики возможности наблюдения интерференции используют параметр '*видности*' *интерференционной картины*, обозначаемый символом Θ и определяемый соотношением:

$$\Theta = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}) \quad (4.5)$$

где $I_{\max}(\vec{r})$, $I_{\min}(\vec{r})$ соответственно максимальное и минимальное значение распределения интенсивности на интерференционной картине.

Для интерференционной картины, создаваемой волнами одинаковой интенсивности, как мы убедились выше $I_{\min}(\vec{r}) = 0$, видность принимает максимально возможное значение $\Theta = 1$. Если же $I_{\max}(\vec{r}) \approx I_{\min}(\vec{r})$, что имеет место в частности при интерференции волн с существенно различающимися интенсивностями, то видность принимает минимально возможное значение $\Theta = 0$.

Как было отмечено выше, видность интерференционной картины определяет её контрастность. По этой причине параметр видности широко используется в оптике при разработке оптических приборов, а также систем обработки изображений для оценки качества получающегося с их помощью изображений объектов.

$$\Delta = n(l_1 - l_2) \approx nxd/l \quad (4.7)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн

4.2 Расчет интерференционной картины от двух источников

Рассмотрим более подробно основные свойства интерференционной картины, создаваемой двумя источниками электромагнитных волн одинаковой интенсивности и наблюдаемой на плоском экране, расположенном на расстоянии l от плоскости расположения от источников. В качестве таких источников могут мыслиться, например две бесконечно-узкие, параллельные друг - другу щели или два отверстия бесконечно малого диаметра, расстояние между которыми $d \ll l$, прорезанные в плоском непрозрачном экране (рис. 4.3а). Пусть источники электромагнитных волн располагаются в однородной среде с показателем преломления n .

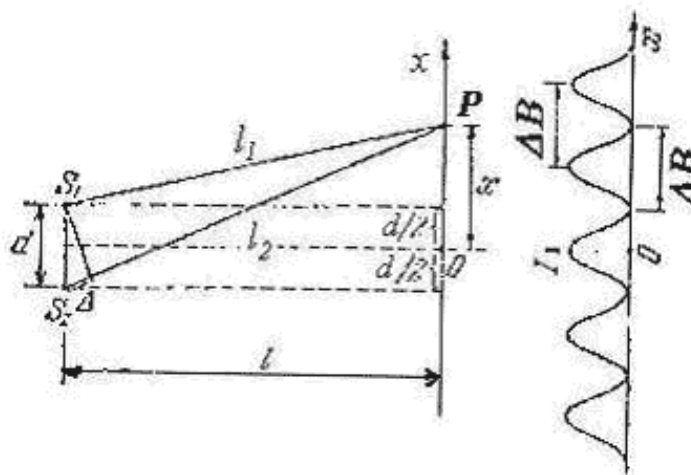


Рис. 4.3а.

Область, в которой волны источников перекрываются, называется *полем интерференции*. В поле интерференции имеются места, где волны источников будут складываться в фазе. В этих местах будут отмечаться *максимумы интенсивности электромагнитного поля*. Там же, где волны будут складываться в противофазе - минимальная интенсивность. Если в поле интерференции поместить непрозрачный экран, то будет наблюдаться чередование светлых и тёмных полос (рис. 4.3а), представляющие собой интерференционную картину. Параметрами интерференционной картины являются положение её максимумов $\{x_{\max}\}$ и минимумов $\{x_{\min}\}$, а также связанная с ними ширина полос интерференционной картины ΔB (рис. 4.3а).

В соответствии с (4.4а) для расчёта этих величин надо найти разность фаз $\delta\varphi(\vec{r})$ излучаемых источниками волн в точке наблюдения, расположенной на экране. Как показано в главе 3, для расчёта $\delta\varphi(\vec{r})$ надо определить *оптическую разность хода* Δ волн от первого и второго источников (рис. 4.3а) до точки наблюдения, поскольку

$$\delta\varphi(\vec{r}) = k\Delta = 2\pi n(l_1 - l_2) / \lambda,$$

где n - показатель преломления среды, в которой распространяются электромагнитные волны; l_1, l_2 - расстояния, проходимые волнами соответственно от первого и второго источников (рис. 4.3а) до точки наблюдения; λ - длина волны.

Из рис. 4.3а имеем очевидные соотношения, определяющие расстояния l_1, l_2 :

$$l_1^2 = l^2 + (x - 0.5d)^2; \quad (4.6a)$$

$$l_2^2 = l^2 + (x + 0.5d)^2; \quad (4.6b)$$

Отсюда следует, что

$$l_1^2 - l_2^2 = (l_1 - l_2)(l_1 + l_2) \approx 2xd,$$

Принимая во внимание, что $(l_1 + l_2) \approx 2l$ при условии $d \ll l$, получаем:

$$(l_1 - l_2) \approx xd/l.$$

Использование этого соотношения приводит к следующему выражению для оптической разности хода волн Δ :

$$\Delta = n(l_1 - l_2) \approx nxd/l. \quad (4.7)$$

Максимум интерференционной картины будет наблюдаться при условии синфазного сложения колебаний волн источников, которое имеет место при $\delta\varphi(\vec{r}) = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$. Исходя из связи между разностью фаз колебаний и оптической разностью хода $\delta\varphi(\vec{r}) = 2\pi\Delta / \lambda$, можно заключить, что синфазное сложение колебаний имеет место при условии кратности оптической разности хода целому числу длин волны λ в среде:

$$\Delta = m\lambda, \quad (4.8)$$

где m - произвольное целое число, равное $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Найдём координату $x_{\max}(m)$, определяющую *положение* $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ - *ого максимума интерференционной картины*:

$$x_{\max}(m) = \pm m\lambda_0 l / (nd), \quad (4.9a)$$

где λ_0 - длина волны в вакууме, связанная с длиной волны λ в среде распространения с помощью формулы $\lambda_0 = \lambda n$.

Порядком интерференционного максимума называют его номер ' m ', отсчитываемый от центрального ($m = 0$), которому соответствует центр интерференционной картины, где складываются волны от источников, проходящие одинаковый путь ($l_1 = l_2$).

Аналогичным образом можно найти *положения минимумов интерференционной картины* двух

источников, определяемые координатами $x_{\min}(m)$, если положить оптическую разность хода кратной нечётному числу полувольт:

$$x_{\min}(m) = (0.5 \pm m)\lambda_0 l / (nd). \quad (4.9b)$$

где m - произвольное целое число, равное $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

Отсюда следует, что в рассматриваемой интерференционной картине положения соседних интерференционных максимумов и минимумов находятся на одинаковом расстоянии друг от друга и не зависят от того, насколько эти максимумы удалены от центра интерференционной картины. Это свойство максимумов и минимумов позволяет определить ширину интерференционной полосы.

Ширина интерференционной полосы определяется, как расстояние между соседними интерференционными максимумами или минимумами, интерференционные порядки которых отличаются на единицу. Для рассматриваемой интерференционной картины двух источников волн одинаковой интенсивности в соответствии с выражениями (4.9) ширина полосы ΔB оказывается равной:

$$\Delta B = \lambda_0 l / (nd). \quad (4.10)$$

Из этой формулы следует, что расстояние между интерференционными полосами растёт при уменьшении d/λ . Кроме того, если расстояние до экрана соизмеримо с расстоянием между щелями ($l \approx d$), то

$$\Delta B \approx \lambda.$$

В этом случае для световых волн, длина волны которых λ порядка долей микрона, интерференционные полосы неразличимы невооружённым взглядом и для их наблюдения необходимо использовать *микроскоп*.

Рассмотрим *распределение интенсивности света в плоскости интерференционной картины*, если интенсивность источников одинаковы, т.е. $I_1 = I_2 = I_0$. Из выражения (4.4a) в этом случае следует:

$$\Delta B = \lambda_0 l / (nd), \quad (4.11)$$

где $k_0 = 2\pi / \lambda_0$ - волновое число электромагнитных волн в вакууме, Δ - оптическая разность хода волн от источников до точки наблюдения, равная $\Delta = nxd/l$ в соответствии с выражением (4.7).

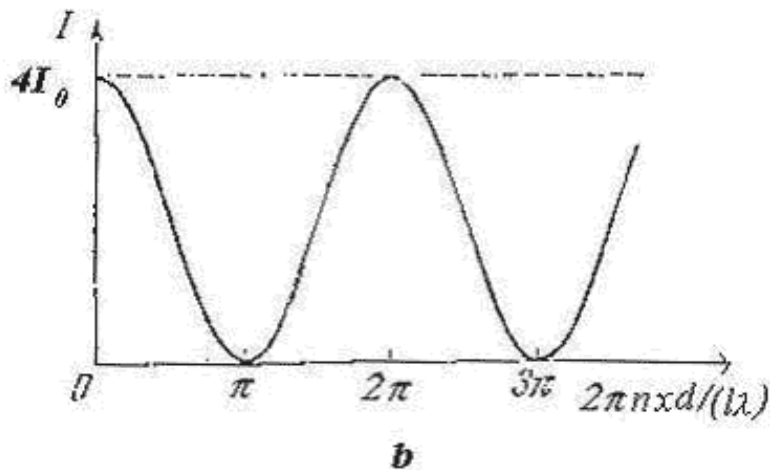


Рис. 4.3b.

В плоскости экрана интенсивность интерференционной картины (рис. 4.3b) двух точечных монохроматических источников электромагнитных волн одинаковой интенсивности I_0 меняется в зависимости от координаты x точки наблюдения на экране в соответствии с выражением, следующим из (4.4a)

$$I(x) = 2I_0(1 + \cos(2\pi nxd/(\lambda l))) = 4I_0 \cos^2(\pi nxd/(\lambda l)).$$

Изменение интенсивности в соответствии с этим выражением в оптике известно, как *изменение интенсивности по закону "квадрат косинуса"*. В *максимумах интенсивность интерференционной картины* в четыре раза превышает интенсивность интерферирующих источников волн. В минимумах интенсивность равна нулю. *Среднее значение распределения интенсивности $2I_0$ на интерференционной картине* равно сумме интенсивностей каждого из интерферирующих источников. На рис. 4.3с приводится фотография распределения интенсивности интерференционной картины от двух щелей. *Полутона*, видимые на фотографии, соответствуют изменению интенсивности по закону 'квадрат косинуса'.

Для *немонохроматических источников электромагнитных волн* в центре картины максимумы всех составляющих колебаний разных частот интерферирующих источников совпадают. Однако, по мере удаления от центра ввиду того, что направления на максимумы и минимумы зависят от длины волны, может происходить 'наложение' интерференционных максимумов одной волны на минимумы другой. В результате

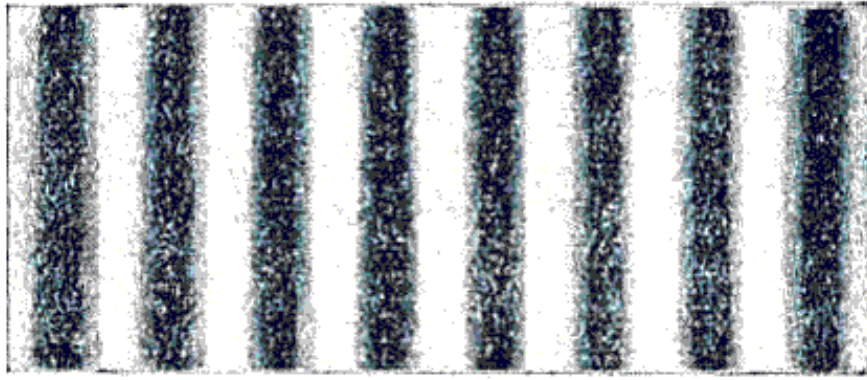


Рис. 4.3с.

интерференционная картина немонохроматических источников будет смазываться ближе к краю их интерференционного поля. Следовательно, *число наблюдаемых интерференционных полос* будет меньше по сравнению со случаем монохроматических источников. Возможность наблюдения интерференционной картины электромагнитных волн обусловлена свойством когерентности их источников, подробнее рассматриваемой в следующем параграфе.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

$$\Delta\Phi(x,y,z) = \overline{\Phi_1(x,y,z,t) - \Phi_2(x,y,z,t)} \quad (4.12)$$

[подробнее](#)

$$\Theta = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}) \quad (4.5)$$

[подробнее](#)

$$E_1(x, t) = E_{10} \cos(\omega t - kx + \varphi_{01}); E_2(x, t) = E_{20} \cos((\omega + \Delta \omega)t - kx + \varphi_{01}) \quad (4.15)$$

[подробнее](#)

$$\Delta\Phi(x, y, z, t_c) = \Phi_1(x, y, z, t_c) - \Phi_2(x, y, z, t_c) = \pi \quad (4.14)$$

[подробнее](#)

$$t_c = 1 / \Delta F \quad (4.17a)$$

[подробнее](#)

$$t_c = \lambda^2 / (c\Delta\lambda) \quad (4.17b)$$

[подробнее](#)

$$\Delta B = \lambda_0 l / (nd) \quad (4.10)$$

[подробнее](#)

$$\Delta = m\lambda \quad (4.8)$$

[подробнее](#)

$$l_c = \lambda^2 / (\Delta\lambda) \quad (4.18b)$$

[подробнее](#)

$$R_{\max} = m_{\max} \Delta B \quad (4.19a)$$

[подробнее](#)

$$R_{\max} = l_c l / d = l_c / \operatorname{tg} \theta_o \approx l_c / \theta_o \quad (4.19d)$$

[подробнее](#)

$$\Delta l_{opt} = 0.5d \sin(0.5\theta_0) \approx 0.25d\theta_0 \quad (4.20)$$

[подробнее](#)

$$r_c = \lambda / \theta_0 \quad (4.21)$$

[подробнее](#)

$$\lambda_c = ct_c = c / \Delta F \quad (4.18a)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн**4.3 Временная и пространственная когерентность электромагнитных (световых) волн**

Важным свойством двух одновременно протекающих волновых процессов является их когерентность.

По определению *когерентностью двух волновых процессов* называется их согласованное протекание. В соответствии с этим определением две монохроматические волны одной частоты всегда будут когерентными. Другой пример когерентных волн представлен на рис. 4.4, изображающем две волны от одного источника монохроматических колебаний, одна из которых от источника распространяется в точку наблюдения по прямому пути, а вторая после отражения от границы раздела. *Согласованность колебаний двух волн* в точке наблюдения обусловлена тем, что они излучаются одним источником. Если поместить на пути распространения этих волн экран, то на нём, при определённых условиях о которых будет сказано ниже, будет можно наблюдать интерференционную картину, которая будет представлять собой чередование тёмных и светлых полос.

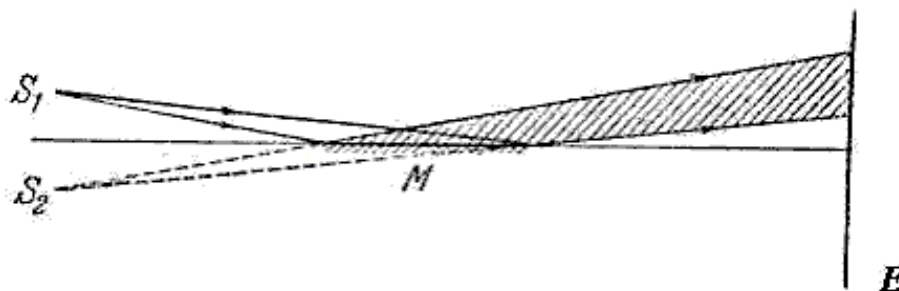


Рис. 4.4.

Итак, согласованность протекания двух волновых процессов связывается с возможностью наблюдать их интерференционную картину волн, излучаемых их источниками. С другой стороны, как мы установили выше, при наблюдении интерференции в каждой точке экрана, с помощью которого она наблюдается, разность фаз должна иметь определённое значение и не меняться со временем. Предположим, что разность фаз колебаний интерферирующих источников волн меняется со временем. Для определённости будем полагать, что она увеличивается пропорционально времени. Тогда в точке экрана, где в какой то момент времени наблюдался интерференционный максимум, со временем разность фаз изменит своё значение за некоторый промежуток времени и в этой точке окажется выполненным условие минимума интерференционной картины. В результате зависимости разности фаз колебаний интерферирующих источников от времени их интерференционная картина будет меняться во времени, т. е. не будет стабильной. Это может затруднить наблюдение интерференции волн источников, а в ряде случаев наблюдение интерференции вообще может стать невозможным.

Таким образом, два волновых процесса называются когерентными, если средняя разность их полных

фаз $\Delta\Phi(x, y, z)$ в точке наблюдения Δ с координатами $\vec{E}(\vec{r}, t)$ не зависит от времени наблюдения t :

$$\Delta\Phi(x, y, z) = \overline{\Phi_1(x, y, z, t) - \Phi_2(x, y, z, t)}, \quad (4.12)$$

где $\Phi_1(x, y, z, t)$, $\Phi_2(x, y, z, t)$ - соответственно полные фазы первой и второй волны; черта над разностью фаз означает её среднее значение по времени, для определения которой может быть использована формула (1.31).

В соответствии с этим определением две монохроматические электромагнитные волны являются когерентными. Действительно, рассмотрим для простоты две плоские одинаково поляризованные монохроматические электромагнитные волны одной частоты ω , распространяющиеся вдоль оси OX выбранной системы координат X, Y, Z с колебаниями вдоль оси OY векторов напряжённости электрического поля $\vec{E}_1(x, t)$ и $\vec{E}_2(x, t)$, описываемых следующими выражениями:

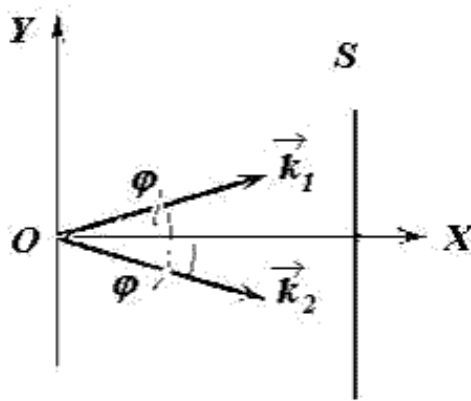


Рис. 4.5.

$$E_1(x, t) = E_{10} \cos(\omega t - kx + \varphi_{01}); E_2(x, t) = E_{20} \cos(\omega t - kx + \varphi_{02}),$$

где E_1, E_{20} - амплитуды волн; $\varphi_{01}, \varphi_{02}$ - их начальные фазы; $k = 2\pi / \lambda$ - волновое число; $\lambda = 2\pi c / \omega$ - длина волны.

В соответствии с этим выражением, используя (4.12), найдём полные фазы

$\Phi_1(x, y, z, t)$, $\Phi_2(x, y, z, t)$ волн:

$$\Phi_1(x, t) = \omega t - kx + \varphi_{01}; \Phi_2(x, t) = \omega t - kx + \varphi_{02}.$$

Определяя разность полных фаз, получим $\Delta\Phi(x)$:

$$\Delta\Phi(x) = \varphi_{01} - \varphi_{02},$$

убеждаемся, что она не зависит от времени. Следовательно, в соответствии с определением когерентности (4.12) рассматриваемые две плоские монохроматические волны одной частоты являются когерентными.

Рассмотрим более сложный случай, двух плоских монохроматических электромагнитных волн одной частоты, одной поляризации, но распространяющихся в разных направлениях (рис. 4.5), задаваемых

для первой и второй волн соответственно волновыми векторами \vec{k}_1, \vec{k}_2 , колебания напряжённости электрического поля которых определяются выражениями:

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{10}(\vec{r}) \cos(\omega t - (\vec{k}_1 \vec{r}) + \varphi_{10}), \vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{20} \cos(\omega t - (\vec{k}_2 \vec{r}) + \varphi_{20}), \quad (4.13)$$

Аналогично, определяя разность полных фаз $\Delta\Phi(x, y, z)$

$$\Delta\Phi(x, y, z) = (\vec{k}_2 \vec{r}) - (\vec{k}_1 \vec{r}) + \varphi_{01} - \varphi_{02},$$

убеждаемся, что её среднее значение не зависит от времени, как и выше, но в отличие от предыдущего случая появляется зависимость от координат точки наблюдения, задаваемых вектором \vec{r} .

Отсюда следует вывод, что рассматриваемые волны являются когерентными.

Временная когерентность электромагнитных (световых) волн.

Необходимо отметить, что когерентность двух электромагнитных полей определяет независимость средней разности их полных фаз от времени. По этой причине отмечается роль времени в определении когерентности и её в соответствии с этим обстоятельством называют *временной когерентностью*.

Временной аспект когерентности имеет исключительно важное значение при рассмотрении явлений взаимодействия электромагнитных волн ввиду того, что, во-первых, в строгом смысле на практике монохроматических волн с абсолютно одинаковыми частотами не существует из-за статистического аспекта излучения электромагнитных волн. Во-вторых, монохроматические волны представляют собой в соответствии с определением бесконечный по продолжительности и локализации пространственно-временной процесс, что очевидно невозможно с точки зрения предположений о конечности энергии источников электромагнитных волн.

Таким образом, *монохроматические волны* в физике являются весьма полезной математической абстракцией, позволяющей досконально изучить основные свойства электромагнитных волн. На практике монохроматические волны представляются в виде *цугов* конечной длительности по времени (рис. 4.6), представляющих собой гармонические во времени функции, ограниченные во времени и пространстве о чём говорилось выше.

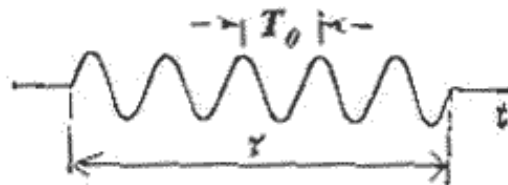


Рис. 4.6.

В связи с этим обстоятельством рассматривается *время когерентности*. Время когерентности учитывает тот факт, что реально средняя разность фаз может зависеть от времени. Поскольку когерентность двух волн связывается с возможностью наблюдения интерференционной картины, то под временем когерентности понимается время, в течение которого интерференционная картина этих волн может наблюдаться. Конечно, возможность наблюдения интерференционной картины является

субъективным фактором. Однако, выше мы рассмотрели понятие видности интерференционной картины (4.5). Видность интерференционной картины отлична от нуля при различии интенсивностей её максимумов и минимумов. Чем больше это различие, тем лучше видна интерференционная картина. Интерференционная картина не видна, когда интенсивность её максимумов совпадает с интенсивностью минимумов. При этом интерференционная картина как бы 'разрушается'. Упрощенно это можно представить с помощью *наложения максимумов одной интерференционной картины на минимумы другой* (рис. 4.7). Появление второй интерференционной картины следует из того факта, что наблюдается интерференция двух цугов волн, каждый из которых в зависимости от длительности цуга можно представить в виде суперпозиции того или иного количества плоских электромагнитных волн. По этой причине на экране наблюдается одновременно интерференция всевозможных пар монохроматических составляющих цугов волн. Для упрощения качественных рассуждений рассматривается только одна из возможных пар монохроматических составляющих для понимания *эффекта разрушения интерференционной картины*.

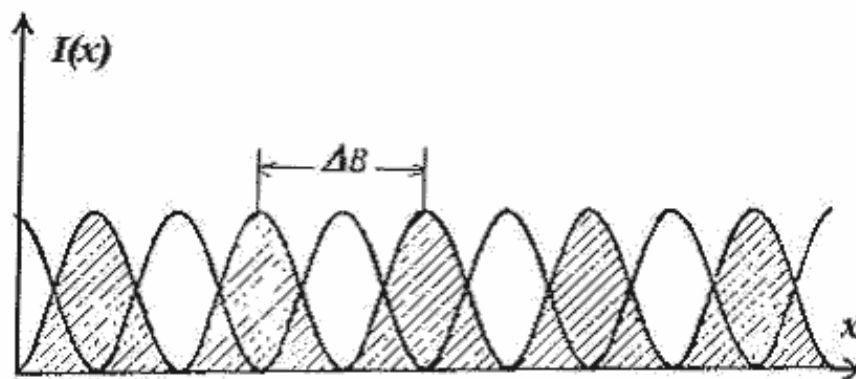


Рис. 4.7.

Исходя из этих рассуждений определим время, в течении которого средняя разность полных фаз двух цугов электромагнитных волн может измениться от своего значения характерного для максимума интерференционной картины до значения, при котором формируется минимум. Это эквивалентно рассмотренной выше ситуации разрушения интерференционной картины, когда максимумы одной интерференционной картины как бы накладываются на минимумы другой интерференционной картины различных пар монохроматических составляющих цуга волн. Из свойств интерференционной картины двух точечных источников одинаковой интенсивности следует, что условной границей, разделяющей область максимумов и минимумов их интерференционной картины, являются множества точек в пространстве, где разность полной фазы интерферирующих волн равна π (радиан).

В соответствии с этим определяется время когерентности t_c исходя из условия:

$$\Delta\Phi(x, y, z, t_c) = \Phi_1(x, y, z, t_c) - \Phi_2(x, y, z, t_c) = \pi, \quad (4.14)$$

Найдём время когерентности t_c распространяющихся в направлении оси Ox одинаковыми начальными фазами двух плоских монохроматических электромагнитных волн одной поляризации, частоты которых отличаются на величину $\Delta\omega$:

$$E_1(x, t) = E_{10} \cos(\omega t - kx + \varphi_{01}); E_2(x, t) = E_{20} \cos((\omega + \Delta\omega)t - kx + \varphi_{01}) \quad (4.15)$$

Отсюда следует, что разность полных фаз волн, определяемых выражениями (4.15), $\Delta\Phi(x, t) = \Delta\omega t$

зависит от времени. Исходя из определения времени когерентности t_c (4.14), получим уравнение для его расчёта:

$$\Delta \omega t_c = \pi .$$

Решая это уравнение, находим, что время когерентности t_c обратно пропорционально разбросу частот колебаний $\Delta \omega$ волн:

$$t_c = \pi / \Delta \omega \quad (4.16)$$

Преобразуем полученную формулу с помощью представления о *ширине спектра колебаний источника электромагнитных волн* $\Delta F = 2\Delta \omega / 2\pi = \Delta \omega / \pi$, поскольку, частота колебаний второй волны может быть как больше, так и меньше ω .

Отсюда следует, что время когерентности t_c обратно пропорционально ширине спектра ΔF источника электромагнитных волн, т.е.:

$$t_c = 1 / \Delta F . \quad (4.17a)$$

Время когерентности, оцениваемое по формуле (4.17a), можно найти, если известен разброс длин волн $\Delta \lambda$ интерферирующих источников, соответствующий разбросу частот световых волн, которые излучаются этими источниками.

Пусть разброс частот источников равен ΔF . Тогда соответствующий разброс длин волн $\Delta \lambda$ может быть определен с помощью очевидных соотношений:

$$\Delta F = \Delta(c / \lambda) = -c\Delta \lambda / \lambda^2 .$$

Поскольку нас интересует соотношения между величинами ΔF и $\Delta \lambda$, знак минус можно опустить, т.к. он указывает на то, что увеличение ΔF соответствует уменьшению $\Delta \lambda$ и наоборот. Подставляя полученное выражение ΔF в выражение (4.17), получим:

$$t_c = \lambda^2 / (c\Delta \lambda) . \quad (4.17b)$$

В этом соотношении λ - это длина волны первого источника, в соответствии с рассуждениями, проведенными выше.

Понятие время когерентности t_c имеет смысл при наблюдении интерференции света от источников, длины волн которых не очень сильно отличаются друг от друга, т.е. в том случае, когда $\Delta \lambda \ll \lambda$ или, что эквивалентно $\Delta F \ll F$, где F - частота света первого источника.

С понятием времени когерентности связано понятие *длины когерентности* l_c , которая определяется длиной пути, проходимым светом за время когерентности t_c :

$$l_c = ct_c = c / \Delta F \quad (4.18a)$$

Или используя выражение (4.17b), получаем

$$l_c = \lambda^2 / (\Delta\lambda) \quad (4.18b)$$

Длина когерентности определяет размер области экрана, на которой наблюдается интерференционная картина. В самом деле (рис.4.8), поскольку 'центр' интерференционной картины соответствует нулевой разности хода интерферирующих волн, контрастность интерференционной картины, определяемая её видностью (4.5), будет уменьшаться по мере удаления от центра. Очевидно, область экрана, где максимумы и минимумы интерференционной картины могут быть различены, условно может быть ограничена кругом максимального радиуса R_{\max} , за пределами которого в соответствии с определением длины когерентности l_c следует ожидать совмещения максимумов и минимумов интерференционных картин, создаваемых различными цугами волн, т.е. $I_{\min} \approx I_{\max}$. Это приводит к выравниванию распределения интенсивности наблюдаемой интерференционной картины и уменьшению видности до нуля на краях интерференционной картины.

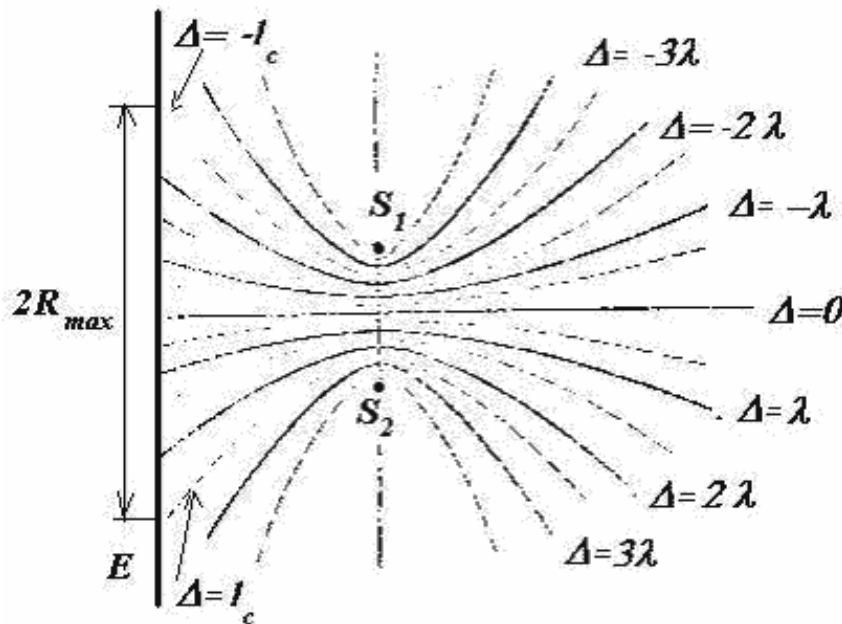


Рис. 4.8.

Как известно, геометрическим местом точек, для которых разность расстояний Δ до двух заданных точек расположения источников S_1 , S_2 является плоскость, перпендикулярная отрезку, соединяющему эти точки для $\Delta = 0$, и при $A(\vec{r})$ *гиперболоид вращения*, ось которого проходит через отрезок S_1 , S_2 . На рис. 4.8 приводится сечение плоскостью XOY нескольких гиперболоидов, соответствующих Δ , кратным длине волны, излучаемой источниками. При пересечении указанных на рисунке гиперболоидов плоскостью экрана линии пересечения будут соответствовать максимумам интерференционной картины, наблюдаемой на экране E (рис. 4.8). Очевидно, на экране E будут наблюдаться максимумы интерференционной картины, которые находятся внутри области пересечения с плоскостью экрана двух гиперболоидов, соответствующих $\Delta = \pm l_c$. Расстояние между двумя точками пересечения плоскости экрана с гиперболоидами, соответствующими значению $\Delta = \pm l_c$ в плоскости XOY , определяет диаметр максимального круга $2R_{\max}$.

Для оценки значения R_{\max} воспользуемся формулой (4.10) для расчёта ширины ΔB полосы интерференционной картины двух точечных источников, находящихся в среде с показателем преломления n на расстоянии d друг от друга и на расстоянии l_c от плоского экрана. Тогда, очевидно

$$R_{\max} = m_{\max} \Delta B, \quad (4.19a)$$

где m_{\max} - предельное число наблюдаемых на экране интерференционных полос.

Вспоминая, что в соответствии с (4.8) каждой полосе соответствует оптическая разность хода, равная длине волны (λ), значение m_{\max} может быть определено длиной когерентности l_c (4.18b), исходя из очевидного соотношения:

$$m_{\max} = l_c / \lambda = \lambda / (c \Delta \lambda). \quad (4.19b)$$

Из (4.19a) с учётом (4.10) получим

$$R_{\max} = l_c^2 / (c n d \Delta \lambda) \quad (4.19c)$$

Полученную формулу для R_{\max} можно переписать, используя определение длины когерентности (4.18b):

$$R_{\max} = l_c / \lambda = l_c / \operatorname{tg} \theta_0 \approx l_c / \theta_0, \quad (4.19d)$$

где λ - тангенс угла θ_0 , под которым из точки наблюдения на экране видны интерферирующие источники (рис. 4.3а), причём предполагается, что этот угол мал, т.е. $\Delta \Phi(x, z)$ и как следствие $\operatorname{tg} \theta_0 \approx \theta_0$.

В дальнейшем угол θ_0 , под которым из точки наблюдения на экране видны интерферирующие источники, будем называть угловым размером области расположения источников (ОРИ).

Пространственная когерентность электромагнитных (световых) волн.

Из (4.19d) следует, что размер области, в которой можно наблюдать интерференцию волн, излучаемых частично-когерентными источниками, обратно пропорционален угловому размеру ОРИ. Это обстоятельство имеет определяющее значение при рассмотрении интерференции когерентных волн, испускаемых не точечными, а протяжёнными источниками.

Возможность наблюдать интерференцию когерентных волн от протяжённых источников приводит к понятию *пространственной когерентности электромагнитных волн*.

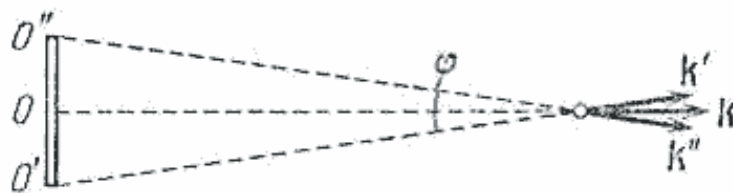


Рис. 4.9.

Для простоты рассуждений представим, что источники когерентных электромагнитных волн с

одинаковыми начальными фазами φ_0 и с длиной волны λ расположены на отрезке длины d , расположенном на расстоянии $l \gg d$ от экрана (рис. 4.9), на котором наблюдается их интерференция. Наблюдаемая на экране интерференционная картина может быть представлена как наложение интерференционных картин, создаваемых бесконечным множеством пар точечных когерентных источников, на которые можно мысленно разбить протяжённый источник.

Выделим среди всего множества источников источник, расположенный посередине отрезка, и сравним интерференционные картины двух пар, одна из которых образована центральным источником и некоторым произвольно выбранным близко расположенным к нему источником, а другая - центральным и источником, расположенным на одном из концов отрезка. Очевидно, что интерференционная картина пары близкорасположенных источников будет иметь близкое к максимальному значению в центре экрана в точке наблюдения O (рис. 4.9). В тоже время интерференционная картина другой пары будет иметь значение, зависящее от оптической разности Δl_{opt} хода электромагнитных волн, испускаемых источниками в центре отрезка и на его крае

$$\Delta l_{opt} = 0.5d \sin(0.5\theta_0) \approx 0.25d\theta_0, \quad (4.20)$$

где θ_0 - угловой размер источника (рис.), который ввиду $d \ll l$ достаточно мал, так, что справедливы очевидные преобразования, использованные при выводе формулы (4.20).

Отсюда следует, что волны от различных точек протяжённого источника, приходящие в точку наблюдения O , расположенную в центре экрана, будут иметь по отношению к волне от центрального источника оптическую разность хода, изменяющуюся по линейному закону от нуля до максимального значения $0.25d\theta_0$. При определённой длине источника приходящие в точку наблюдения волны могут иметь фазу, отличающуюся на 180° от фазы волны, излучаемой центральной точкой отрезка. В результате этого приходящие волны от различных частей источника в центр экрана будут уменьшать значение мощности по сравнению с максимальным, которое имело бы место, если бы все волны имели одинаковую фазу. Эти же рассуждения справедливы и по отношению к другим точкам экрана. Например, в точках минимума интерференционной картины волн от близко расположенных источников интерференционная картина пространственно разделённых источников будет иметь максимальное значение. Вследствие этого значения максимумов и минимумов интерференционной картины протяжённого источника при увеличении его длины будут иметь близкие значения и видность интерференционной картины будет стремиться к нулю. В рассматриваемом случае это имеет место при $\Delta l_{opt} = 0.5\lambda$ в (4.20). Значение длины отрезка $d_{\text{им}}$, соответствующее этому условию определяется из соотношения:

$$d_{\text{им}} = 2\lambda / \theta_0.$$

В оптике и теории электромагнитных волн половина этого значения определяет т.н. *радиус пространственной когерентности* ρ_c электромагнитных волн, излучаемых протяжённым источником:

$$\rho_c = \lambda / \theta_0. \quad (4.21)$$

Физический смысл понятия радиуса пространственной когерентности протяжённого источника состоит в представлении о возможности наблюдения интерференционной картины от протяжённого источника, если он размещается внутри круга, диаметр которого равен $2\rho_c = d_{\text{им}}$.

Из сказанного следует вывод, что пространственная когерентность электромагнитных волн определяется угловым размером их источника. С *угловым размером источника* можно связать направления прихода волн от него. От удалённых источников, как следует из главы 3, в точку наблюдения приходят волны, которые с большой степенью точности можно считать плоскими. По этой причине от каждой из точек протяжённого источника в точку наблюдения приходит плоская волна, направление которой слегка отличается от направления волны, излучаемой соседней точкой источника.

Совокупность плоских волн, приходящих от источника излучения в точку наблюдения называется *пространственным спектром излучения* этого источника. Бесконечно удалённому источнику относительно точки наблюдения соответствует одна плоская волна, приходящая с направления, где находится источник. В этом случае, очевидно, угловой размер источника $\theta_s = 0$ и соответственно пространственный спектр составляет всего одна плоская волна, т.е. ширина пространственного спектра источника плоской волны считается равной нулю. Плоской волне как следует из формулы (4.21) соответствует бесконечное значение радиуса пространственной когерентности ($\rho_c \rightarrow \infty$). Если излучение источника монохроматическое, т.е. спектр его излучения $\Delta F = 0$, то, как следует из (4.17a), излучение источника имеет бесконечно большое время когерентности ($t_c \rightarrow \infty$). Отсюда следует вывод, что плоская гармоническая электромагнитная волна является когерентной как во времени, так и в пространстве.

В действительности представление об электромагнитном излучении реальных тел в виде плоской гармонической волны является абстракцией. Окружающие нас объекты повседневной деятельности имеют конечные размеры, а ширина спектра их излучения всегда отлична от нуля, хотя в ряде случаев, например, в лазерах, она может быть достаточно малой, чтобы полагать её равной нулю ($\Delta F \rightarrow 0$).

По этой причине в пространстве вокруг источника электромагнитных волн можно выделить область, внутри которой излучение может считаться когерентным. Объём такой области называется *объёмом когерентности* V_c и равен произведению длины когерентности l_c на площадь круга радиуса ρ_c :

$$V_c = \pi l_c \rho_c^2. \quad (4.22)$$

В частности, вопрос о возможности наблюдения интерференции волн от двух щелей при использовании выбранного источника электромагнитного излучения решается положительно, если область экрана, на котором расположены щели, попадает внутрь объёма когерентности источника излучения. Рассмотрим с этой точки зрения Солнце, как естественный источник электромагнитного излучения. Для естественных источников электромагнитного излучения характерно протекание процесса излучения за время 10^{-8} сек. За это время излучается цуг электромагнитной волны, представляющий собой конечный "отрезок" гармонической волны в виде синусоиды (рис. 4.10). Условно этот цуг волн можно представить состоящим из трёх частей. На интервалах времени $t \in (0, \tau/3)$ и $t \in (2\tau/3, \tau)$ происходит соответственно формирование и исчезновение цуга волны. На интервале времени $t \in (\tau/3, 2\tau/3)$ можно считать излучение в виде плоской гармонической волны. По этой причине оценкой времени когерентности является $t_c = \tau/3$. Этому времени соответствует вычисляемая по (4.18a) длина когерентности $l_c = 1$ м. Расчёт радиуса пространственной когерентности солнечного излучения в оптическом диапазоне электромагнитного излучения по формуле (4.21) для $\lambda = 0.5 \cdot 10^{-6}$ м. и углового размера солнца $\theta_s = 10^{-2}$ рад приводит

к значению $\rho_c = 510^{-5}$ м.

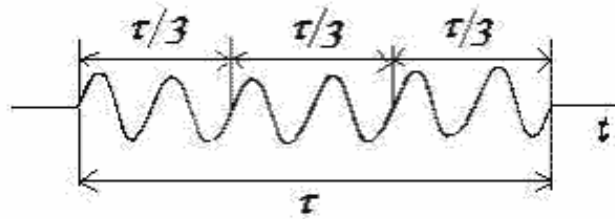


Рис. 4.10.

Роль пространственной когерентности светового излучения впервые была осознана **Юнгом** (1807), который в своих публичных лекциях указал способ наблюдения интерференции световых волн, излучаемых Солнцем, на двух щелях, освещаемых солнечным излучением, предварительно, пропущенным через малое отверстие S' в дополнительном экране (рис. 4.11).

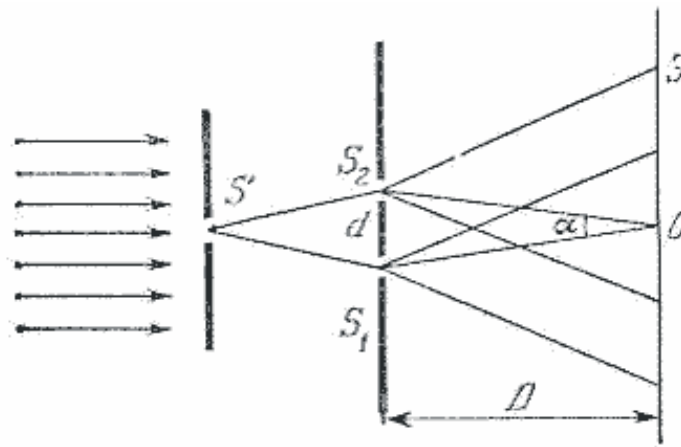


Рис. 4.11.

Благодаря малому отверстию S' уменьшается угловой размер источника и увеличивается радиус пространственной когерентности до размеров, при которых освещаемые щели попадают внутрь 'объема' когерентности источника S и становится возможным наблюдение соответствующей интерференционной картины.

В истории физики опыт Юнга признан классическим опытом по наблюдению интерференции света. Анализ наблюдаемой интерференции световых волн позволил Юнгу определить длины этих волн. Возможные применения интерференции в науке и технике, в частности, для измерения различных физических величин обсуждаются ниже.

Необходимо отметить, что задолго до Юнга в 1665г. **Гримальди** безуспешно использовал для наблюдения интерференции на двух щелях солнечный свет, непосредственно облучающий щели без дополнительного отверстия.

Чем меньше угловой размер источника света, тем больше радиус пространственной когерентности излучаемого им света. В частности свет, излучаемый такими естественными источниками, как звёзды с малыми угловыми размерами ($\theta \ll 0$), несмотря на их гигантские размеры, на больших расстояниях может иметь значение радиуса пространственной когерентности во много раз большее, чем рассчитанное для Солнца. Для излучения лазеров, являющихся искусственными источниками

когерентного излучения, характерны значения радиуса пространственной когерентности излучения во много раз превышающих значения, характерные для естественных источников, благодаря специальным способам формирования выходного пучка излучаемых световых волн, имеющего малую *угловую расходимость* ($\theta_s \rightarrow 0$). Применение световых источников с большим значением радиуса пространственной когерентности, в частности лазеров, позволяет наблюдать интерференцию света в опыте Юнга без использования дополнительного экрана с малым отверстием.

Знание значений длины когерентности и радиуса пространственной когерентности электромагнитного (светового) излучения широко используется в научных исследованиях, в физико-технических измерениях, а также на практике для расчёта радиоэлектронных и оптических приборов.

Кроме опыта Юнга в истории оптики известны целый ряд других способов получения когерентного света от одного источника. Рассмотрим некоторые из них.

В устройстве под названием *зеркало Ллойда* (рис. 4.4) точечный источник S_1 помещается на близком расстоянии от плоского зеркала M , отражающего свет источника под скользящими углами к поверхности зеркала на экран E . На экране наблюдается интерференция от когерентных источников S_1 и S_1' , представляющее мнимое изображение источника S_1 в зеркале M .

В *зеркала Френеля* (рис. 4.12) свет от источника S падает на два расположенных под небольшим углом друг к другу плоских зеркала M_1 и M_2 . После отражения в этих зеркалах образуются два мнимых изображения S_1 и S_2 , волновые фронты которых, являясь когерентными, образуют интерференционную картину на экране E .

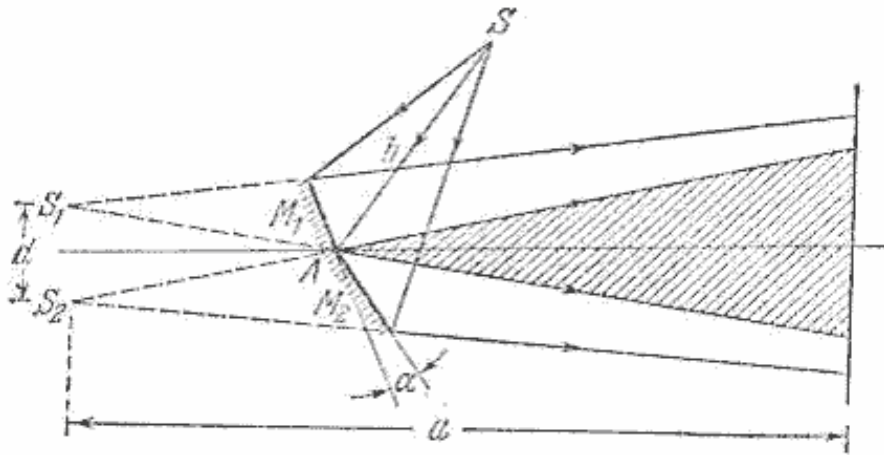


Рис. 4.12.

В *бипризме Френеля* (рис. 4.13), состоящей из двух преломляющих свет одинаковых призм с небольшими углами, световой поток от источника S в результате преломления в каждой из призм делится на два луча, образованных мнимыми изображениями S_1 и S_2 , представляющими собой когерентные источники. Интерференционная картина этих источников наблюдается на экране E .

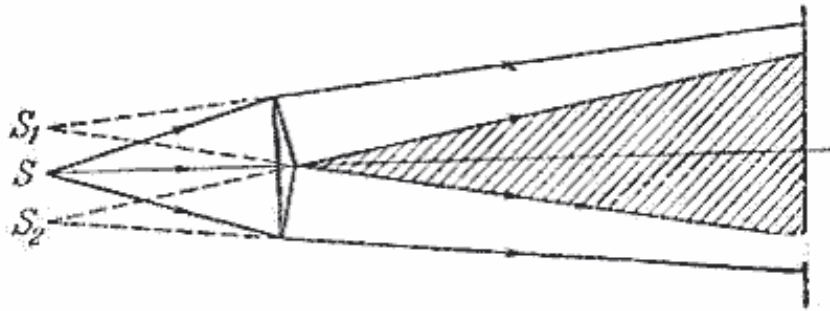


Рис. 4.13.

В *билинзе Бийе* (рис. 4.14), состоящей из двух раздвинутых на некоторое расстояние перпендикулярно оптической оси половинок линзы, разрезанной по диаметру, свет от источника S образует два действительных изображения S_1 и S_2 , интерференционная картина которых наблюдается на экране E .

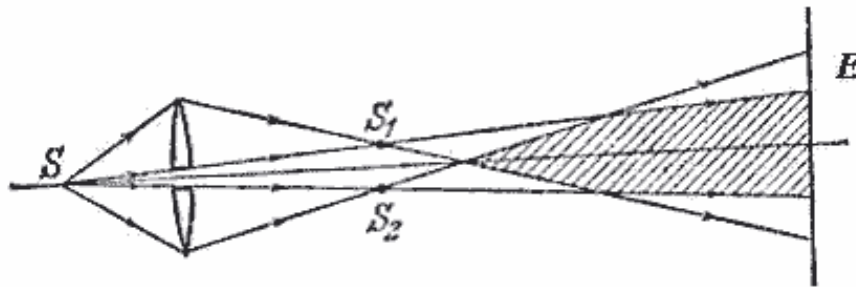


Рис. 4.14.

В *опыте Меслина* (рис. 4.15) две половинки линзы, разрезанной по диаметру, формируют два действительных изображения S_1 и S_2 ,

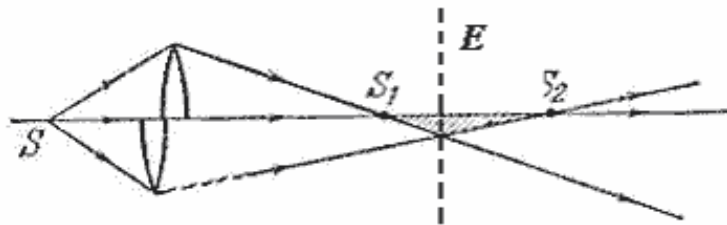


Рис. 4.15.

а интерференционная картина в виде концентрических полуокружностей с центром на оптической оси линзы наблюдается на экране E , который может быть помещён перпендикулярно отрезку $S_1 S_2$

$$\Delta = 2nd \cos(\theta_2) - 0.5\lambda = m\lambda \quad (4.24a)$$

[подробнее](#)

$$\Delta = 2nd \cos(\theta_2) = m\lambda \quad (4.24b)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн**4.4 Интерференция в тонких плёнках**

При освещении *тонкой плёнки* можно наблюдать интерференцию световых волн, отражённых от верхней и нижней поверхности плёнок (рис. 4.16). Для белого света, представляющего собой смешение электромагнитных волн из всего оптического спектра интерференционные полосы приобретают окраску. Это явление получило название *цветов тонких плёнок*. Цвета тонких плёнок наблюдаются на стенках мыльных пузырьков, на плёнках масла, нефти, на поверхности металлов при их закалке (цвета побежалости).

Для объяснения этих явлений рассмотрим расположенную в вакууме плоско параллельную диэлектрическую пластинку (рис.) толщины d с показателем преломления $n = \sqrt{\epsilon}$, где $\epsilon > 1$ - диэлектрическая проницаемость диэлектрика освещаемую плоской световой монохроматической волной с длиной волны λ под углом θ_1 (рис. 4.16). При отражении световых волн от верхней и нижней поверхности пластинки между отражёнными волнами возникнет оптическая разность хода $\Delta = nADC - BC - 0.5\lambda$, которая является следствием того факта, что волна, отражённая от нижней поверхности пластинки проходит больший путь внутри диэлектрической пластинки, чем

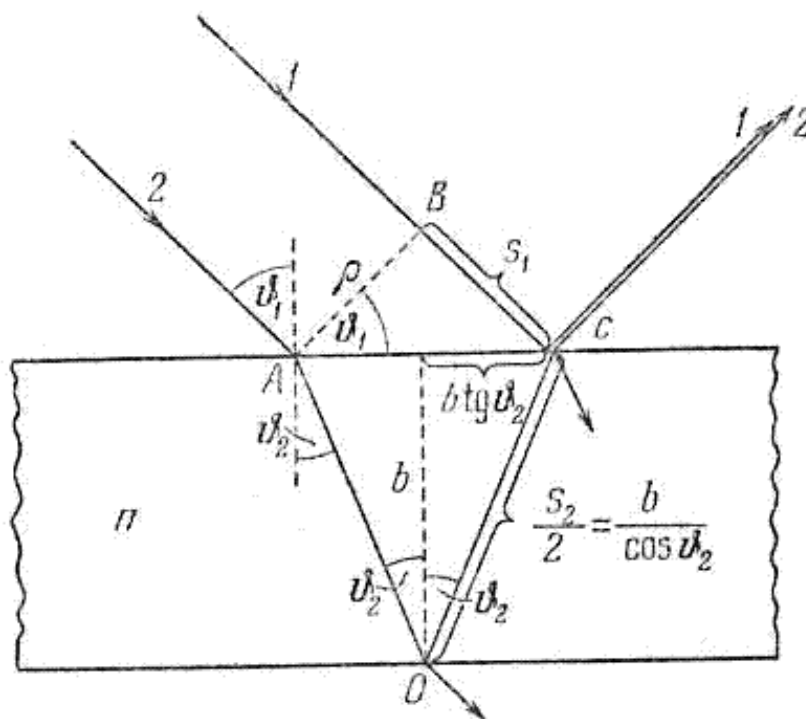


Рис. 4.16.

волна, отражённая от верней поверхности в вакууме, приобретающая дополнительный набег фазы

0.5λ при отражении от оптически более плотной среды. Из геометрических соображений следует, что:

$$\Delta = 2nd \cos(\theta_2) - 0.5\lambda, \quad (4.23)$$

где θ_2 - угол преломления падающего светового пучка пластинкой (рис. 4.16), связанного с углом падения φ соотношением следующим из *закона Снеллиуса*: $n \sin(\theta_2) = \sin(\theta_1)$.

При условии, что

$$\Delta = 2nd \cos(\theta_2) - 0.5\lambda = m\lambda \quad (4.24a)$$

кратно целому числу $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ длин волн, в точке наблюдения P на расстоянии от поверхности плёнки во много раз большем, чем толщина пластинки, отражённые от обеих поверхностей пластинки волны будут складываться в фазе и формировать интерференционный максимум.

Аналогичным образом получим условия минимума интерференционной картины в точке наблюдения P на бесконечности, если волны отражённые от обеих поверхностей пластинки волны будут складываться в противофазе, т.е.

$$\Delta = 2nd \cos(\theta_2) = m\lambda, \quad (4.24b)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ произвольное целое число.

Интерференционная картина, образованная отражёнными под разными углами плоскими волнами от поверхностей плоско параллельной пластинки / плёнки, получила название *интерференционных полос равного наклона*. В этом названии отражается тот факт, наблюдаемая интерференционная картина образована параллельно распространяющимися волнами, падающими на пластинку под одним углом / наклоном. Область наблюдения интерференции расположена в бесконечности, где "пересекаются" параллельные лучи. Углы, в направлении которых формируются максимумы и минимумы интерференционной картины в соответствии с (4.24) зависят от длины волны. Это объясняет окраску интерференционной картины световых лучей, отражённых от поверхностей плоско параллельной пластинки при её облучении белым светом.

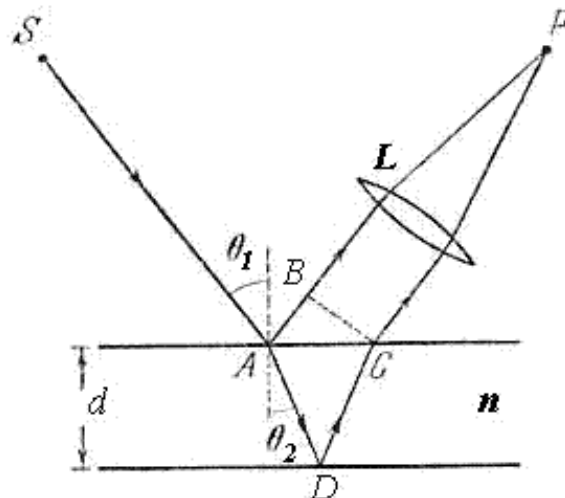


Рис. 4.17.

Для наблюдения интерференционной картины полос равного наклона на конечном расстоянии от пластинки используется линза (рис. 4.17). Благодаря свойству линзы параллельные световые лучи сходятся в некоторой точке фокальной плоскости. Эта точка совпадает с фокусом линзы, если лучи параллельны главной оптической оси. В силу зависимости (4.24) направления на главные максимумы и минимумы от длины волны, в фокальной плоскости линзы можно наблюдать окрашенную в цвета оптического спектра интерференционную картину полос равного наклона.

Другой вид интерференции света в тонких плёнках, толщина которых меняется её по поперечному сечению, получил название *интерференционных полос равной толщины*. Для изучения этого явления рассмотрим плёнку переменной толщины в виде клина (рис. 4.18). Рассмотрим падающую на поверхность диэлектрического клина с показателем преломления $n = \sqrt{\epsilon}$, где $\epsilon > 1$ - диэлектрическая проницаемость диэлектрика, плоскую световую монохроматическую волну I с длиной волны λ (рис. 4.18).

Отражённые от верхней и нижней граней клина плоские волны I' и I'' (рис. 4.18) пересекутся вблизи поверхности клина из-за не параллельности его граней. Следовательно, при помещении экрана вблизи поверхности клина можно наблюдать интерференционную картину в виде полос, параллельных ребру клина, которую образуют волны, отразившиеся от его граней в тех точках их поверхности, где клин имеет одинаковую толщину. Это объясняет названия рассматриваемого явления. При облучении поверхности клина белым светом интерференционная картина в виде полос равной толщины оказывается окрашенной в цвета оптического спектра. Для наблюдения интерференционной картины в виде полос равной толщины используется линза (рис. 4.19), назначение которой состоит в увеличении изображения интерференционной картины, для её визуального наблюдения.

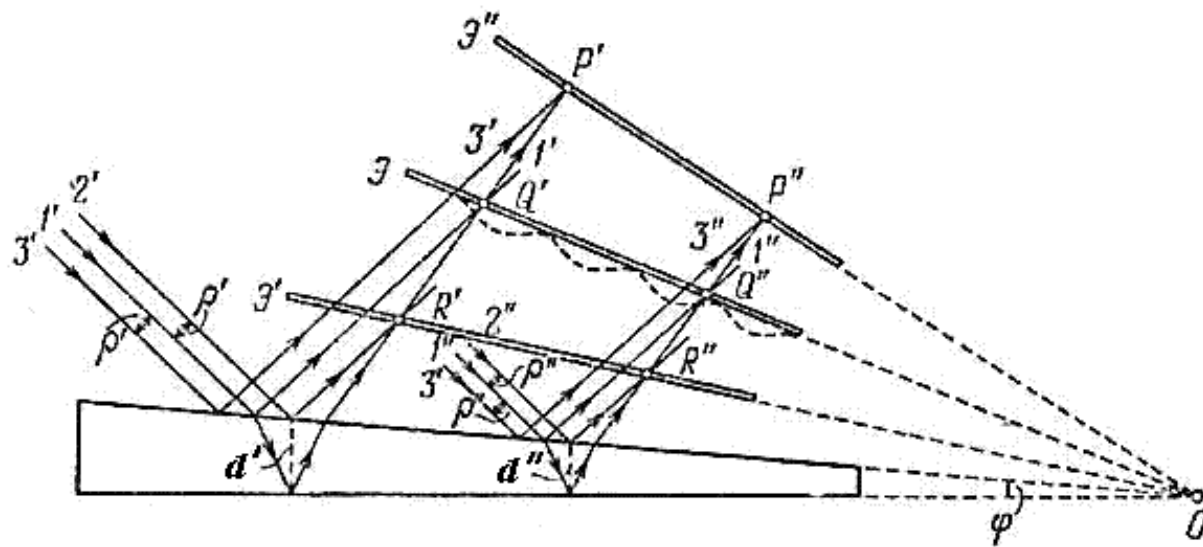


Рис. 4.18.

Интерференционная картина в виде полос равной толщины широко используется на практике для *контроля степени неровности различных поверхностей*, плёнок, а также всевозможных покрытий. Если поверхности плёнки неровные, то полосы равной толщины принимают неправильную причудливую форму, связанную с соответствующим контуром равной толщины плёнки.

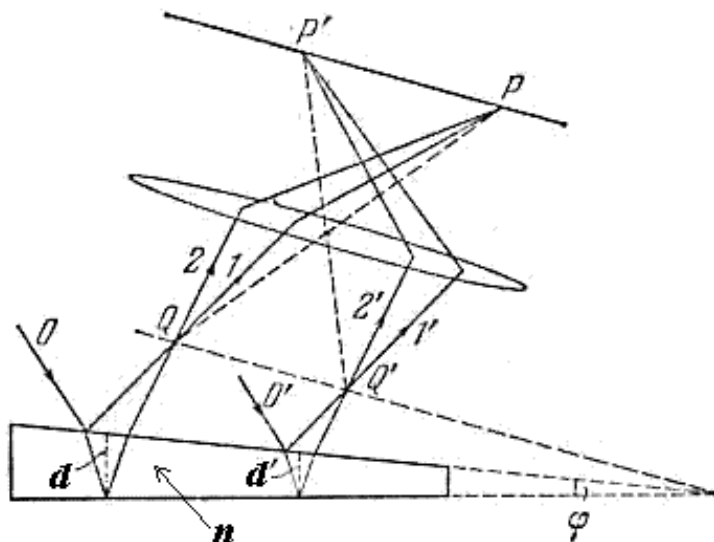


Рис. 4.19.

Для получения количественных соотношений, характерных для рассматриваемого явления, рассмотрим расчёт интерференционной картины в виде *колец Ньютона*, которая имеет место при освещении плоской монохроматической световой волной с длиной волны λ диэлектрической (стеклянной) линзы (рис. 4.20) с показателем преломления диэлектрика $n = \sqrt{\varepsilon}$, помещённой на отражающую поверхность (зеркало).

Найдём оптическую разность хода волн, отражённых от нижней поверхности линзы и от поверхности зеркала. Для облегчения расчётов заменим внутреннюю криволинейную поверхность линзы в точке отражения луча плоскостью, параллельной отражающей поверхности (рис. 4.20). В результате такого упрощения удастся свести расчёт интерференционной картины в виде колец Ньютона к расчёту интерференционной картины в виде полос равной толщины. Полосы представляют собой концентрические эллипсы при наклонном падении света на линзу или окружности при нормальном падении. Как следует из приведенных выше рассуждений о возможности наблюдения полос равной толщины, соответствующая интерференционная картина наблюдается вблизи поверхности плёнки. В первом приближении можно полагать, что наблюдаемые интерференционные полосы располагаются непосредственно на поверхности плёнки в точке отражения волны. Тогда радиусы колец Ньютона r (рис. 4.20) равны

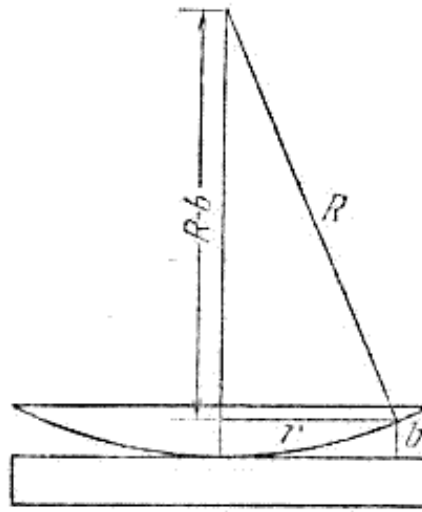


Рис. 4.20.

радиусам окружностей, каждая из которых соответствует точкам нижней поверхности линзы, находящихся на одинаковом расстоянии d от отражающей поверхности. Если предположить, что R - радиус кривизны линзы, а $r \gg d$, то (рис. 4.20)

$$R^2 = (R-d)^2 + r^2 \approx R^2 - 2Rd + r^2 \quad (4.25a)$$

$$d = r^2 / 2R. \quad (4.25b)$$

Радиусы колец Ньютона r_m , соответствующих интерференционным максимумам с номерами $m = 1, 2, \dots$, получающихся при нормальном падении световой волны к поверхности пластинки можно найти из (4.24a) при $\Psi = 0$ и $n = 1$ с учётом (4.24b):

$$r_m = \sqrt{0.5R\lambda(m-1)}, \quad (4.26)$$

где λ - длина световой волны, освещающей линзу.

Чётным значениям m соответствуют светлые кольца, а нечётным - тёмные (рис. 4.21). В частности в центре картины $m = 1$ будет находиться тёмное кольцо, вырождающееся в тёмную точку и соответствующее направлению противофазного сложения интерферирующих волн. Если линзу при наблюдении колец Ньютона поднимать вертикально вверх, то из-за

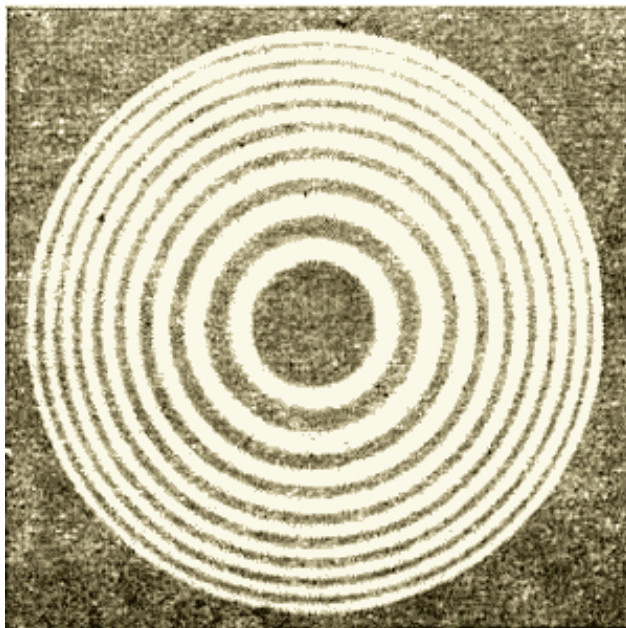


Рис. 4.21.

увеличения проходимого лучами пути интерференционные кольца, каждое из которых соответствует некоторой постоянной разности хода, будет стягиваться к центру. При этом центр картины по мере поднятия линзы будет становиться попеременно то светлым, то тёмным.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[]Sote

$$\Delta = 2nd \cos(\theta_2) - 0.5\lambda \quad (4.23)$$

[подробнее](#)

$$I_r(P) = 4r^2 I_0 \sin^2(\Phi/2) / ((1-r)^2 + 4r \sin^2(\Phi/2)) \quad (4.28)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн

4.5 Применения интерференции

"Просветление" оптики.

Одной из главных задач, возникающих при построении различных оптических и антенных устройств СВЧ диапазона, является уменьшение потерь интенсивности света, мощности потока электромагнитной энергии при отражении от поверхностей линз, обтекателей антенн и пр. приборов, используемых для преобразований световых и радиоволн в разнообразных приборах фотоники, оптоэлектроники и радиоэлектроники.

Рассмотрим решение этой задачи на примере *"просветления" оптики*. Как показывают расчеты, отражение света от поверхности линзы сопровождается *уменьшением его интенсивности* примерно на 4%. Учитывая, что современные оптические устройства, в частности современные оптоэлектронные приборы содержат достаточно большое количество линз, зеркал, светоделительных устройств, потери интенсивности проходящей световой волны без применения специальных мер могут стать значительными.

Для уменьшения потерь на отражение используется покрытие оптических деталей пленкой со специальным образом подобранными толщиной d и показателем преломления n . Идея уменьшения интенсивности отраженного света от поверхности оптических деталей состоит в интерференционном гашении волны, отраженной от внешней поверхности детали, волной отраженной от внутренней (рис. 4.22). Для осуществления этого амплитуды обеих волн должны быть равны, а фазы отличаться на 180° .

Можно показать, что *уравнивание амплитуд отраженных волн* возможно, если показатель преломления пленки n выбирается равным

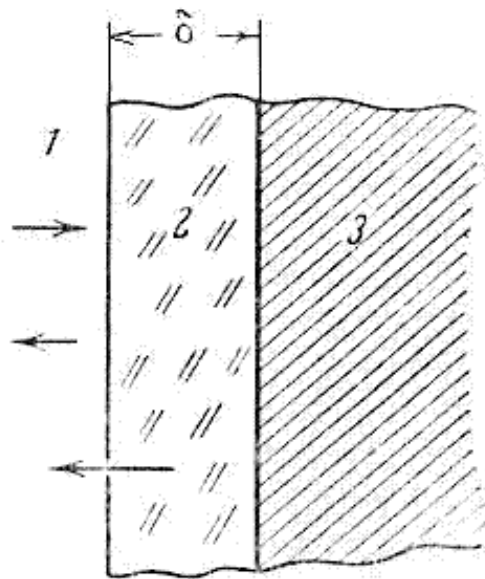


Рис. 4.22.

$$n = \sqrt{n_{\text{дет}}}, \quad (4.27a)$$

где $n_{\text{дет}}$ - показатель преломления диэлектрика, из которого изготовлена рассматриваемая *оптическая деталь* (например, *линза*).

Необходимое *соотношение между фазами $\Delta\varphi$ отражённых волн* обеспечивается выбором толщины плёнки δ , кратной нечётному числу четвертей длины волны проходящего через рассматриваемую деталь света:

$$\delta = (2m + 1)\lambda / 4. \quad (4.27b)$$

В этом случае фазы волн, отражённых от внутренней и внешней поверхностей детали, отличаются на 180° и обеспечивается гашение отражённой волны.

б) *Измерение углового размера источников излучения.*

Задача *измерения углового размера источников* излучения имеет большое практическое значение для решения многих научных и прикладных проблем. Рассмотрим определение *углового размера звезды*, представляющей собой естественный источник оптического излучения.

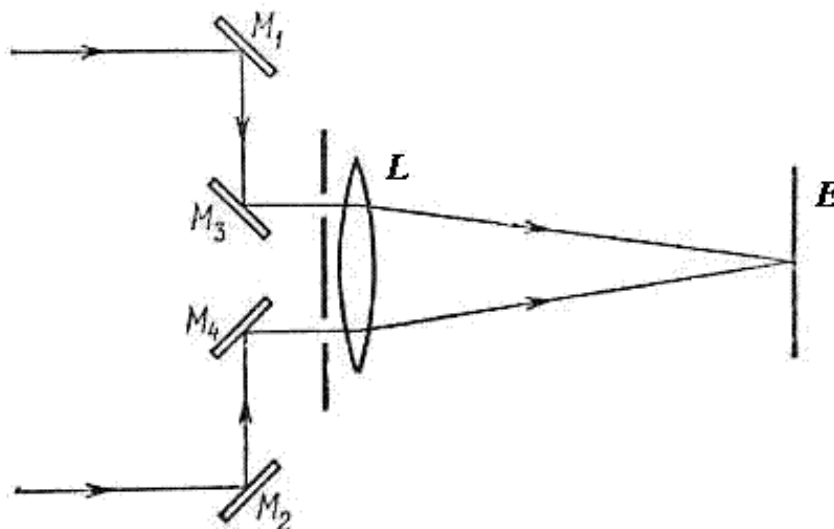


Рис. 4.23.

Для измерения углового размера источника используется свойство пространственной когерентности света, согласно которому наблюдение интерференционной картины, создаваемой двумя щелями, расстояние между которыми равно d и освещаемые светом длиной волны λ , возможно, если $d < 2\rho_c$, где ρ_c - радиус пространственной когерентности используемого для освещения источника света. В противном случае интерференционная картина перестаёт наблюдаться.

Устройства, для проведения измерений в которых используется явление интерференции волн на основе наблюдения их интерференционной картины, называются интерферометрами.

Рассмотрим устройство измерения угловых размеров звёзд, которое было предложено Майкельсоном в 1920г. и известно как *звёздный интерферометр Майкельсона* (рис. 4.23). В звёздном интерферометре, смонтированном в *телескопе*, с помощью *светофильтра* F_1 , выделяется *спектральная компонента излучения источника* с длиной волны λ . Интерференционная картина от двух щелей, облучаемых светом с известной длиной волны λ , наблюдается с помощью линзы L на экране P , помещённом в фокальной плоскости линзы. Расстояние между щелями фиксировано. При изменении расстояния между зеркалами M_+ и M_- путём их взаимного перемещения между зеркалами $d = 2\rho_c$ интерференционная картина на экране P перестаёт наблюдаться. В этом случае угловой размер источника излучения θ_s может быть найден по формуле $\theta_s = A\lambda/d_c$, где A - некоторый коэффициент, зависящий от конструкции объектива. Для круглого равномерно освещённого объектива значение $A \approx 1.22$ определяется явлением дифракции света на объективе, которое рассматривается далее в гл.6.

в) *Измерение показателя преломления веществ.*

Измерение значения абсолютного показателя преломления веществ основано на свойстве смещения интерференционной картины двух когерентных источников волн в зависимости от разности начальных фаз их колебаний.

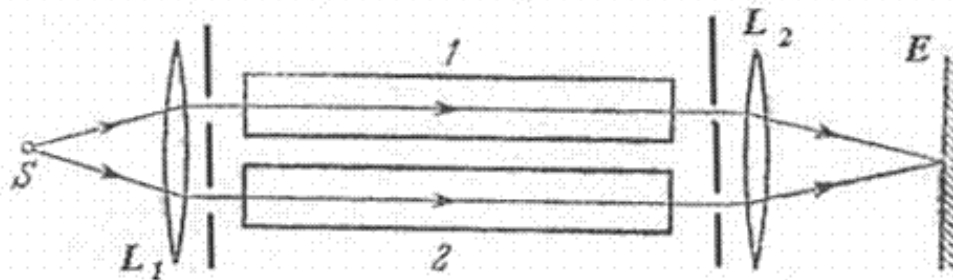


Рис. 4.24а.

Рассмотрим устройство измерения значения абсолютного показателя преломления веществ в *интерферометре Жамена*, упрощенное устройство которого показано на рис. 4.24а. В интерферометре Жамена свет от когерентного источника с длиной волны λ с помощью светоделительного устройства, представляющего собой линзу, освещающую две щели в непрозрачном экране, разделяется на два параллельных пучка. Один световых пучков проходит до щели в экране кювету длиной l с исследуемым веществом, имеющим неизвестный показатель преломления n , а другой через кювету той же длины, внутри которой воздух. Оба световых пучка при облучении каждой соответствующей щели в непрозрачном экране имеют *оптическую разность хода* Δl_{opt} , вычисляемую по формуле $\Delta l_{opt} = l(n-1)$. Учитывая, что оптической разности хода лучей соответствует определённое значение разности начальных фаз колебаний световых волн интерферирующих световых пучков, следует ожидать смещения интерференционной картины на некоторое число интерференционных полос N_{int} относительно направления центрального максимума, который имел место для *кювет*, заполненных воздухом. Поскольку каждой из интерференционных полос соответствует оптическая разность хода, равная длине волны λ , значение показателя преломления исследуемого вещества может быть найдено по формуле:

$$n = 1 + N_{int} \lambda / l .$$

Для измерений, использующих интерферометр Жамена, характерна весьма высокая точность.

На рис. 4.24б изображена оригинальная схема интерферометра Жамена, в которой расщепление светового пучка от источника S на два световых пучка с помощью двух пластинок P_1 и P_2 , изготовленных из однородного стекла. Наблюдается интерференционная картина в фокальной плоскости зрительной трубки Т. Переотражения световых пучков от внутренней и внешней поверхностей пластинок P_1 и P_2 позволяет достаточно далеко

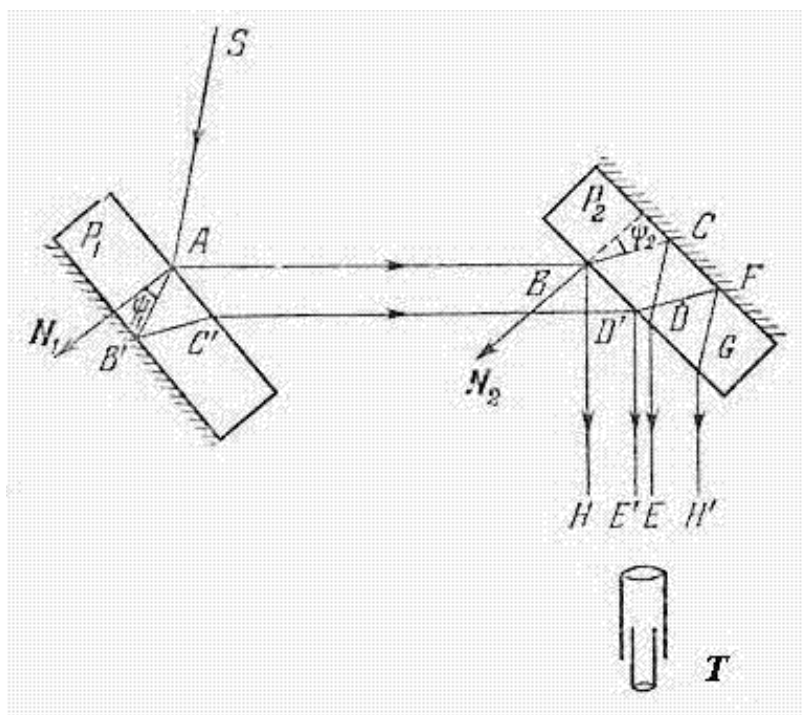


Рис. 4.24b.

развести лучи AB и CD , чтобы на их пути разместить трубки с исследуемыми газами, как об говорилось выше.

г) Интерферометр Майкельсона.

С помощью этого интерферометра *Майкельсон* совместно с *Морли* в 1887г. провёл знаменитый опыт с целью обнаружения движения Земли относительно гипотетического *эфира*, а в 1890-1895гг. Майкельсоном впервые было произведено сравнение длины *красной линии кадмия* с длиной нормального метра.

Рассмотрим упрощённую конструкцию *интерферометра Майкельсона* (рис. 4.25). В этом приборе свет от источника S с помощью светоделительной (полупрозрачной) пластинки P направляется на два зеркала M_+ и M_- , после отражения от которых в *окуляре* зрительной трубы T наблюдается их интерференция. В конструкцию интерферометра входит *компенсирующая пластинка* P_c , назначение которой скомпенсировать различие фазовых набегов разделяемых световых пучков, возникающих из-за того, что пучок, отразившийся от зеркала M_- проходит *светоделительную пластинку* P один раз, а пучок от M_+ три раза.

Характер интерференционной картины, наблюдаемой в окуляре зрительной трубы зависит от *юстировки зеркал* M_+ и M_- , осуществляемой *микрометрическими винтами* - двумя винтами W_+ и одним винтом W_- . С помощью винтов W_+ (рис. 4.25b) изменяется угол между плоскостями зеркал M_+ и мнимого изображения M'_- зеркала M_- светоделительной пластинке P . Винтом W_- можно смещать относительно M_+ мнимое изображение M'_- . Таким образом, с помощью микрометрических винтов W_+ и W_- наблюдаемая интерференционная картина будет иметь вид полос равного наклона при параллельных плоскостях M'_- и M_+ или полос равной толщины, если их плоскости непараллельные.

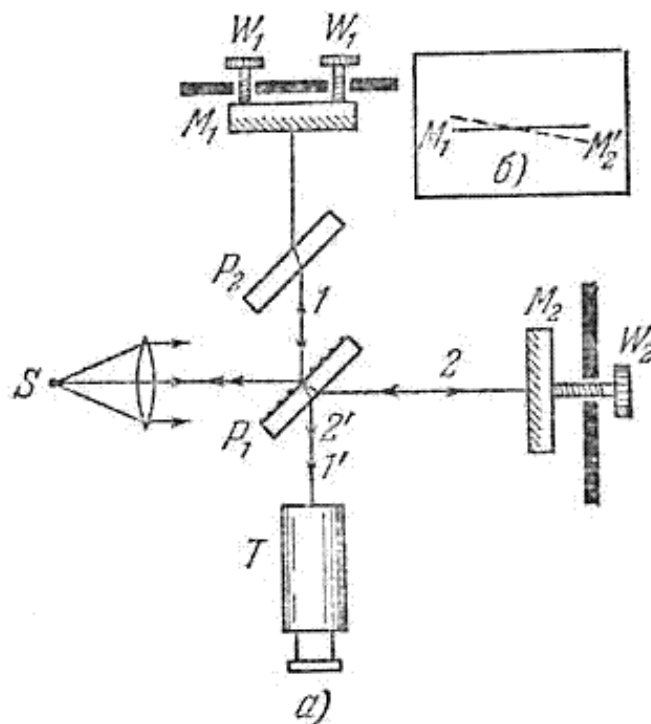


Рис. 4.25.

При слегка расходящемся световом пучке и параллельных плоскостях M'_- и M_+ интерференционные полосы будут иметь вид концентрических окружностей. При вращении винта W_- в центре картины будут возникать новые или исчезать интерференционные полосы, стягиваясь в точку. Смещение наблюдаемой картины на одну полосу соответствует перемещению винта на 0.5λ . В монохроматическом свете, соответствующей красной линии кадмия, Майкельсон наблюдал интерференционную картину при разности хода лучей в 510^5 длин волн.

д) Многолучевая интерференция.

При рассмотрении интерференции света в плоских плёнках мы учитывали интерференцию только двух лучей, что справедливо, если пренебречь *многократными отражениями* 2,3... лучей от внутренних верхней и нижней поверхностей плёнки (рис. 4.26). На самом деле, можно не учитывать многократные отражения лучей, если коэффициент отражения света от этих поверхностей имеет малое значение. В противном случае наблюдаемая интерференционная картина полос равного наклона определяется всеми многократно отражёнными волнами. В результате этого интерференционные полосы становятся более резкими, чем при наблюдении *двухлучевой интерференции*.

При практическом использовании интерференции следствием этого факта является высокая разрешающая способность приборов, использующих многолучевую интерференцию. Явление многолучевой интерференции лежит в основе работы многих оптических и антенных устройств радиодиапазона электромагнитных волн. В частности, явление многолучевой интерференции используется для объяснения работы рассматриваемых далее в главе 5 *оптических дифракционных решёток*, а также *фазированных антенных решёток* в радиоэлектронике.

Пусть r - коэффициент изменения амплитуды света с длиной волны λ при отражении от нижней и прохождения верхней граничной поверхности диэлектрик / воздух, а разность фаз между двумя соседними интерферирующими лучами в точке наблюдения P , расположенной на бесконечности, в

соответствии с выражением (4.23) равна $\Phi = k\Delta = (4\pi nd / \lambda) \cos(\theta)$, где d - толщина пластинки; n - показатель преломления плёнки; $k = 2\pi / \lambda$ - волновое число в воздухе; θ - угол преломления падающего светового пучка пластинкой (рис. 4.26), связанного с углом падения φ соотношением, следующим из закона Снеллиуса: $n \sin(\theta) = \sin(\varphi)$. Для определённости предположим, что волна линейно поляризована параллельно поверхности плёнки вдоль оси OZ (рис. 4.26). Очевидно, в результате многократных отражений 1,2,3... волны от поверхностей плёнки в соответствии со сказанным в главе 4 волны, поляризованной в плоскости падения не возникнет. По этой причине в дальнейшем, считая направление искомого электрического поля волны в точке наблюдения известным (параллельным оси OZ), для упрощения выкладок знак вектора для комплексной амплитуды будем опускать. Кроме того, для упрощения дальнейших выкладок будем полагать, что световая волна освещает плёнку с направления, близкого к нормали поверхности плёнки. В этом случае коэффициент изменения амплитуды света $|r| < 1$ определяется по коэффициентам отражения и прохождения из формул (4.34), в которых надо сделать замену $n \rightarrow 1/n$.

Тогда после каждого отражения от нижней поверхности плёнки приходящая в точку наблюдения плоская волна имеет комплексную амплитуду, которая по сравнению с амплитудой от предыдущего переотражения изменяется в $re^{i\Phi}$ раз (рис. 4.26). С учётом этого определим комплексную амплитуду волны $E_m(P)$ в точке наблюдения от всех многократных внутренних отражений

$$E_m(P) = E_0(r)e^{i\Phi} + E_0(r)^2 e^{i2\Phi} + E_0(r)^3 e^{i3\Phi} + \dots = rE_0 e^{i\Phi} / (1 - re^{i\Phi}),$$

где E_0 - комплексная амплитуда волны падающей на пластинку.

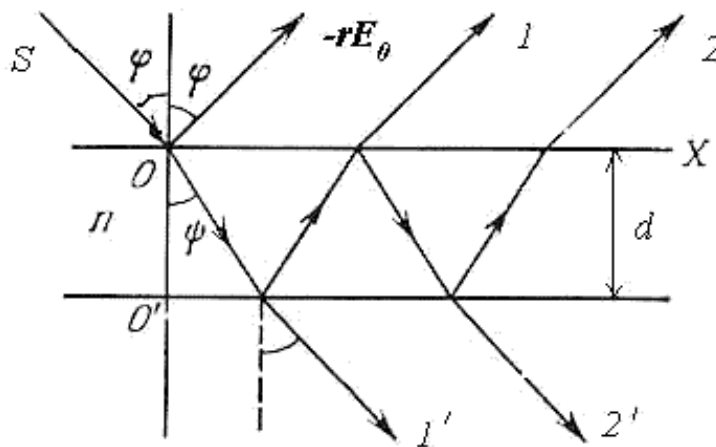


Рис. 4.26.

Учитывая, что при отражении от оптически более плотной среды отражённая волна приобретает дополнительный набег фазы, равный 180° , получаем искомое выражение для комплексной амплитуды волны $E_r(P)$ в точке наблюдения

$$E_r(P) = -E_0 r + E_m(P) = 2riE_0 e^{i\Phi/2} \sin(\Phi/2) / (1 - re^{i\Phi}).$$

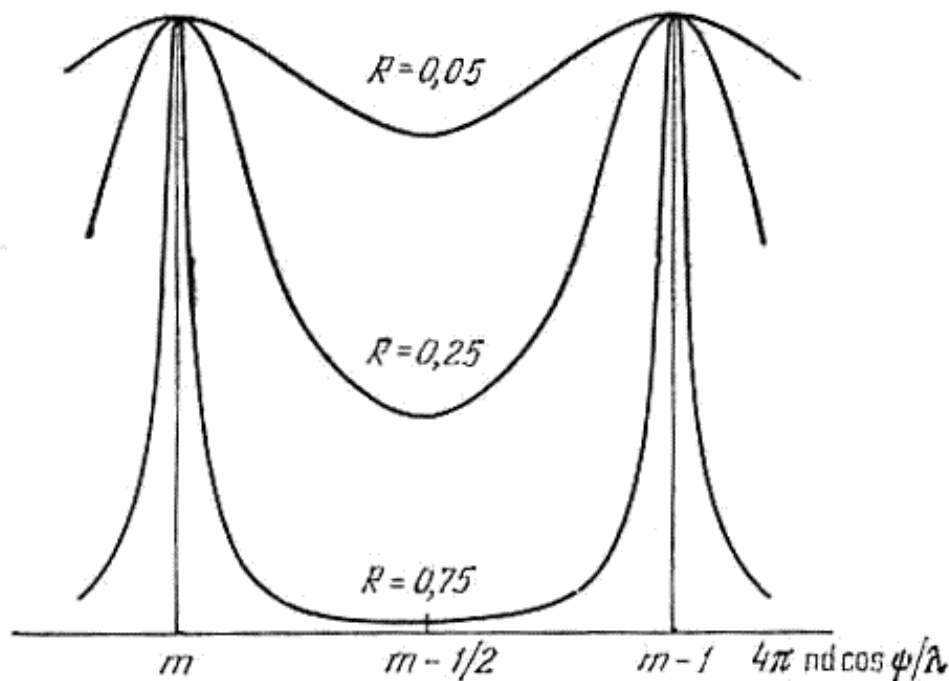


Рис. 4.27.

После очевидных преобразований отсюда следует выражение для распределения интенсивности $I_r(P) = |E_r(P)|^2 / \zeta$ на интерференционной картине, наблюдаемой на экране, находящемся на бесконечно удалённом расстоянии от плёнки:

$$I_r(P) = 4r^2 I_0 \sin^2(\Phi/2) / ((1-r)^2 + 4r \sin^2(\Phi/2)) \quad (4.28)$$

Отсюда следует, что минимумы распределения (4.28) имеют место при $\Phi/2 = m\pi$, где m целое число. Это в точности соответствует интерференционной картине, получающейся при двухлучевой интерференции. Кроме того, при малых $r \ll 1$ выражение (4.28) переходит в

$$I_r(P) = 2r^2 I_0 (1 - \cos \Phi),$$

в точности, совпадающее с распределением интенсивности при двухлучевой интерференции.

Однако при больших r в соответствии с рис. 4.27 распределение интенсивности $I_r(P)$ на интерференционной картине имеет характер узких тёмных полос наблюдаемых на светлом фоне. С ростом коэффициента отражения угловой размер минимумов стремится к нулю. Малый угловой размер интерференционных минимумов, достигаемый при многолучевой интерференции, обуславливает получение большой разрешающей способности спектральных линий в приборах, использующих явление многолучевой интерференции.

В качестве примера рассмотрим *интерферометр Фабри - Перо* (рис. 4.28). Этот прибор состоит из двух стеклянных или *кварцевых пластинок* внутренние стороны которых покрыты *частично прозрачной металлической плёнкой* или специальным *многослойным диэлектрическим покрытием*. Между пластинками находится воздух. Полированием внутренних поверхностей пластин доводят их *отражательную способность* до 95%-98%. Внешние стороны пластинок делаются скошенными, чтобы избежать бликов, обусловленных отражением света от этих поверхностей. Параллельность

пластин достигается с помощью специальных распорных колец Π_1 и Π_2 ,

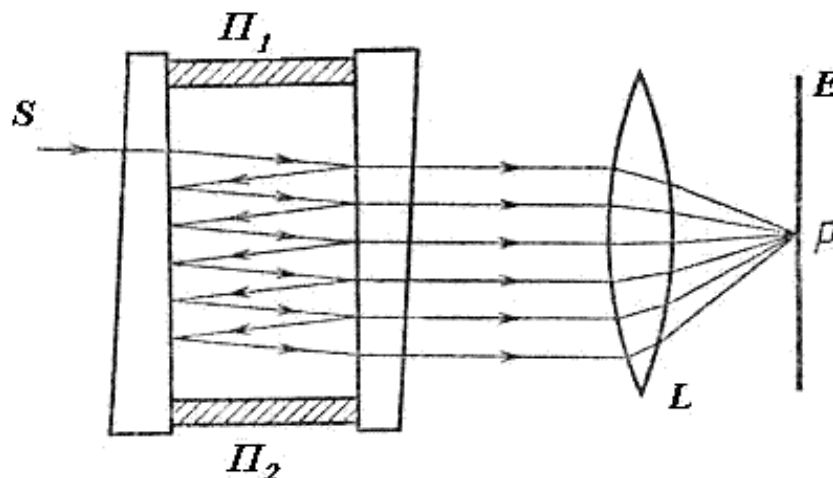


Рис. 4.28.

изготовленных из инвара или плавленого кварца. С помощью набора *эталонных колец* можно производить измерения для разных расстояний между пластинами. Интерферометры на основе распорных колец - эталонов получили название *эталон Фабри - Перо*. На рис. 4.29 приведена интерференционная картина в виде колец равного наклона, наблюдаемая в интерферометре Фабри - Перо в проходящем свете.

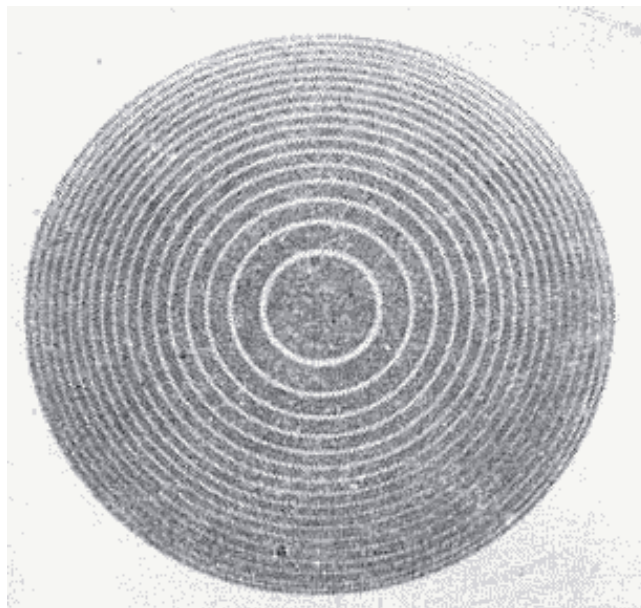


Рис. 4.29.

Чем больше отражающая способность внутренних поверхностей интерферометра, тем уже максимумы и тем выше его спектральная разрешающая способность. *Интерферометры Фабри - Перо* имеют очень простую конструкцию, обладают большой светосилой, благодаря чему они широко используются в спектроскопических исследованиях оптической области спектра электромагнитных волн. Входящие в конструкцию *оптических квантовых генераторов (лазеров)* объёмные резонаторы построены на принципах интерферометра Фабри - Перо.

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{n\beta}\right) \quad (4.29b)$$

[подробнее](#)

$$u = c / \sin \varphi \quad (4.30)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 4. Интерференция электромагнитных волн**4.6 Эффект Вавилова-Черенкова**

Рассмотрим движение заряженной частицы, например, электрона в некоторой среде вдоль прямой линии с постоянной скоростью u , превышающей фазовую скорость света v_p в этой среде. Своим полем частица возбуждает колебания электронных оболочек атомов или молекул среды и они становятся центрами излучения электромагнитных волн. При равномерном движении частицы это излучение может считаться когерентным. Тогда электромагнитные волны, излучаемые атомами и молекулами среды, могут интерферировать между собой, формируя в определённых направлениях интерференционные максимумы. В соответствии со сказанным выше условием формирования интерференционного максимума является сложение в некоторой точке наблюдения P (рис. 4.30), расположенной в бесконечно удалённой точке от линии движения заряженной частицы, в фазе волн, излученных в различные моменты времени t . Пусть A, B две выделенные точки на линии движения заряженной частицы, которые она проходит в моменты времени t_1, t_2 (рис. 4.30). Отрезок AB на своей траектории заряженная частица проходит за промежуток времени Δt равный

$$\Delta t = t_2 - t_1 = AB / v_p.$$

В точку наблюдения P электромагнитные волны, излучённые из точек A, B , придут в моменты времени соответственно равные: $t_1 + AP / v_p, t_2 + BP / v_p$.

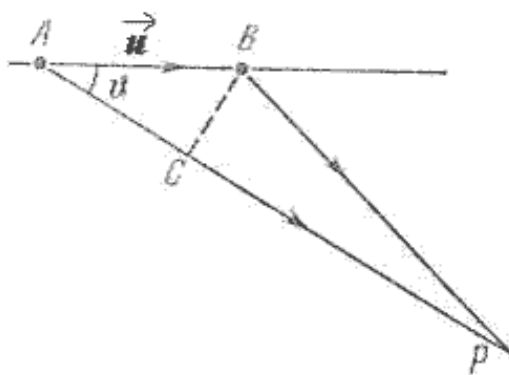


Рис. 4.30.

Найдём разность времён Δt_p прихода в точку наблюдения P волн, излученных из точек A, B линии движения заряженной частицы:

$$\Delta t_p = \Delta t - \left(\frac{AP - BP}{v_p} \right) = \frac{AB}{u} - \frac{AP - BP}{v_p}.$$

Если P находится на достаточно большом удалении от линии движения заряженной частицы, то можно полагать, что

$$AP - BP \approx AC = AB \cos \theta.$$

Тогда

$$\Delta t_p = AB \left(\frac{1}{u} - \frac{\cos \theta}{v_p} \right).$$

Учитывая, что $u > v_p$, одновременный ($\Delta t_p = 0$) приход электромагнитных волн в точку наблюдения P возможен в направлении, определяемым углом θ из условия:

$$\cos \theta = \frac{v_p}{u} = \frac{1}{n\beta}, \quad (4.29a)$$

где $\beta = u/v_p$; $n = v_p/c$; c - скорость света в вакууме; n - показатель преломления среды.

Таким образом, при движении заряженной частицы со скоростью большей скорости света в этой среде ($u > v_p$), возникает излучение электромагнитных волн, максимум которого располагается на конической поверхности с осью вдоль направления движения частицы и углом θ образующей с осью, равным

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{n\beta}\right). \quad (4.29b)$$

В других направлениях, отличных от указанного излучаемые атомами и молекулами электромагнитных волны не будут складываться в фазе, т.е. будут гасить друг друга.

Излучение электромагнитных волн движущимся зарядом впервые было обнаружено в 1934г., а затем экспериментально исследовано *Вавиловым С.И.* (1891-1951) и *Черенковым П.А.* (р.1904). В честь своих первооткрывателей *излучение получило название - Вавилова и Черенкова*. Черенков П.А. показал, что все жидкие и твёрдые тела при прохождении через них *быстрых электронов* помимо имеющей место *флуоресценции* испускают слабое световое излучение, имеющее *непрерывный частотный спектр*. Излучение направлено вперёд максимумом вдоль образующей конической поверхности с углом 2θ , определяемым выражением (4.29b), ось которой совпадает с направлением движения электрона. Свечение частично поляризовано так, что плоскость колебаний вектора напряжённости электрического поля преимущественно проходит через образующую указанного выше конуса и его ось. Излучение возникает практически мгновенно с началом движения и исчезает сразу же после прохождения электрона. Это позволило заключить Вавилову С.И. сделать вывод о том, что открытый вид излучения не является люминесценцией, для которой характерно конечное время свечения. К числу других свойств излучения относятся устойчивость излучения Вавилова и Черенкова к температурным воздействиям на среду, в которой движется электрон.

Теоретическое объяснение излучения Вавилова и Черенкова было сделано *Таммом И.Е.* (1895-1971) и *Франком И.М.* (р.1908). В 1934г. В 1940г. *Л. Гинзбург* (р.1916) создал *квантовую теорию излучения Вавилова и Черенкова*, основанную на законах сохранения энергии и импульса.

Явления, аналогичные излучению Вавилова и Черенкова, имеют место в *аэродинамике* и в *гидродинамике*. Примерами являются образование *ударной волны Маха* при движении самолётов со скоростью, превышающей скорость звука, а также появление всплывающей волны на поверхности воды при движении кораблей со скоростью, превышающей минимальную фазовую скорость, определяемую *числом Рейнольдса*.

Интересной является интерференционная интерпретация с помощью излучения Вавилова и Черенкова закона Снеллиуса, определяющего углы отражения и преломления электромагнитной волны при прохождении ей границы раздела двух диэлектриков (магнетиков) с различными значениями показателей преломления.

Для простоты предположим, что на поверхность диэлектрика с показателем преломления $n > 1$ под некоторым углом φ (рис. 4.31) падает гармоническая электромагнитная волна, поляризованная параллельно поверхности диэлектрика. Тогда образование отражённой от границы и прошедшей границу вакуум / диэлектрик электромагнитных волн является следствием *излучения диполей*, образующихся на границе под действием падающей электромагнитной волны, излучение которых является когерентным. Представим, что диполи образуются возмущением электромагнитного поля, вызываемого действием падающей электромагнитной волны на электронные оболочки атомов и молекул диэлектрика и распространяющегося вдоль границы раздела двух сред со скоростью (рис. 4.30) равной

$$u = c / \sin \varphi. \quad (4.30)$$

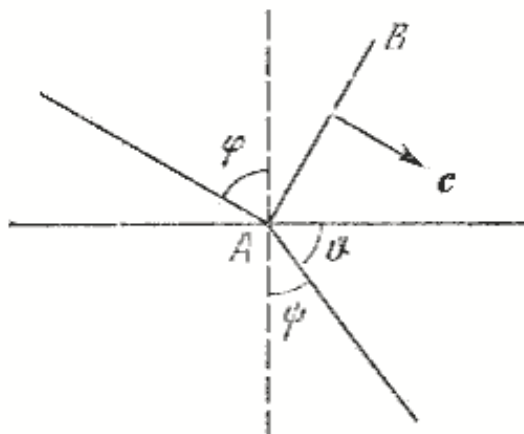


Рис. 4.31.

Движение возмущения электромагнитного поля по своим последствиям эквивалентно движению заряда со скоростью u , способного при условии превышения скорости движения заряда фазовой скорости света v_p в среде вызвать излучение Вавилова и Черенкова. Направление излучения Вавилова и Черенкова в соответствии с (4.29b) и (4.30) составляет угол θ с направлением движения, определяемый из выражения:

$$\cos \theta = \frac{v_p}{u} = \frac{\sin \varphi}{n}.$$

Замечая, что $\cos \theta = \sin \phi$, получаем закон Снеллиуса:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \phi} = n. \quad (4.31a)$$

Аналогично рассуждая, получаем, что отражённая от поверхности диэлектрика электромагнитная волна в вакуум также может быть интерпретирована как излучение Вавилова и Черенкова из-за перемещения возмущения электромагнитного поля со скоростью (4.30), максимум которого в вакууме ($n = 1$) составляет угол φ_r с направлением движения, определяемый из выражения (4.29b):

$$\cos \varphi_r = \frac{c}{u} = \frac{\sin \varphi}{1}.$$

Замечая, что $\cos \varphi_r = \sin \phi_r$, получаем закон Снеллиуса, определяющего *закон зеркального отражения электромагнитной волны от поверхности диэлектрика*:

$$\phi_r = \varphi. \quad (4.31b)$$

Таким образом, отражение и преломление света от границы раздела двух сред можно рассматривать, как одно из проявлений излучения Вавилова - Черенкова.

$$\vec{E}(P) = \int_S \frac{e^{ikR}}{R} \vec{K}\vec{E}(S) dS \quad (5.1)$$

[подробнее](#)

$$\Delta\varphi(x, y) = 0.5k(x^2 + y^2) / F \quad (5.2a)$$

[подробнее](#)

$$\Delta\varphi(x, y) = k[\delta - 0.5(x^2 + y^2)/F] \quad (5.2b)$$

[подробнее](#)

$$E_{\mathcal{O}}(P) = E_{\mathfrak{a}}(P) + E_{\mathfrak{b}}(P) \quad (5.3)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 5. Дифракция света**5.1 Принцип Гюйгенса-Френеля**

Понятие о дифракции электромагнитных волн и её видах.

В гл.3 была рассмотрена задача *распространения электромагнитной волны в однородной, неограниченной среде*, диэлектрическая ϵ и магнитные μ проницаемости которой постоянны в любой точке среды и не зависят от времени. Исследуем взаимодействие электромагнитной волны с неоднородностями среды, в качестве которых можно мыслить любые материальные объекты на пути распространения волны, границы, разделяющие различные среды, области пространства, где значение электрофизических параметров могут зависеть от координат точки наблюдения и/или от времени.

Физическое явление взаимодействия электромагнитной волны с неоднородностями пространства называется *дифракцией электромагнитной волны*, в частности, *дифракцией света*. Благодаря дифракции света возникают волны (рис. 5.1), отражённые от освещаемых объектов, и становится возможным их *визуализация* ("видение"). Дифракция световых волн определяет качество оптических приборов, в частности их разрешающую способность.

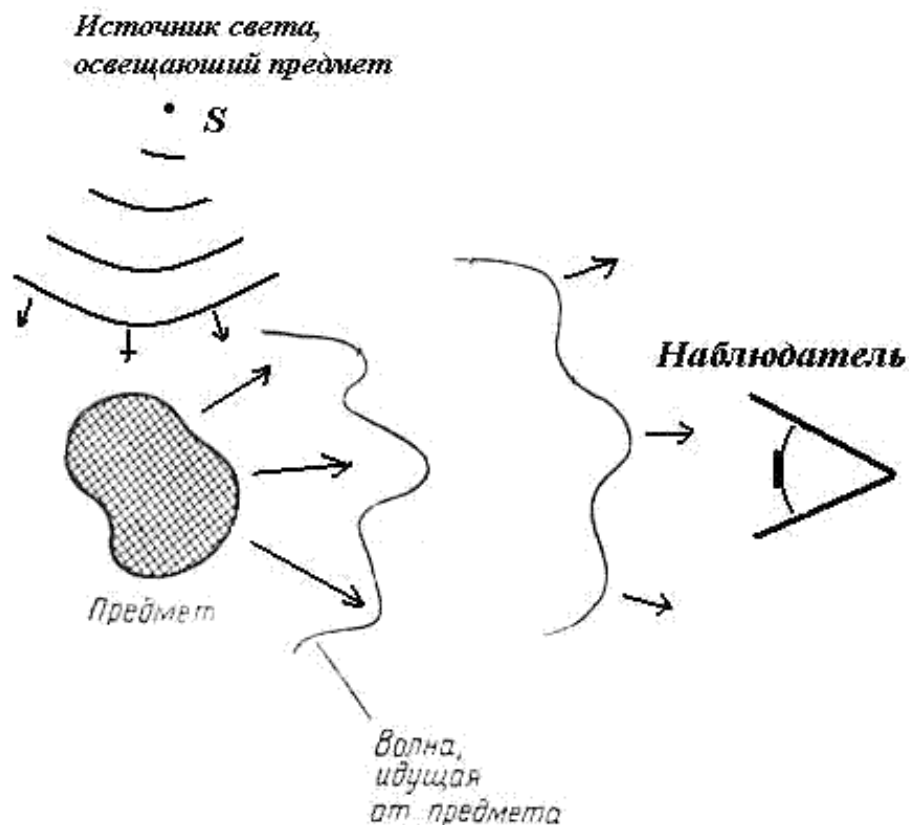


Рис. 5.1.

Выше в гл.3 при определении коэффициентов прохождения и отражения плоской электромагнитной волны от плоской границы раздела двух сред с различными значениями ϵ и μ по существу была решена простейшая дифракционная задача.

Различают два вида явления дифракции в зависимости от расстояния точки наблюдения до препятствия или неоднородности, а также от вида волнового фронта в точке наблюдения. Если точка наблюдения расположена достаточно далеко от препятствия и в точку наблюдения после взаимодействия с неоднородностью приходит плоская волна, то говорят о *дифракции Фраунгофера*. В остальных случаях говорят о *дифракции Френеля*. Критерии наблюдения дифракции Френеля или Фраунгофера в зависимости от соотношения между длиной волны, размером препятствия и расстояния до точки наблюдения мы рассмотрим ниже в под [разделе 5.4](#).

В качестве примера рассмотрим взаимодействие светового потока от источника S с непрозрачной плоской преградой, в которой прорезано отверстие произвольной формы. При дифракции Френеля (рис. 5.2a) в точку наблюдения P , расположенную на экране на конечном расстоянии b от преграды, приходят сферические волны от источника, расположенного на конечном расстоянии a от преграды, и от точек контура, ограничивающего отверстие. При дифракции Фраунгофера (рис. 5.2b) световой волны от источника S , бесконечно удалённого от преграды, в точку наблюдения P , также бесконечно удалённую от преграды, приходят плоские волны.

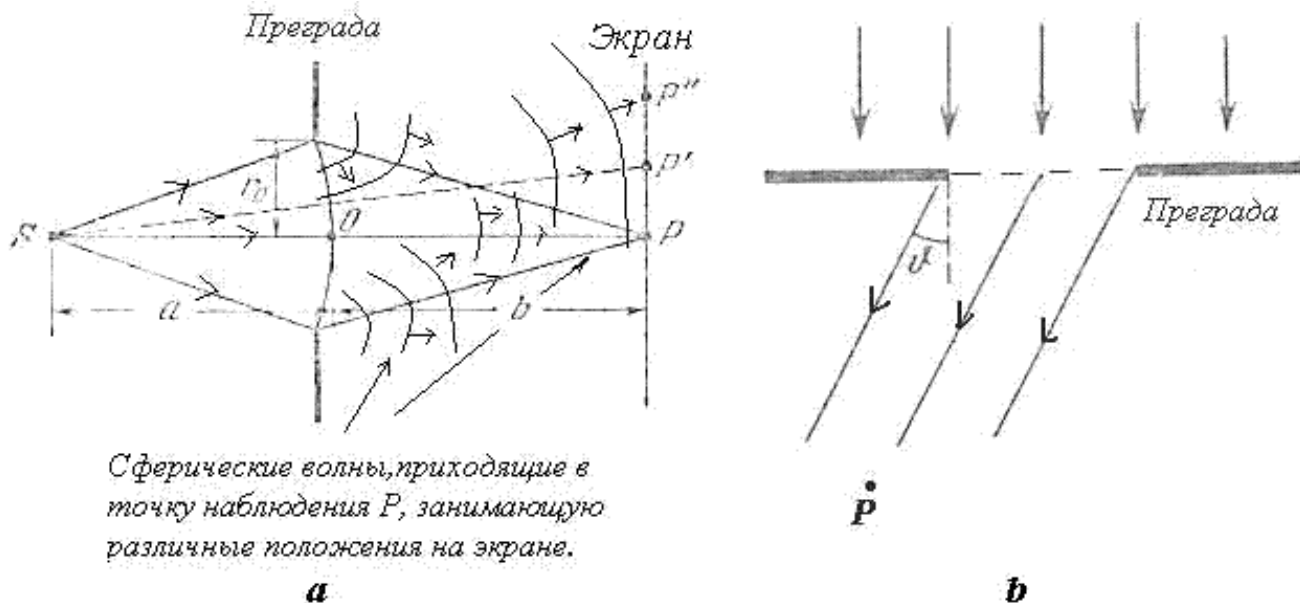


Рис. 5.2.

Отсюда следует, что дифракция Френеля проявляется в виде интерференции сферических (цилиндрических) волн, приходящих в точку наблюдения от неоднородности, с которой взаимодействует электромагнитная волна (свет). Интерференция цилиндрических волн, представляющая собой частный случай интерференции сферических волн, имеет место в том случае, когда и световая волна и неоднородность среды распространения обладают общей осью симметрии, вследствие которой поле волны и параметры неоднородности одинаковы в любом сечении, перпендикулярном оси симметрии.

Дифракция Фраунгофера обусловлена интерференцией параллельных, плоских волн (лучей), приходящих в точку наблюдения от неоднородности, с которой взаимодействует электромагнитная

волна (свет). С помощью линзы 2 (рис. 5.3)

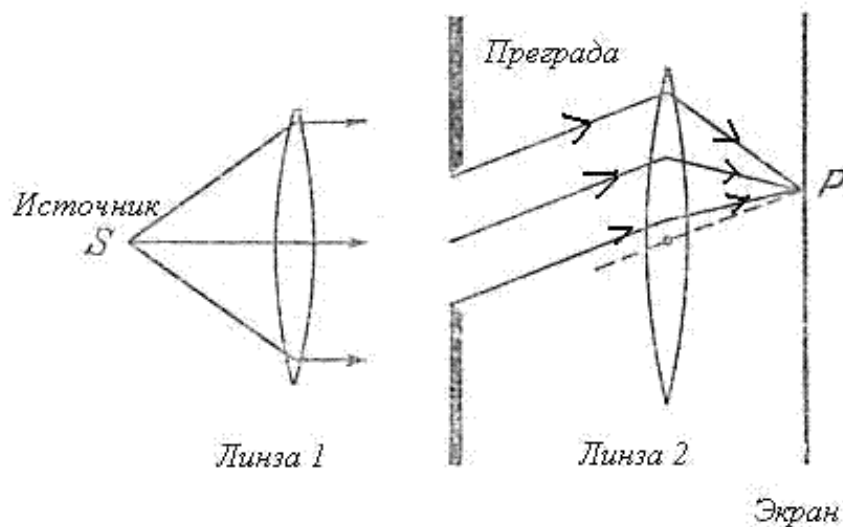


Рис. 5.3.

дифракцию Фраунгофера можно наблюдать на экране, расположенном на конечном расстоянии от преграды, с которой взаимодействует свет (электромагнитная волна). Линза 1 (рис. 5.3), в фокусе которой расположен источник S , используется для освещения отверстия в преграде плоской волной.

Формулировка принципа Гюйгенса - Френеля.

Важный шаг в понимании явления дифракции электромагнитных волн был сделан *Гюйгенсом*, который объяснил процесс распространения волны от некоторого источника O с помощью суперпозиции (интерференции!) излучения "*вторичных*" источников S_i , которые могут быть размещены на фронте S распространяющейся волны в произвольный момент времени t (рис. 5.4). В соответствии с принципом Гюйгенса положение волнового фронта S' волны в момент времени $t + \Delta t$ определяется *огнивающей фронтов сферических волн*,

излучаемых в момент времени t упомянутыми выше вторичными сферическими источниками. Одной из особенностей излучения вторичных источников является их направленность по отношению к направлению распространения волны. *Направленность излучения этих источников* проявляется в отсутствии излучения в направлении назад к источнику. Большая роль в развитии и применении принципа Гюйгенса принадлежит *Френелю*, который принял во внимание интерференцию волн вторичных источников, выражающуюся в том, что поле в произвольный момент времени в точке наблюдения волны является суммой сферических волн, излучённых вторичными источниками в предыдущий момент времени с учётом их интерференции.



Рис. 5.4.

В целях упрощения дальнейших рассуждений рассмотрим математическую формулировку **принципа Гюйгенса - Френеля** применительно к гармоническим электромагнитным волнам с произвольно поляризованными колебаниями вектора напряжённости электрического поля волны \vec{E} .

Как было отмечено в главе 4, для гармонических электромагнитных волн удобно использовать комплексные амплитуды векторов полей, зависящие только от координат точки наблюдения.

В соответствии с принципом Гюйгенса - Френеля в точке наблюдения P (рис. 5.5.) комплексная амплитуда вектора напряжённости электрического поля $\vec{E}(P)$ гармонической электромагнитной волны может быть вычислена по формуле:

$$\vec{E}(P) = \int_S \frac{e^{ikR}}{R} \tilde{K}\vec{E}(S) dS, \quad (5.1)$$

где 1) $\vec{E}(S)$ - распределение комплексных амплитуд вектора напряжённости электрического поля источника O на произвольной замкнутой поверхности S , охватывающей источник O ;

2) $\frac{e^{ikR}}{R}$ - комплексная амплитуда вторичных источников сферических волн на поверхности S ;

3) $R = \sqrt{(x_P - x_S)^2 + (y_P - y_S)^2 + (z_P - z_S)^2}$ - расстояние от точки расположения вторичного источника с координатами (x_S, y_S, z_S) , расположенного на поверхности S , до точки наблюдения с координатами (x_P, y_P, z_P) ;

4) $\tilde{K}(S, P)$ - медленно меняющаяся функция в зависимости от положения точек S и P , учитывающая направленность вторичных излучателей, которую приближённо можно считать равной

единице за исключением случая расположения точки наблюдения P внутри S , когда она полагается равной нулю.

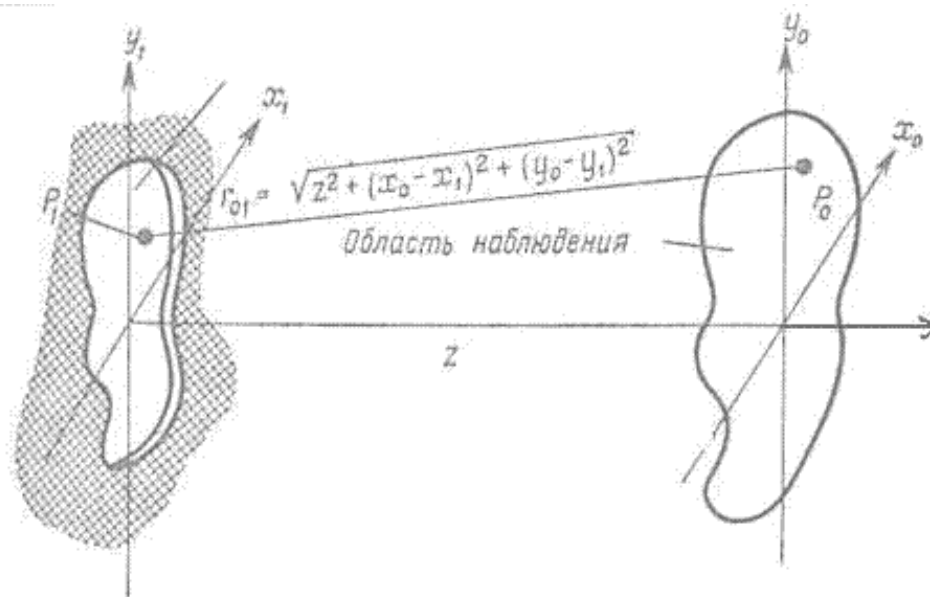


Рис. 5.5.

Поскольку следующие ниже рассуждения справедливы для любой из декартовых компонент $\vec{E}(P)$, далее символ вектора будем опускать, понимая, что полученные выражения справедливы для каждой из них.

Приближение Кирхгофа.

Большое значение для решения задач дифракции с помощью принципа Гюйгенса-Френеля имели оптические исследования *Кирхгофа*. Кирхгоф предложил простой способ решения задач дифракции на основе выражения (5.1), дополнив его правилами преобразования волновых фронтов на граничных поверхностях неоднородностей. В качестве характерных неоднородностей далее рассмотрим следующие две:

- а) непрозрачный, плоский экран, содержащий отверстие произвольной формы (рис. 5.6а);
- б) непрозрачная, плоская пластинка произвольной формы (рис. 5.6б).

Согласно Кирхгофу для решения задачи дифракции электромагнитной волны от точечного источника, облучающего отверстие в непрозрачном экране (задача 'а'), необходимо рассчитать интеграл (5.1), полагая $\vec{E}(S) = 0$ на поверхности экрана, а на поверхности отверстия $\vec{E}(S) = \vec{E}_0(S)$, где $\vec{E}_0(S)$ - напряжённость электрического поля на поверхности S в месте нахождения отверстия, которое создается источником в отсутствии экрана.

Для решения задачи б) необходимо рассчитать интеграл (5.1), полагая $\vec{E}(S) = 0$ на поверхности пластинки, а вне поверхности отверстия $\vec{E}(S) = \vec{E}_0(S)$, где $\vec{E}_0(S)$ - напряжённость электрического поля на поверхности S вне пластинки, которое создается источником в отсутствии пластинки.

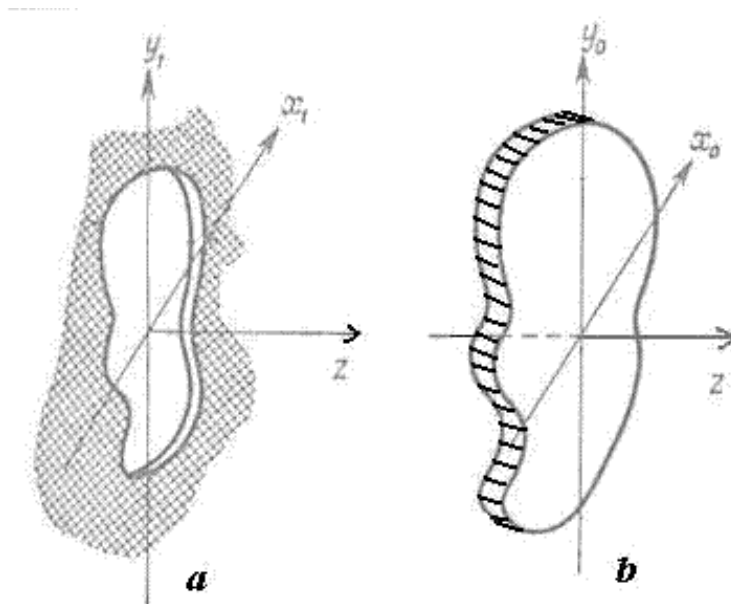


Рис. 5.6.

Такой подход к решению задач дифракции известен как *приближение Кирхгофа*. Приближение состоит в том, что правило расчёта полей на отверстии и на пластинке не учитывает отражение волн от краёв отверстия (задача 'а') или пластинки (задача 'б'). Однако в большинстве случаев расчёта полей на расстояниях, значительно превышающих размера отверстия (задача 'а') или пластинки (задача 'б'), погрешностью вычислений из-за учёта данного фактора можно пренебречь. Строгие исследование области применимости решения задач дифракции с помощью приближения Кирхгофа ограничивают её телесным углом (рис. 5.7), под которым виден объект дифракции (в нашем случае - отверстия или пластинки).

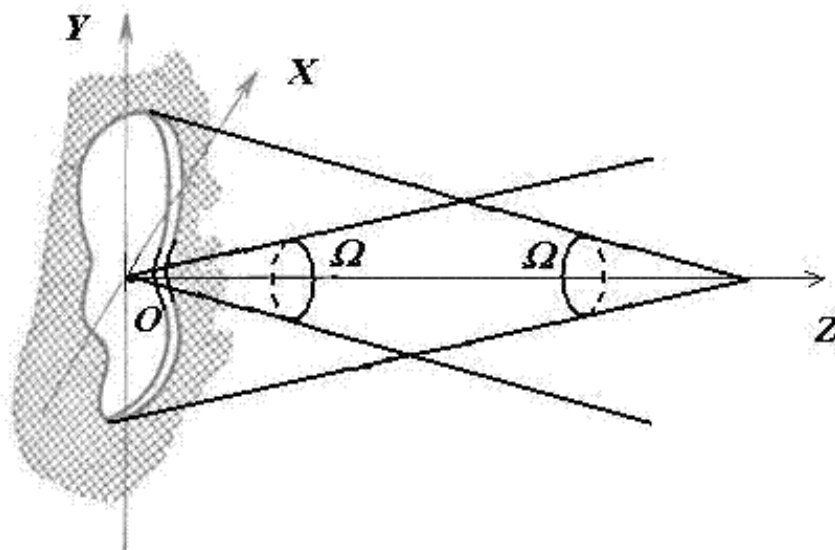


Рис. 5.7.

В этом случае приближённые значения полей отличаются от точных не более чем на 5%, что достаточно для большинства практических приложений, использующих решение задач дифракции.

Приближение Кирхгофа является достаточно гибким и удобным методом решения разнообразных задач дифракции. В качестве примера рассмотрим схему применения приближения Кирхгофа для

решения задачи дифракции поля точечного источника на линзе, находящейся в непрозрачном экране. Заметим, что данная задача является ключевой для расчёта оптических систем, поскольку линзы в микроскопах, телескопах, зрительных трубах, объективах видео и фотокамер, различных голографических приборах и др. являются основными устройствами, формирующими изображение.

Прежде всего, дадим функциональное определение, *бесконечно тонкой линзы*, как оптического прибора, вносящего *квадратичные изменения фазы волны* в каждой точке своей поверхности (в нашем случае $z = 0$, рис.5.8а) на величину $\Delta\varphi(x, y)$, определяемую следующим выражением:

$$\Delta\varphi(x, y) = 0.5k(x^2 + y^2)/F, \quad (5.2a)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число; F - фокусное расстояние линзы.

Фазовый набег, соответствующий (5.2a) получается при изготовлении линзы из диэлектрика с показателем преломления n и придания сферической формы его внешней поверхности.

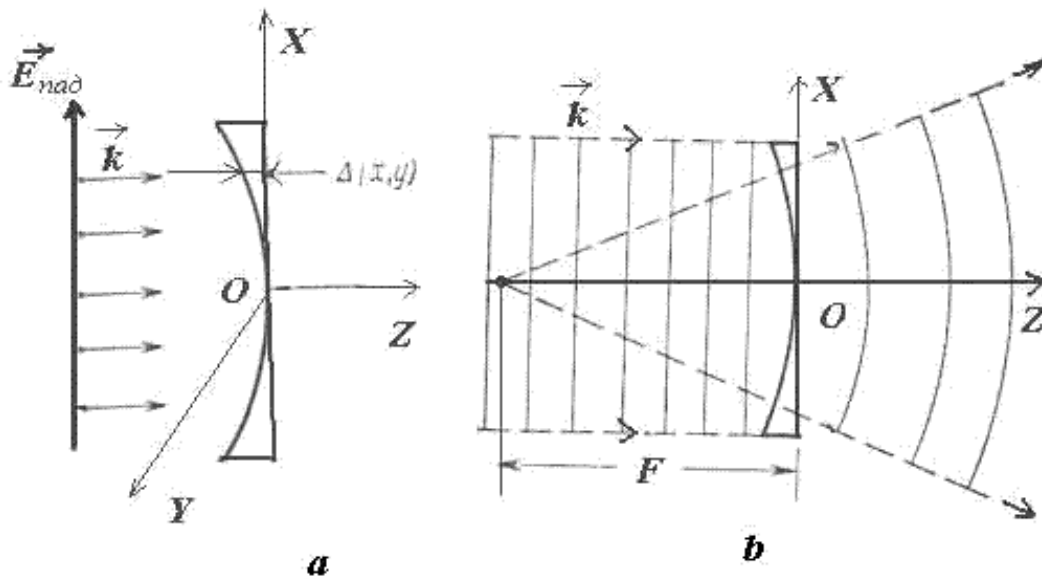


Рис. 5.8.

Покажем, что плоская волна $E_0 e^{ikz}$, распространяющаяся вдоль оси OZ, после прохождения такого прибора превращается как в линзе в сферическую волну. Действительно, фаза $\Phi(x, y)$ этой волны за плоскостью $z = 0$ будет такой же, как у сферической волны, поскольку для $F \gg \max(|x|, |y|)$:

$$\Phi(x, y) = k(F + 0.5(x^2 + y^2)/F) \approx k\sqrt{F^2 + x^2 + y^2} = kr,$$

где $r = \sqrt{F^2 + x^2 + y^2}$ - расстояние, которое проходит сферическая волна, излучаемая из точки $z = -F$ на оси OZ, в точку плоскости $z = 0$ с координатами (x, y) . В силу того, что лучи, соответствующие сферической волне, пересекаются в точке $z = -F$ при их продолжении в противоположном направлении относительно распространяющейся волны (5.8b), точка $z = -F$ является фокусом *рассеивающей линзы*. Для рассеивающей линзы в соответствии с (5.2a) характерно квадратичное возрастание фазовой задержки от нуля в центре к периферии.

Наоборот, для *собирающей линзы*, характерно квадратичное уменьшение фазовой задержки от максимума в центральной части линзы к её периферии (рис. 5.9a,b). Вносимые собирающей линзой

квадратичные изменения фазы $\Delta\varphi(x, y)$ проходящей волны могут быть определены аналогичным (5.2a) выражением:

$$\Delta\varphi(x, y) = k[\delta - 0.5(x^2 + y^2)/F], \quad (5.2b)$$

где δ - толщина линзы; F - фокусное расстояние линзы.

Пусть круглая линза радиуса R_L располагается в плоскости $Z = 0$ в начале координат (рис. 5.8). Тогда для решения задачи дифракции на линзе надо взять интеграл (5.1) по поверхности круга радиуса R_L , определяя в подынтегральном выражении $E(S)$ с учётом изменения фазы волны источника O линзой, т.е.

$$E(S) = E_0(S) \exp[ik\Delta\varphi(x, y)], \quad (5.2c)$$

где $E_0(S)$ - поле источника O на поверхности линзы, если бы линзы не было; $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число; $\Delta\varphi(x, y)$ - соответствующий рассеивающей (5.2a) или собирающей (5.2b) линзе вносимый фазовый набег.

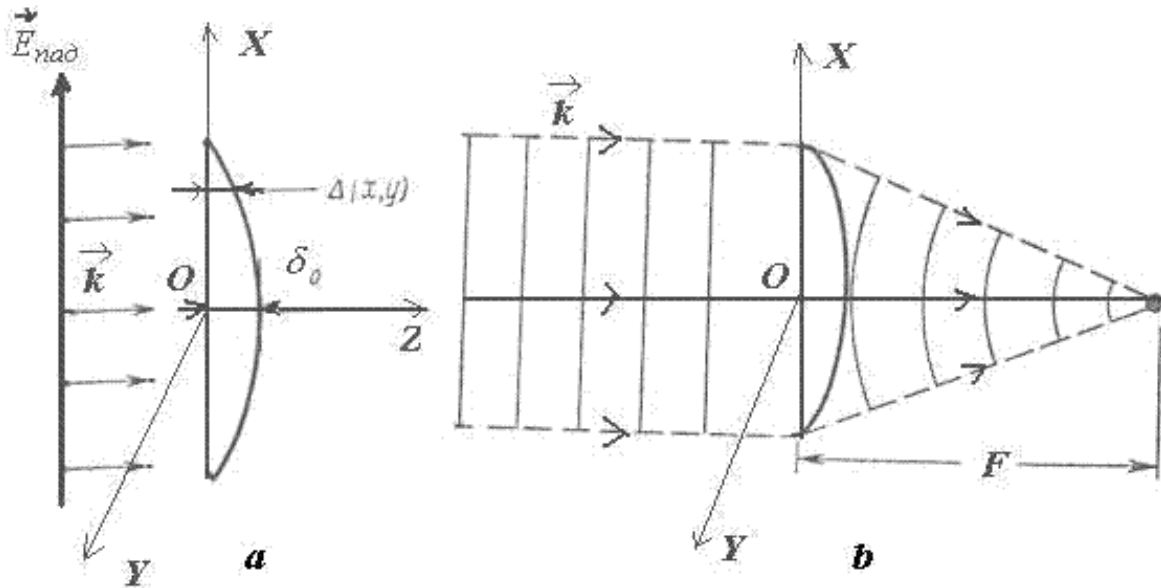


Рис. 5.9.

Как правило, при расчёте задачи дифракции на линзе можно пренебречь изменением амплитуды падающей волны на поверхности линзы, т.е. полагать её постоянной $E_0(S) = E_0$. В этом случае для расчёта дифракционных полей получаются интегралы, известные в оптике как *интегралы Френеля*.

В современной практике научных, прикладных и инженерных приложений исследований в области электромагнитных волн решение задач дифракции довольно часто получают с помощью методов, являющихся по существу модификациями приближения Кирхгофа. В частности, в таких широко известных современных методах решения задач дифракции, как *геометрическая теория дифракции* и *метод краевых волн*, делается попытка учесть волны отраженные от краёв отверстия, кривизну облучаемых тел и токи, возникающие на экране вблизи его краёв.

Связь решений задач дифракции электромагнитных волн на отверстиях в непрозрачном экране и

на непрозрачном диске, совпадающим по форме с отверстием (Принцип Бабине).

Рассмотрим две модельные задачи дифракции электромагнитной волны от одного и того же источника O на экране с отверстием и на пластинке, контур которой совпадает с контуром отверстия (рис. 5.6). Такие два объекта дифракции являются взаимно дополняющими друг друга в том, смысле, что если совместить пластинку с отверстием, то получится плоский непрозрачный экран. Ввиду этого решение задач на *взаимно дополняющих экране и отверстии* связаны друг с другом.

Пусть $E_a(P)$ - решение задачи дифракции волн на экране с отверстием от источника, находящегося в точке O , а $E_b(P)$ решение задачи дифракции волн на дополнительном экране (пластинке) от того же источника. Тогда согласно *принципу Бабине* в точке O в точке наблюдения P будет иметь место:

$$E_O(P) = E_a(P) + E_b(P), \quad (5.3)$$

где $E_O(P)$ - поле источника в точке наблюдения в отсутствие экрана или пластинки.

Принцип Бабине позволяет найти решение задачи дифракции на экране с отверстием, если известно решение задачи пластинке являющейся дополнительной к отверстию в экране и наоборот.

Из принципа Бабине в частности следует, что если в точке наблюдения интенсивность $I_b(P)$ равна нулю, то $I_O(P) = I_a(P)$. Если же $I_O(P) = 0$, то $I_a(P) = I_b(P)$. И наконец, если плоские дополнительные экраны облучает плоская волна с интенсивностью I_O , падающая перпендикулярно плоскости экрана, то в соответствии с главой 6 и (5.3) взаимосвязь интенсивностей $I_a(P)$ и $I_b(P)$ дифракционных полей на двух дополнительных экранах определяется разностью фаз φ_a и φ_b этих полей в точке наблюдения:

$$I_O(P) = I_a(P) + I_b(P) + 2\sqrt{I_a(P)I_b(P)} \cos(\varphi_a - \varphi_b) \quad (5.4)$$

С помощью современных электронно-вычислительных машин можно получить решение любой задачи дифракции электромагнитных волн на произвольном теле с помощью выражения (5.1) или более строгих соотношений, учитывающих векторную структуру электромагнитных волн. Однако в ряде случаев удаётся получить не только качественные представления о дифракции электромагнитных волн на том или ином объекте, но и достаточно точно оценить интенсивность соответствующего дифракционного поля, понять принцип работы многих оптических устройств, оптимизировать их характеристики, не прибегая к сложным арифметическим расчётам. Для этой цели используется предложенное Френелем понятие зон Френеля, рассматриваемое в следующем параграфе.

$$E(P) = \int_S dE(P) \quad (5.5)$$

[подробнее](#)

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = (b + 0.5m\lambda)^2 - (b + h_m)^2, \quad (5.6a)$$

[подробнее](#)

$$E(P) = E_1 + E_2 + \dots = 0.5 E_1 + (0.5 E_1 - E_2 + 0.5 E_3) + (0.5 E_3 - E_4 + 0.5 E_5) + \dots \quad (5.7)$$

[подробнее](#)

$$I_1 = 4 I_0 \quad (5.9)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 5. Дифракция света**5.2 Зоны Френеля**

Как следует из принципа Гюйгенса- Френеля комплексная амплитуда волны в точке наблюдения P (рис. 5.4), создаваемая источником монохроматической электромагнитной волны в точке O , может быть найдена как суперпозиция комплексных амплитуд сферических волн, испускаемых вторичными источниками на произвольной замкнутой поверхности S , охватывающей точку O в соответствии с выражением (5.1). Пусть S сферическая поверхность радиуса R с центром в точке O . Тогда поле $E(P)$ в точке наблюдения P можно представить суммой полей $dE(P)$, доставляемых электромагнитной волной от бесконечного множества шаровых сегментов dS (рис. 5.10):

$$E(P) = \int_S dE(P). \quad (5.5)$$

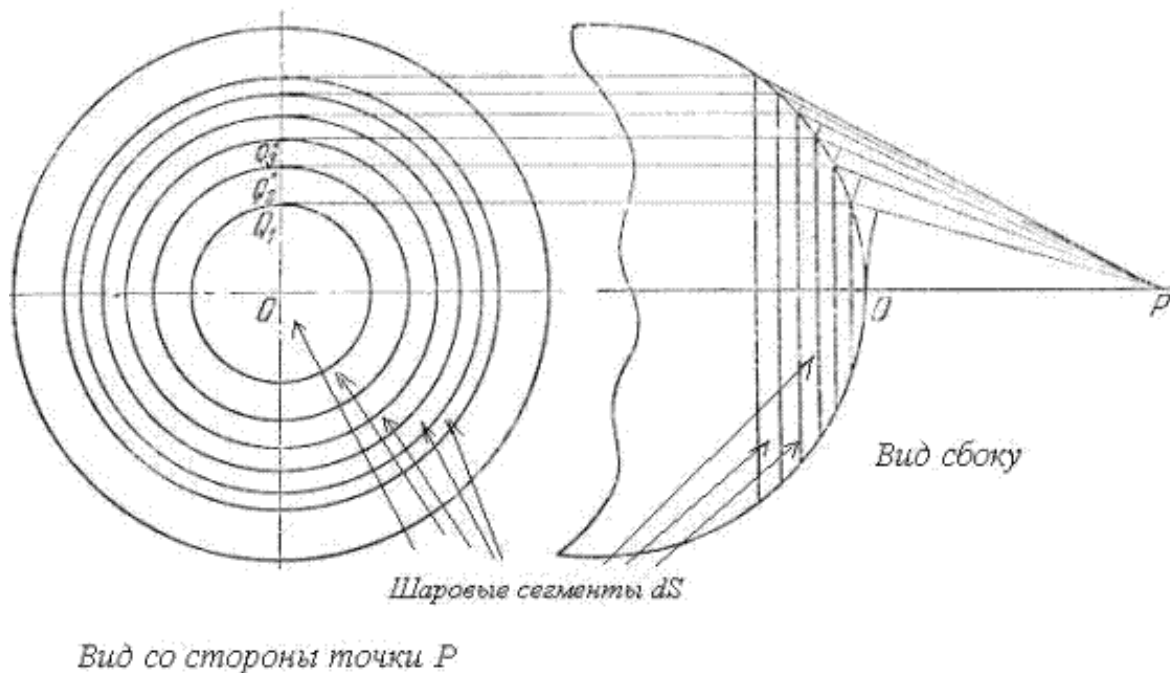


Рис. 5.10.

Рассмотрим 'механизм' формирования значения поля $E(P)$ последовательно, начиная от центрального шарового сегмента, центр которого пересекается прямой, соединяющей точки O и P (рис. 5.10). Приблизённо на первом этапе рассуждений можно полагать, что амплитуды волн от соседних шаровых сегментов равны. Однако фазы этих волн отличаются из-за того, что волны проходят разный путь, тем больший, чем дальше рассматриваемый сегмент расположен от центрального (рис. 5.10). В первом приближении, можно полагать, что фаза меняется линейно в зависимости от пройденного волной расстояния от соответствующего шарового сегмента. По этой причине комплексная амплитуда $E(P)$, определяемая (5.5), представляет собой сумму бесконечно

большого количества комплексных векторов одинаковой амплитуды, но повернутых по отношению к соседнему на одинаковый, бесконечно малый угол. На рис. 5.11а показано в виде комплексного вектора значение $E(P)$, соответствующее такой части поверхности S , когда малые шаровые сегменты создают в точке наблюдения поле, фаза которого отличается на 180° от фазы волны центрального сегмента. Рассмотренная часть поверхности S волнового фронта получила название *первой зоны Френеля*. Границей, отделяющей первую зону Френеля от остальной части поверхности волнового фронта S , является окружность, в каждой точке которой фаза волн, приходящих в точку наблюдения P , отличается на 180° от фазы волны центрального сегмента.

Обратим внимание, что комплексная амплитуда поля, создаваемая первой зоной Френеля, определяется вектором, обозначаемым $E_1(P)$ и совпадающим с диаметром полуокружности, к которой стремится в пределе годограф кривой, представляющей сумму полей, создаваемых бесконечно малыми шаровыми сегментами. Фаза волны, создаваемой первой зоной Френеля, как следует из рис. 5.11а, отстаёт на 90° от фазы волны $E_0(P)$, создаваемой центральным сегментом.

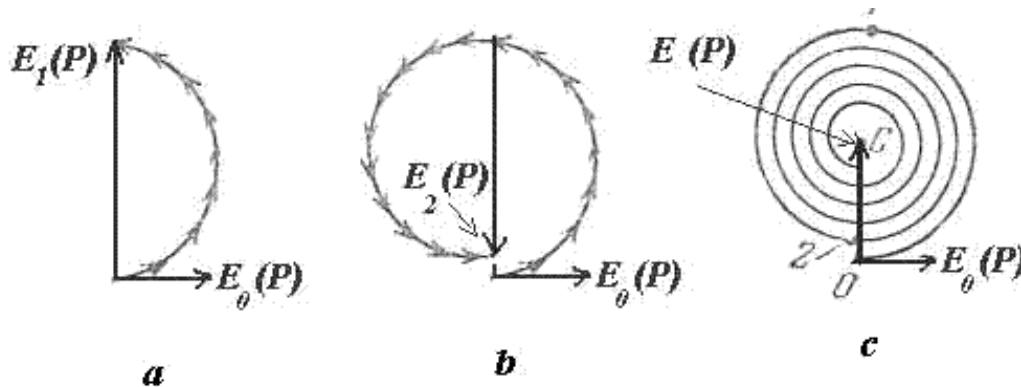


Рис. 5.11.

Если подвергнуть поверхность S дальнейшему разбиению на зоны, то получим *вторую зону Френеля* (рис. 5.12), граничащую с первой зоной и отделённую от остальной части поверхности S окружностью, в каждой точке которой фаза волн, приходящих в точку наблюдения P отличается на 180° от фазы волн от границы с первой зоной Френеля. Можно заметить, что волны от второй зоны Френеля уменьшают комплексную амплитуду волн, создаваемых первой зоной Френеля, ввиду их противофазного сложения. В первом приближении, если не учитывать убывание амплитуды сферических волн обратно пропорционально расстоянию, сумма волн от первой и второй зон Френеля равна нулю. Но на самом деле, сумма волн, создаваемых первой и второй зоной Френеля хотя и имеет малую величину, но не равна нулю. Поэтому характер годографа волн, создаваемых первой и второй зоной Френеля, в пределе представляет часть некоторой спирали (рис. 5.11б).

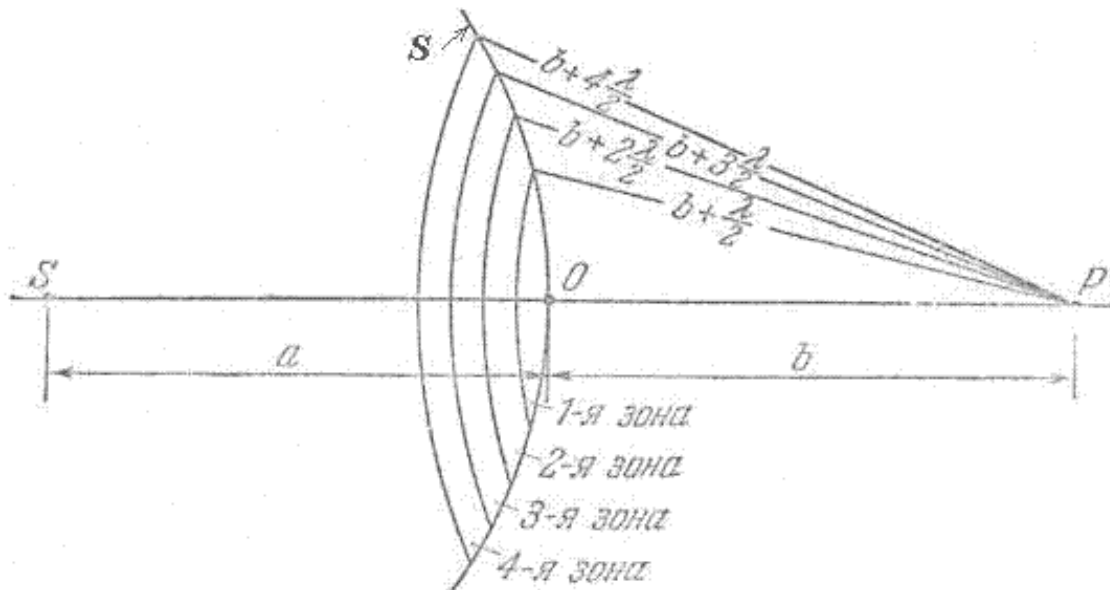


Рис. 5.12.

Аналогичным образом продолжая разбиение поверхности S на зоны, т.е. рассматривая третью, четвёртую и т.д. зоны Френеля (рис. 5.12), получим, что соседние чётные и нечётные зоны Френеля ослабляют поля, создаваемые каждой, и вместе образуют годограф, определяющий в пределе величину поля источника $E(P)$ в точке наблюдения, в виде некоторой спирали (рис. 5.11с).

Границам зон Френеля на спирали соответствуют диаметрально противоположные точки её витков (рис. 5.11с), каждой из которых, соответствуют определяющие её границы радиус на поверхности S . Так, граница m -ой зоны Френеля ($m = 1, 2, \dots$) отстоит от прямой OP (рис. 5.12) на расстоянии r_m , называемом радиусом m -ой зоны Френеля. Найдём радиус m -ой зоны Френеля. Как следует из геометрических соображений (рис. 5.13а):

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = (b + 0.5m\lambda)^2 - (b + h_m)^2, \quad (5.6a)$$

где a - расстояние вдоль прямой OP от источника до центра волнового фронта; b - расстояние вдоль прямой OP от центра волнового фронта до точки наблюдения.

Из (5.6a), пренебрегая λ^2 , для не очень больших m найдём h_m :

$$h_m = 0.5bm / (a + b). \quad (5.6b)$$

С помощью этого соотношения из (5.6a) найдём

$$r_m = \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a+b}} \quad (5.6c)$$

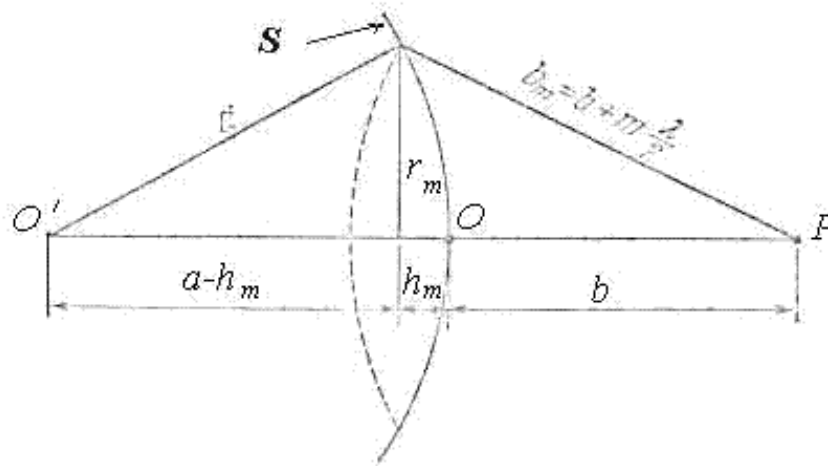


Рис. 5.13.

В частном случае бесконечно удалённого источника от точки наблюдения ($a \rightarrow \infty$) волновой фронт S является плоскостью и

$$r_m = \sqrt{mb\lambda}. \quad (5.6d)$$

Характерной особенностью спирали (рис. 5.11с) является положение фокуса этой кривой, на который она 'наматывается' при бесконечно большом числе зон Френеля. Покажем, что фокус располагается в центре полуокружности первого витка спирали (рис. 5.11с), т.е. величина, поля создаваемого первой зоной Френеля, в два раза больше величины поля, создаваемого источником O в точке наблюдения P .

Действительно, пусть E_1, E_2, \dots - комплексные амплитуды, создаваемые первой, второй и т.д. зонами Френеля. Тогда искомая комплексная амплитуда в точке $E(P)$, создаваемая всеми зонами Френеля в точке наблюдения, равна

$$E(P) = E_1 + E_2 + \dots = 0.5 E_1 + (0.5 E_1 - E_2 + 0.5 E_3) + (0.5 E_3 - E_4 + 0.5 E_5) + \dots \quad (5.7)$$

Как было отмечено выше, можно считать, что вклады от соседних зон примерно равны и их величины монотонно уменьшаются. По этой причине можно считать выражения в скобках в (5.7) равными нулю, т.е. имеет место равенство для любого $m > 1$:

$$E_m = 0.5(E_{m+1} + E_{m-1}).$$

Тогда из выражения (5.7) получим:

$$E(P) = 0.5 E_1. \quad (5.8)$$

Учитывая, что интенсивность волны пропорциональна квадрату модуля электромагнитных векторов, можно заключить, что интенсивность поля I_1 , создаваемого первой зоной Френеля, в четыре раза больше интенсивности волны источника I_0 в точке наблюдения, создаваемой всеми вторичными источниками на поверхности S :

$$I_1 = 4I_0 \quad (5.9)$$

Четырёхкратное уменьшение интенсивности волны, создаваемой первой зоной Френеля, по отношению к интенсивности волны, создаваемой источником в точке наблюдения, связано с упомянутым выше противофазным вычитанием волн от различных зон Френеля на поверхности волнового фронта.

Приблизённо, не принимая во внимание уменьшение интенсивности сферической волны с расстоянием, которое она проходит, в расчётах можно полагать, что величиной (5.9) определяется интенсивность волны, создаваемой каждой из зон Френеля, близкой к первой. Это является следствием равенства *площадей зон Френеля*, соответствующих различным значениям m . Действительно, принимая во внимание (рис. 5.13), находим площадь S_m сферического сегмента радиуса R и высоты h_m

$$S_m = 2\pi R h_m = m\pi R b \lambda / (a + b), \quad (5.10a)$$

и получаем, что площадь m -ой зоны Френеля ΔS_m :

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \pi R b \lambda / (a + b), \quad (5.10b)$$

не зависит от m .

Разбиение волнового фронта электромагнитной волны на зоны Френеля широко используется для решения различных оптических задач.

$$E(P) = 0.5E_1 \quad (5.8)$$

[подробнее](#)

$$r_{\text{ж}} = \sqrt{mb\lambda} \quad (5.6d)$$

[подробнее](#)

$$E(P) = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots \pm E_m = 0.5(E_1 \pm E_m) \dots \quad (5.12)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 5. Дифракция света

5.3 Дифракция Френеля электромагнитных волн на простейших препятствиях

Рассмотренный выше метод расчёта с помощью зон Френеля интенсивности света в точке наблюдения применим для анализа задач дифракции электромагнитных волн на простых по форме препятствиях .

Дифракция электромагнитных волн на круглом отверстии в плоском экране.

В соответствии с принципом Бабиня такая задача позволяет получить одновременно и решение задачи дифракции на круглой непрозрачной пластинке, являющейся дополнительной к отверстию.

Пусть экран с отверстием радиуса r_0 расположен так, так что центр отверстия расположен на прямой, перпендикулярной плоскости экрана с отверстием, соединяющей точку наблюдения P и точку источника O (рис. 5.14). 'Разобьем' поверхность волнового фронта, падающего на отверстие, на зоны Френеля по отношению к точке наблюдения P . Будем называть *открытыми* такие зоны Френеля, которые располагаются внутри отверстия. Соответственно зоны Френеля, попадающие на поверхность непрозрачного экрана, называются *закрытыми*.

Если размер отверстия во много раз меньше расстояний от экрана до источника a и от экрана до точки наблюдения b ($r_0 \ll a, r_0 \ll b$), то в соответствии с (5.6с) можно найти число m открытых отверстием зон Френеля:

$$m = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)r_0^2 / \lambda \quad (5.11)$$

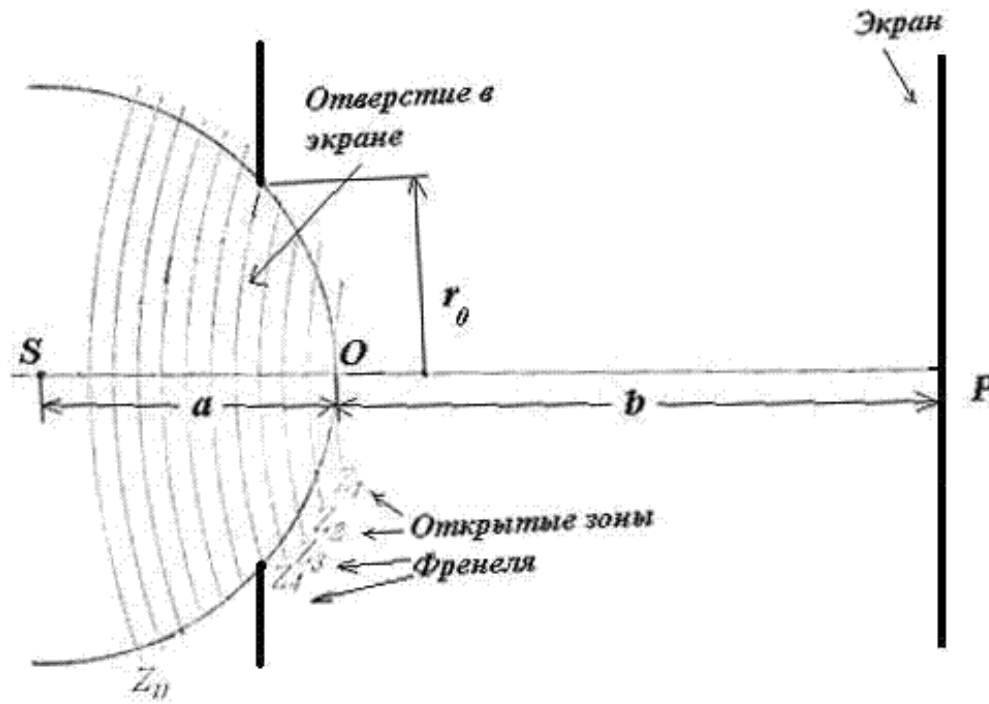


Рис. 5.14.

Применяя тот же подход, что и при выводе выражения (5.8), получим в точке наблюдения P :

$$E(P) = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots \pm E_m = 0.5(E_1 \pm E_m) \dots, \quad (5.12)$$

где $E(P) = E_1, E_2, E_3, E_4, \dots, E_m$ - амплитуды волн от открытых отверстием зон Френеля, причём, знак плюс берётся для нечётных зон, а минус - для чётных.

Как отмечалось ранее, амплитуды волн зон Френеля при их небольшом числе можно считать примерно одинаковыми. По этой причине в точке P будет либо максимум, либо минимум интенсивности дифрагированной волны от отверстия в зависимости соответственно от нечётности или чётности числа открытых зон Френеля.

Заметим, что без экрана с отверстием амплитуда поля в точке наблюдения равна $E(P) = 0.5E_1$. Таким образом, благодаря явлению дифракции света на экране с отверстием, открывающем небольшое нечётное число зон Френеля, наблюдается увеличение интенсивности падающего на него света почти в два раза.

Дифракционное увеличение интенсивности света в точке наблюдения легло в основу изобретения **Вудом металловоздушных линз**. В соответствии с предложением Вуда для **фокусировки излучения источника**, находящегося в точке O , в некоторую точку P необходимо закрыть, например, с помощью металлических кольцевых экранов все чётные (или нечётные) зоны Френеля, ослабляющие излучение нечётных (четных) зон (рис. 5.15). Такое устройство получило название **зональной пластинки** или **линзы Вуда**. Можно добиться ещё большей степени фокусировки излучения, если в линзе Вуда вместо кольцевых металлических экранов использовать диэлектрические, изменяющие на 180° фазу, проходящего через них света.

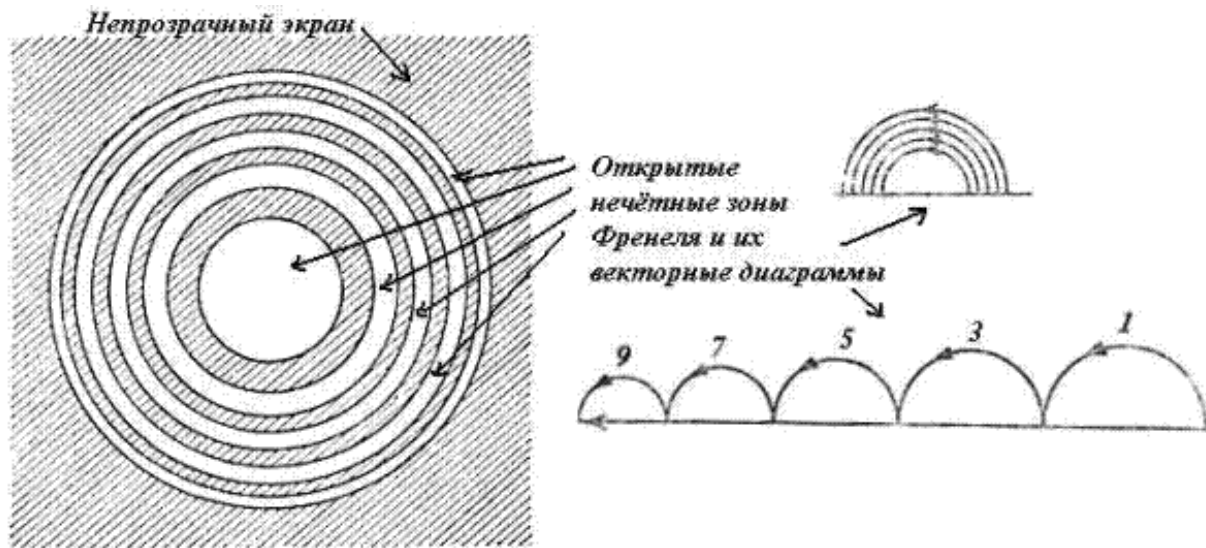


Рис. 5.15.

Рассмотрим наблюдение интенсивности дифрагированного отверстием света на непрозрачном экране, помещённом в точку P , параллельно плоскости экрана с отверстием (рис.5. 14). В виду симметрии наблюдаемое на экране распределение интенсивности света будет иметь характер чередующихся тёмных и светлых колец с центром в точке P (рис. 5.16). Интенсивность света в максимумах по мере удаления от центральной точки будет убывать. Убывание объясняется тем, что при смещении точки наблюдения P^1 из центра на периферию открытые из точки P центральные зоны Френеля частично 'закрываются' (рис. 5.17) и, кроме того, частично открываются новые зоны Френеля, ослабляющие интенсивность света в точке наблюдения.

Рассмотрим вид дифракционной картины в зависимости от размера отверстия.

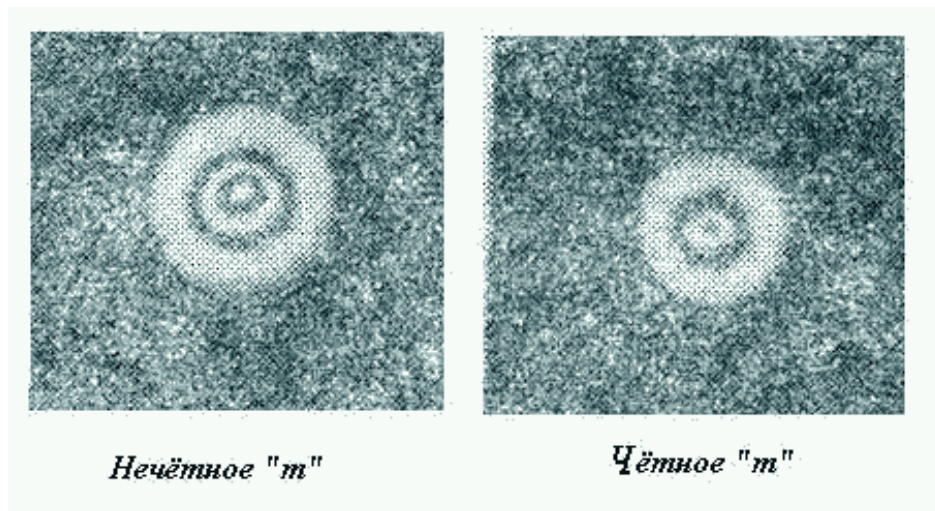


Рис. 5.16.

Если размер отверстия во много раз меньше первой зоны Френеля, то наблюдается размытое светлое пятно без каких либо колец. Если отверстие открывает 'много' зон Френеля, то дифракционные кольца наблюдаются в узкой области на границе свет тень. А в остальной части экрана

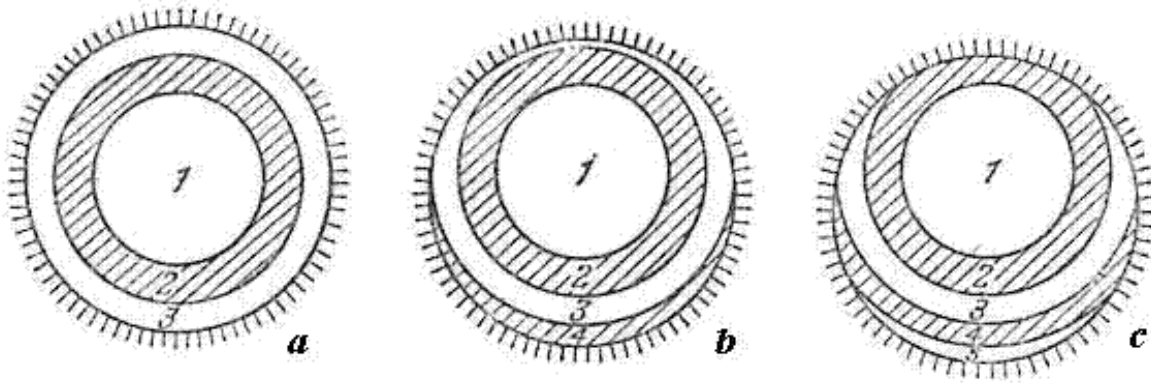


Рис. 5.17.

наблюдается практически равномерное освещение экрана, за исключением области геометрической тени, где освещённость отсутствует.

Дифракция на диске.

Пусть свет из точки источника O (рис. 5.18) освещает непрозрачный диск радиуса r_0 , за которым на прямой, перпендикулярной плоскости диска и проведенной через его центр, располагается точка наблюдения P . Как и выше, будем считать, что размер диска во много раз меньше расстояний от диска до источника a и от диска до точки наблюдения b ($r_0 \ll a, r_0 \ll b$).

Предположим, что диск из точки наблюдения P 'закрывает' m зон Френеля. Тогда амплитуда света $E(P)$ в точке наблюдения будет равна алгебраической сумме амплитуд волн $E_{m+1}, E_{m+2}, E_{m+3}, \dots$ открытых зон Френеля:

$E(P) = E_{m+1} - E_{m+2} + E_{m+3} - \dots = 0.5E_{m+1} + (0.5E_{m+1} - 0.5E_{m+2}) + (0.5E_{m+3} - 0.5E_{m+2}) + \dots$ Учитывая, что амплитуды соседних зон Френеля примерно равны друг другу, однотипные выражение в скобках можно положить равными нулю, и тогда получим

$$E(P) = 0.5E_{m+1}. \quad (5.13)$$

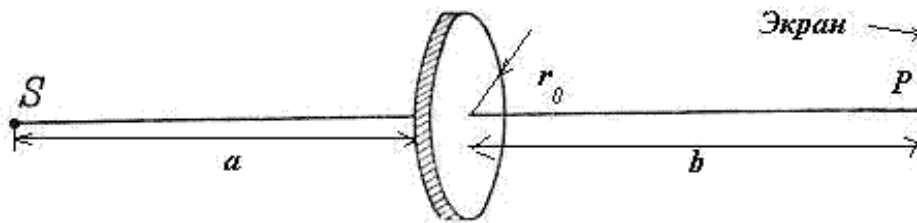


Рис. 5.18.

Отсюда следует, что в центре дифракционной картины, создаваемой диском, всегда наблюдается светлое пятно, независимо от размеров диска. В истории физики это свойство зон Френеля явилось доказательством волновой природы света. С точки зрения современников Френеля **наблюдение светлого пятна в центре геометрической тени препятствия**, освещаемого светом, казалось абсурдным, что и послужило основанием для **Пуассона** (1781-1853) возразить против волновой природы света. Для проверки этого возражения **Араго** (1786-1853) поставил опыт, которым действительно наблюдалось светлое пятно в центре геометрической тени диска (рис. 5.19),

освещаемого светом, получившее название *пятно Араго- Пуассона*. Справедливости ради, необходимо отметить, что наблюдение пятна было отмечено задолго до опыта Араго - ещё в 1713г. *Делилем*, а 1723г. *Моральди*. Однако, поскольку природа этого явления была непонятна, то наблюдения оказались незамеченными.

Дифракционная картина от диска, наблюдаемая на экране (рис. 5.19), имеет характер чередующихся тёмных и светлых колец, в центре которых находится светлое пятно. Структура дифракционной картины света от непрозрачного диска имеет общие черты с дифракционной картиной света от отверстия того же диаметра в непрозрачном экране в соответствии с принципом Бабине.

Пусть для определённости диск закрывает только одну зону Френеля. Тогда в соответствии с принципом Бабине в центре дифракционной картины диска амплитуда волны определяется разностью амплитуд волны источника, когда нет никакого экрана, и волны от отверстия, имеющего размер первой зоны Френеля. Учитывая, что амплитуда волны от первой зоны Френеля в два раза больше, чем амплитуда волны источника в точке наблюдения, получаем, что интенсивность волны за диском равна интенсивности волны источника в отсутствии диска.

Если же диск закрывает две зоны Френеля, то в соответствии с принципом Бабине в центре дифракционной картины диска амплитуда волны определяется амплитудой волны источника, когда нет никакого экрана, поскольку амплитуду волны, создаваемой отверстием того же диаметра, что и диск, приближённо можно полагать равной нулю. Проведенные

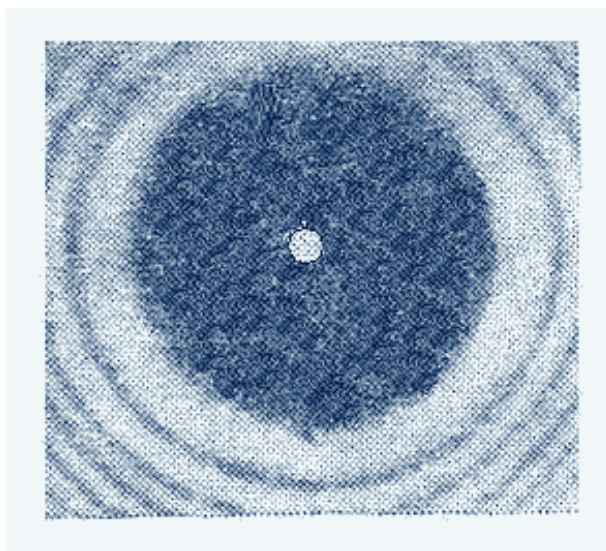


Рис. 5.19.

рассуждения, очевидно, справедливы для диска, открывающего произвольное число (не очень большое) чётных или нечётных зон Френеля.

Таким образом, амплитуда волны в центре дифракционной картины от диска любого размера равна половине амплитуды волны от первой открытой зоны Френеля, что совпадает с результатом проведенных выше расчётов. На периферии дифракционной картины от диска распределение интенсивности в основном определяется амплитудой волны источника, на которую 'накладываются' затухающие по мере удаления от центра картины колебания волн от частично открытых зон Френеля отверстием в непрозрачном экране того же диаметра, что и рассматриваемый диск.

Рассмотрим вид дифракционной картины в зависимости от размера диска. Если размер диска во много раз меньше первой зоны Френеля, то наблюдается практически равномерное освещение экрана - диск как бы не отбрасывает тени. Если размер диска закрывает 'много' зон Френеля, в центре

дифракционной картины светлого пятна практически не видно т.к. $E_m \ll E_1$, освещённость картины в области геометрической тени практически равна нулю, а дифракционные кольца наблюдаются узкой области на границе свет тень.

Дифракция плоской электромагнитной волны на полуплоскости.

Пусть плоская волна с длиной волны λ распространяется перпендикулярно непрозрачной полуплоскости, за которой на расстоянии b находится плоский экран, параллельный полуплоскости (рис. 5.20).

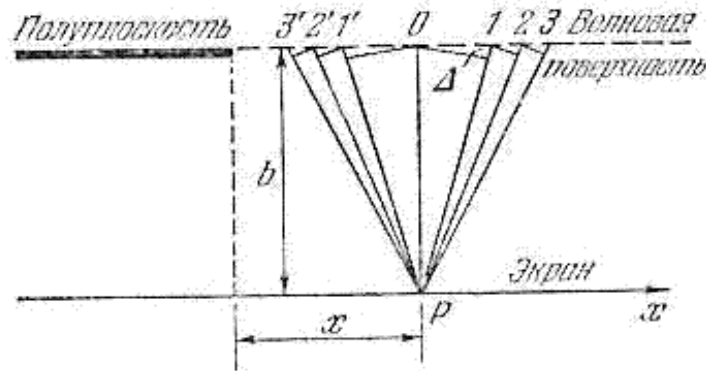


Рис. 5.20.

Рассмотрим поле световой волны в точке наблюдения P , находящейся на расстоянии x от проекции края полуплоскости на экран.

Для расчёта поля волны в точке наблюдения P можно использовать графический метод кольцевых зон Френеля, которые в случае плоского волнового фронта падающей волны, соответствуют источнику, находящемуся на бесконечности от точки наблюдения. Радиус m -ой зоны Френеля r_m , вычисляемый по формуле (5.6d)

$$r_m = \sqrt{mb\lambda}, \quad (5.14)$$

оказывается пропорциональным \sqrt{m} .

Учтём, что решаемая задача дифракции является двумерной ввиду её симметрии. В этом случае распределение интенсивности одинаково в любой плоскости перпендикулярной полуплоскости. Тогда кольцевые зоны Френеля 'вырождаются' в зоны Френеля (рис. 5.21) в виде полос (отрезков) d_1, d_2, d_3, \dots , расположенных справа от точки O , и d'_1, d'_2, d'_3, \dots , расположенных слева от точки O . 'Полосатые' зоны Френеля получили название *зон Шустера*. Очевидно, размер зон Шустера определяется следами пересечения кольцевых зон Френеля плоскостью, перпендикулярной волновому фронту волны и содержащей точку наблюдения P (рис. 5.21). По этой причине

$$d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_m = d'_1 + d'_2 + d'_3 + \dots + d'_m = r_m \quad (5.15)$$

В дальнейшем будем называть зоны Шустера d_1, d_2, d_3, \dots - левыми, а зоны Шустера d'_1, d'_2, d'_3, \dots - правыми.

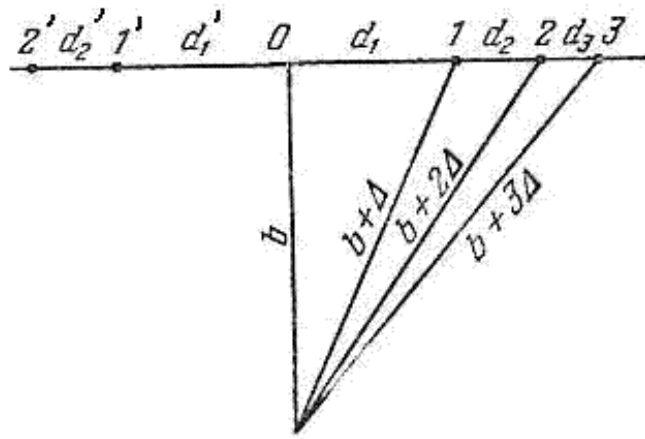


Рис. 5.21.

Амплитуда волны E_m от m -ой зоны Шустера определяется, пренебрегая зависимостью убывания амплитуды волн от расстояния, пройденного до точки P , в основном её размером, в соответствии с (5.12) определяемым по формуле:

$$d_m = d'_m = d_1(\sqrt{m} - \sqrt{m-1})\dots, \quad (5.16a)$$

где $d_1 = \sqrt{b\lambda}$ - размер первой зоны Френеля.

Для больших значений m из (5.16) следует, что

$$d_m = d'_m \approx d_1/(2\sqrt{m}). \quad (5.16b)$$

Таким образом, амплитуды волн от соответствующих зон Шустера убывают с ростом m в соответствии с последовательностью числового ряда:

$$d_1 : d_2 : d_3 : \dots = d'_1 : d'_2 : d'_3 : \dots = 1 : 0.41 : 0.32 : 0.27 : \dots \quad (5.17)$$

Для расчёта дифракции волн на полуплоскости используется, как и выше, *спираль Корню* (рис. 5.22), с помощью которой можно найти амплитуду волны и фазу волны для произвольного числа открытых или закрытых полуплоскостью зон Шустера. Характерной особенностью этой кривой является наличие двух фокусов, на которые 'наматываются' витки спирали.

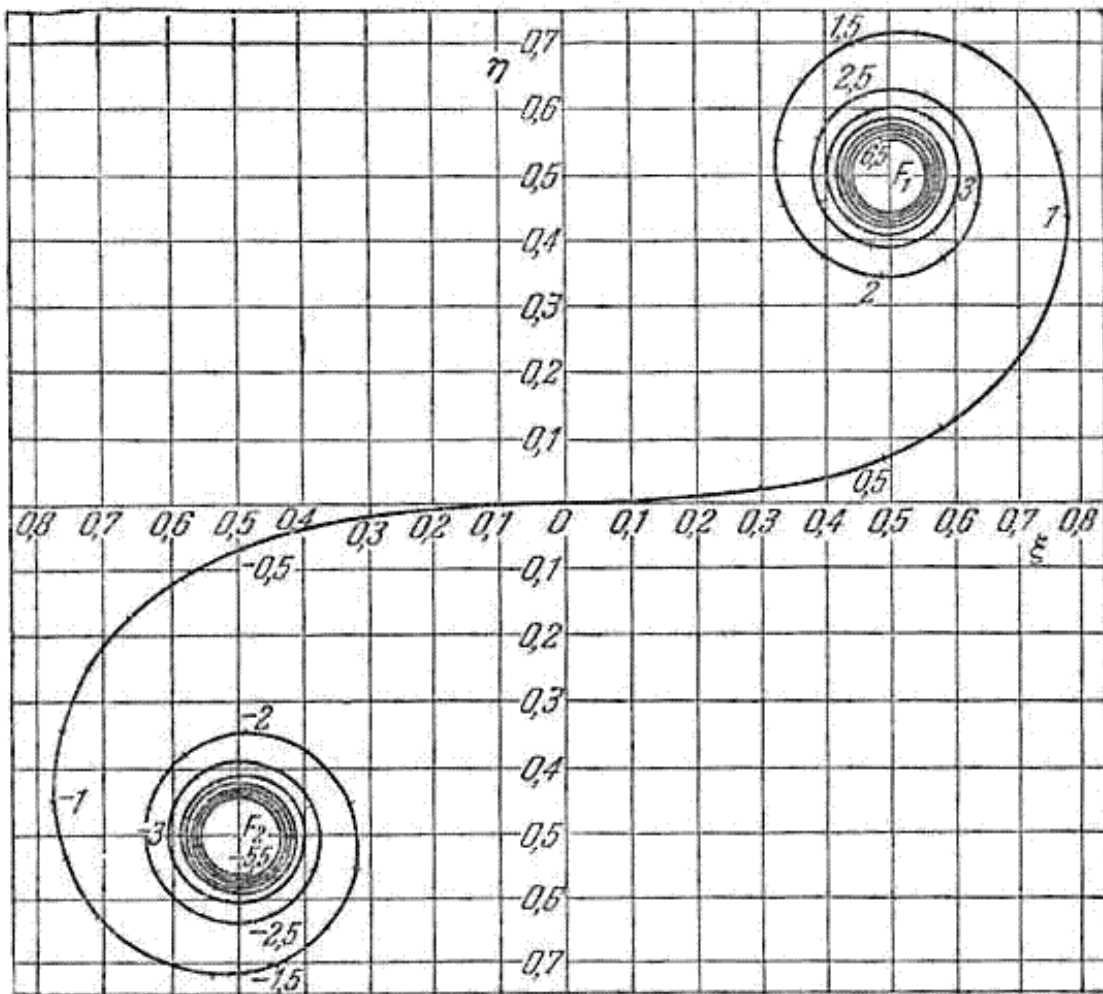


Рис. 5.22.

Левый фокус с координатами $(-0.5, -0.5)$ соответствует всем открытым зонам Шустера, находящимся левее точки наблюдения P , а правый фокус $(0.5, 0.5)$ соответствует всем открытым зонам Шустера справа от P . Амплитуда волны в отсутствие полуплоскости представляется на спирали Корню в виде вектора единичной длины, соединяющего её левый и правый фокусы (рис. 5.23а), который соответствует амплитуде волны $E_0(P)$, падающей на полуплоскость.

При наличии полуплоскости в точке наблюдения P , находящейся на границе свет - тень ($x = 0$), амплитуда волны $E(P) = 0.5E_1$ определяется вектором, соединяющим точку O с правым фокусом спирали Корню, поскольку все левые зоны Френеля закрыты.

При перемещении точки наблюдения P в *зону геометрической тени*, создаваемой полуплоскостью ($x < 0$), амплитуда волны $E(P)$ уменьшается, т.к. она определяется вектором (рис. 5.23б), соединяющим точку O' , смещённую по спирали правее из точки O , с правым фокусом спирали Корню, поскольку часть левых зон Френеля закрыта.

По мере смещения точки наблюдения в зону геометрической тени амплитуда волны сначала будет уменьшаться монотонно, а затем уменьшение будет сопровождаться незначительными осцилляциями, наблюдаемые на экране в виде светлых и тёмных полос.

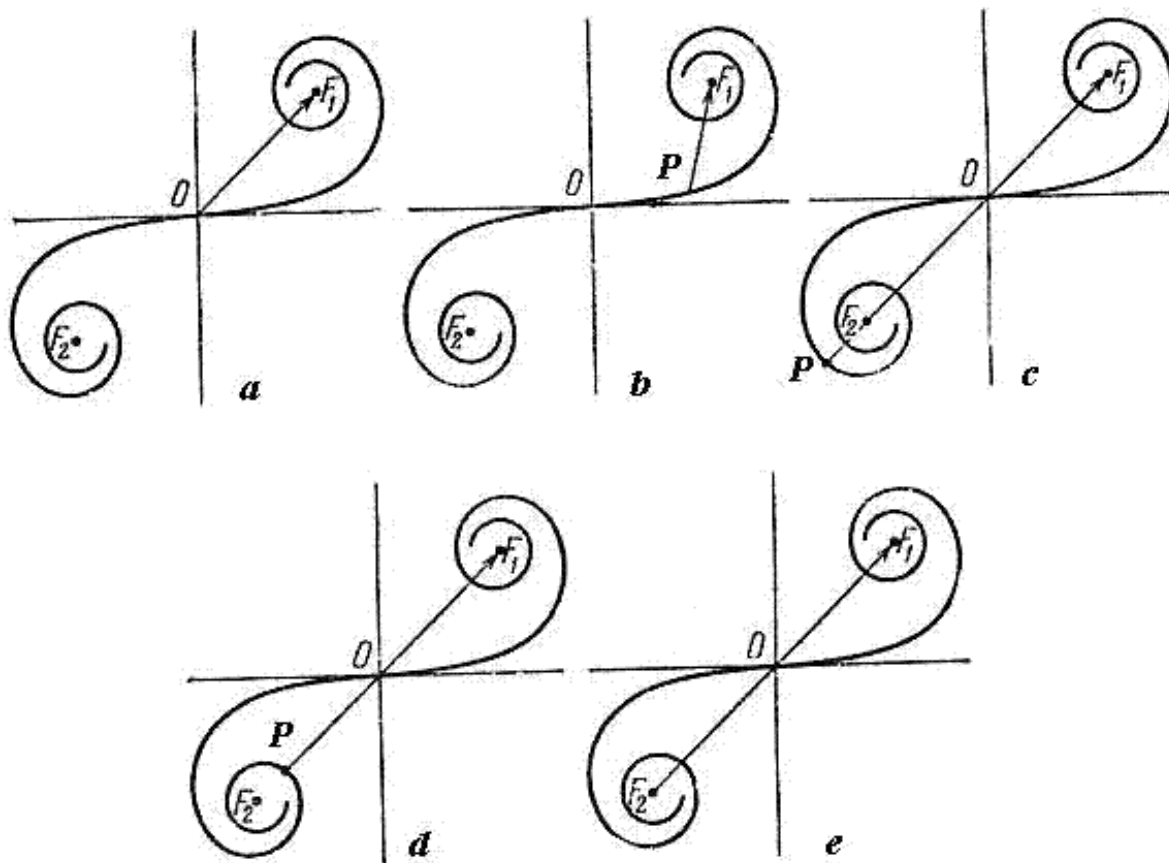


Рис. 5.23.

При перемещении точки наблюдения P в освещённую область экрана ($x > 0$) амплитуда волны $E(P)$ увеличивается, т.к. она определяется вектором (рис. 5.23с, d, e), соединяющим точку O , смещённую по спирали левее точки O , с правым фокусом спирали Корню, поскольку часть правых зон Френеля открывается. По мере смещения точки наблюдения в освещённую область экрана амплитуда волны сначала будет увеличиваться монотонно, а затем увеличение будет сопровождаться незначительными осцилляциями, наблюдаемые на экране в виде светлых и тёмных полос.

Общий характер изменения интенсивности на экране как функции положения точки наблюдения P приводится на рис. 5.24. Обращает внимание наличие освещённости экрана в зоне тени. Это свойство дифракции волн на препятствии дало основание определять дифракцию света, как явление, в котором наблюдается отклонение от закона его прямолинейного распространения. Понятно, что такое определение явления дифракции света основано на представлениях о природе света, не учитывающих его волновой характер.

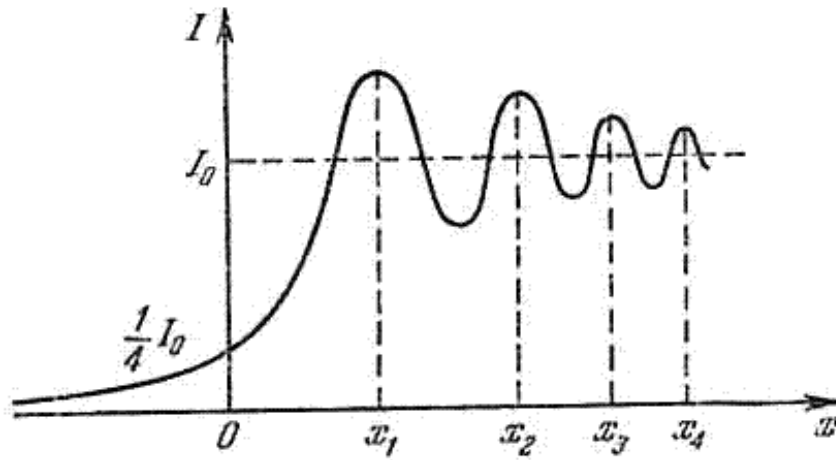


Рис. 5.24.

На рис. 5.25 приведена фотография распределения интенсивности, наблюдаемая на экране при дифракции света на полуплоскости.

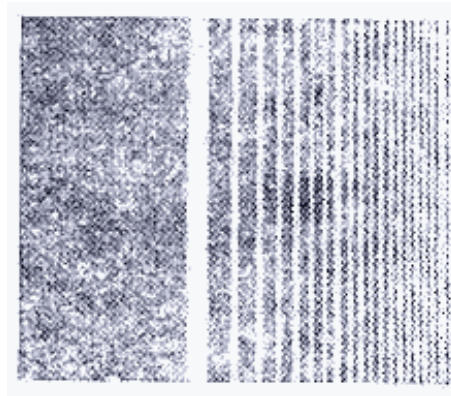


Рис. 5.25.

Из этой фотографии видно, что наблюдаемое чередование светлых и тёмных дифракционных полос имеет место вблизи границы свет-тень, создаваемой полуплоскостью.

Дифракция плоской электромагнитной волны на щели в плоском экране.

Пусть на щель шириной D , в плоском непрозрачном экране падает

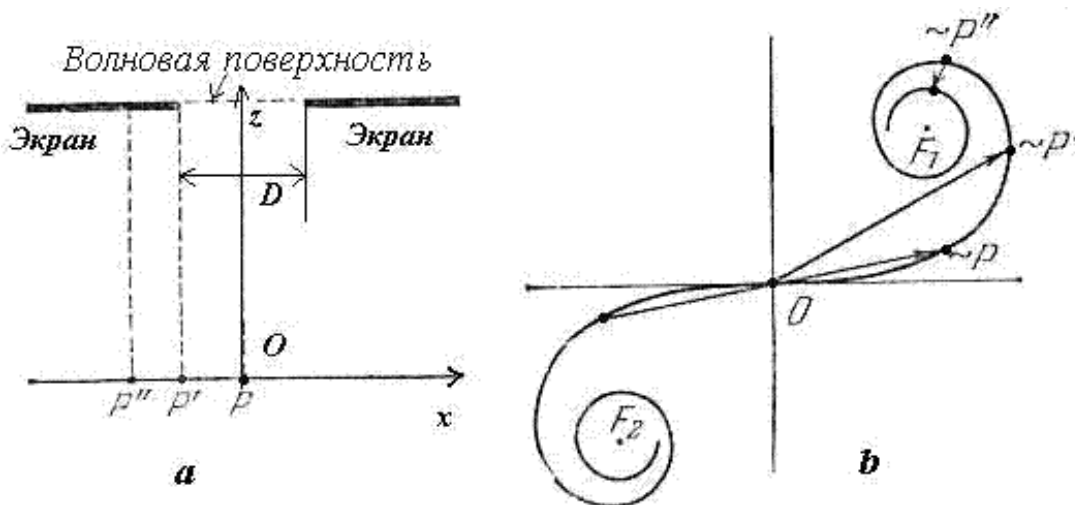


Рис. 5.26.

плоская электромагнитная волна, перпендикулярно его плоскости (рис. 5.26a). Найдём поле волны на плоском экране, помещённом на расстоянии $z = b$ от щели.

Для графико-аналитического решения задачи используем метод зон Френеля бесконечно удалённого источника, рассмотренный выше (рис. 5.26b). Тогда поле в точке наблюдения можно определить с помощью спирали Корню в зависимости от числа открытых зон Френеля в точке наблюдения, находящейся на экране. Здесь, как и в предыдущей задаче, рассмотрим две области возможного расположения точки P - область геометрической тени, создаваемой отверстием, и область, находящуюся вне зоны тени.

Прежде всего, необходимо отметить симметрию дифракционной картины относительно середины щели. В области геометрической тени справа (слева) от щели начало и конец вектора амплитуды волны будут перемещаться в направлении правого (левого) фокуса, с осцилляциями уменьшаясь по величине (рис. 5.26b).

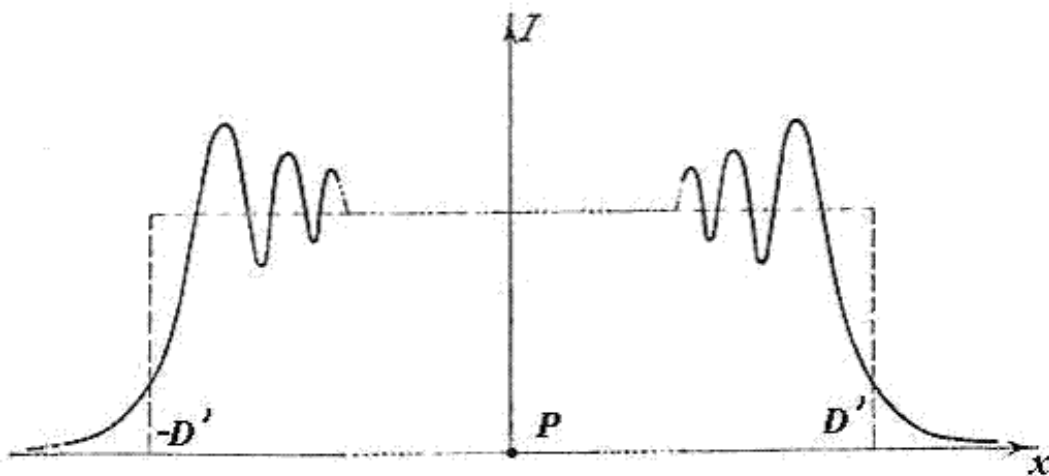


Рис. 5.27.

Распределение интенсивности в плоскости экрана как функция расстояния положения точки наблюдения с координатой x от точки P , находящейся в соответствии с рис. 5.26a напротив середины щели, приведено на рис. 5.27. В центре дифракционной картины может находиться либо светлая, либо относительно тёмная полоса, в зависимости от числа открытых зон Френеля.

Иллюстрация вида дифракционной картины в зависимости от ширины щели D при одном и том же расстоянии до экрана виде соответствующих наблюдаемых распределений интенсивности светового потока в плоскости экрана приведена на рис. 5.28a,b,c,d.

При большой ширине щели распределение интенсивности на экране в области напротив середины щели практически постоянно, поскольку начало и конец вектора амплитуды волны располагается вблизи соответственно правого и левого фокусов спирали Корню. Дифракционные полосы будут наблюдаться на экране напротив краёв щели.

При малой ширине щели в центре дифракционной картины будет отмечаться светлая полоса без каких либо заметных осцилляций освещённости экрана в виде полос.

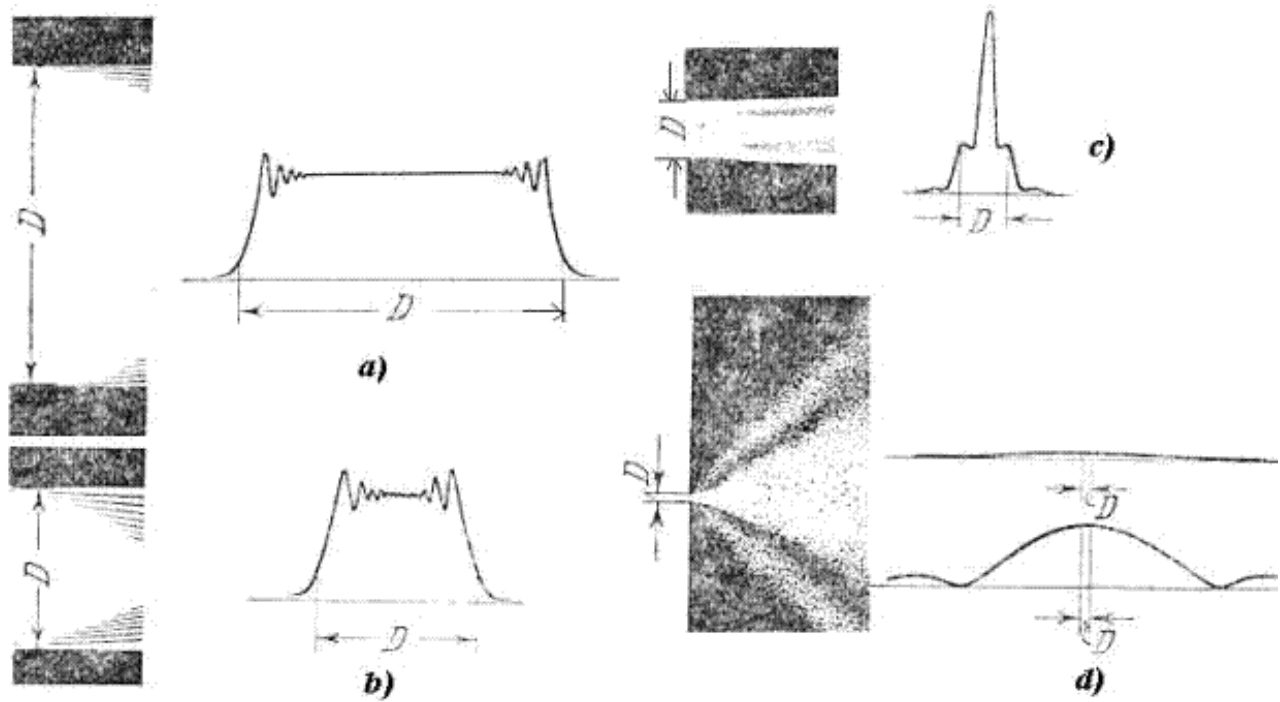


Рис. 5.28.

На рис. 5.28d нижняя кривая соответствует увеличенному масштабному изображению верхней кривой.

$$E(P) = \int_S \frac{e^{i\mathbf{k}R}}{R} E(S) dS \quad (5.18)$$

[подробнее](#)

$$E(P) \approx \frac{e^{ikR}}{R} \int_S e^{-ikx(x_1/R) - ikp(y_1/R) + i\pi\alpha} E(S) dS \quad (5.21a)$$

[подробнее](#)

$$E(P) \approx F(\theta, \varphi) \frac{e^{ikR}}{R} \quad (5.23a)$$

[подробнее](#)

$$k\Delta \ll 1 \quad (5.22)$$

[подробнее](#)

$$F(\theta, \varphi) = \int_S e^{-ikx \sin \varphi - ikz \sin \theta} E(S) dS \quad (5.23b)$$

[подробнее](#)

$$I_{\alpha} = C |F(\theta, \varphi)|^2 \quad (5.24)$$

[подробнее](#)

$$F(\varphi) = E_0 \int_{-b/2}^{b/2} \exp(ikx \sin(\varphi)) dx = E_0 b \sin(0.5kb \sin \varphi) / (0.5kb \sin \varphi) \quad (5.25a)$$

[подробнее](#)

$$I(\varphi) = I_c \sin^2(0.5kb \sin \varphi) / (0.5kb \sin \varphi)^2 \quad (5.25b)$$

[подробнее](#)

$$\Delta\varphi_m \approx 1.22\lambda/b \quad (5.29)$$

[подробнее](#)

$$z_f = 2D^2 / \lambda \quad (5.30)$$

[подробнее](#)

$$\Delta = 0.5k(x_i^2 + x^2 + y_i^2 + y^2)/z \quad (5.21b)$$

[подробнее](#)

$$|x| \leq D/2; |y| \leq D/2 \quad (5.19b)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 5. Дифракция света

5.4 Дифракция Фраунгофера

В соответствии с определением дифракция Фраунгофера наблюдается на большом удалении от препятствия, на которое падает электромагнитная волна (свет). Изучение особенностей этого явления и определение условий его наблюдения рассмотрим на примере дифракции на отверстии в плоском экране плоской электромагнитной волны, падающей на экран перпендикулярно его поверхности (рис. 5.5) в направлении оси OZ . Без ограничения общности будем полагать, что экран располагается в плоскости $z = 0$.

Используя приближение Кирхгофа, можно написать следующее из (5.1) выражение для комплексной амплитуды волны в точке наблюдения P с координатами x, y, z :

$$E(P) = \int_S \frac{e^{ikR}}{R} E(S) dS, \quad (5.18)$$

в котором S - область, ограниченная контуром отверстия; R - расстояние от точки интегрирования в области S до точки наблюдения P ; $E(S)$ - распределение комплексных амплитуд падающей волны на отверстии; практически постоянная функция направленности вторичных источников \tilde{K} , фигурирующая в выражении (5.1), полагается равной единице.

Упростим выражение (5.18) предполагая, что, во-первых, расстояние z от плоскости экрана с отверстием до точки наблюдения P во много раз больше размера отверстия D , т.е.:

$$z \gg D. \quad (5.19a)$$

Это означает, что в точку наблюдения приходит плоская волна. Во-вторых, будем считать, что область определения поля в точке наблюдения P не превышает размеров отверстия D , т.е.:

$$|x| \leq D/2; |y| \leq D/2. \quad (5.19b)$$

Последнее условие обеспечивает применимость приближения Кирхгофа для решения задач дифракции, которое, как было отмечено выше, справедливо для точки наблюдения внутри телесного угла, равного угловому размеру отверстия в экране.

В этом случае можно вынести из под знака интеграла стоящий в знаменателе практически постоянный множитель $z \approx R$, а в показателе экспоненты этот множитель заменить на

$$R = \sqrt{1 + ((x_i - x)^2 + (y_i - y)^2) / z^2} \approx z + 0.5((x_i - x)^2 + (y_i - y)^2) / z. \quad (5.20)$$

В результате этих преобразований получим выражение

$$E(P) \approx \frac{e^{ikR}}{R} \int_S e^{-ik(x_i/R) - ik(y_i/R) + i\Delta} E(S) dS, \quad (5.21a)$$

где

$$\Delta = 0.5k(x_i^2 + x^2 + y_i^2 + y^2)/z. \quad (5.21b)$$

которое также может быть упрощено, если в показателе экспоненты подинтегрального выражения (5.21a) пренебречь множителем $k\Delta$, что имеет место при

$$k\Delta \ll 1 \quad (5.22)$$

Итак, комплексная амплитуда волны в точке наблюдения P , возникающая из-за дифракции Фраунгофера плоской волны на отверстии в экране, определяется выражением

$$E(P) \approx F(\theta, \varphi) \frac{e^{ikR}}{R}, \quad (5.23a)$$

где

$$F(\theta, \varphi) = \int_S e^{-ikx \sin \varphi - ik y \sin \theta} E(S) dS; \quad (5.23b)$$

$\varphi = \arcsin(x/R)$; $\theta = \arcsin(y/R)$ - угловые координаты точки наблюдения P , из 'центра' отверстия.

Из выражения (5.23a) следует, что при дифракции Фраунгофера в точку наблюдения приходит сферическая волна, практически не отличающаяся при условии (5.22) от плоской волны с направления, под которым 'виден' центр отверстия из точки P . Амплитуда этой волны определяется выражением (5.23b), определяющим функцию $F(\theta, \varphi)$, получившую название диаграммы направленности. Если в точку наблюдения P поместить экран, то наблюдаемое на нём распределение интенсивности света I_d будет определяться квадратом модуля этой функции, т.е.

$$I_d = C |F(\theta, \varphi)|^2, \quad (5.24)$$

где $C = 1/(zR^2)$ - константа пропорциональности, определяемая пройденным волной расстоянием от отверстия до точки наблюдения и волновым сопротивлением среды.

Распределение интенсивности на экране при наблюдении дифракции Фраунгофера на экране с отверстием будет иметь вид чередующихся тёмных и светлых полос или колец в зависимости от числа открытых зон Френеля.

Рассмотрим более подробно дифракцию Фраунгофера плоской электромагнитной волны на щели шириной b в плоском экране, ориентированном перпендикулярно направлению распространения волны (рис. 5.26a). В соответствии с симметрией задачи искомое поле $E(P)$ будет одинаковым в любой плоскости, перпендикулярной экрану, т.е. $E(P) = E(x)$ не будет зависеть от y , а диаграмма

направленности $F(\theta, \varphi) = F(\varphi)$ не будет зависеть от угла координаты θ . Из выражения (5.23b) находим диаграмму направленности $F(\varphi)$ волны, испытавшей дифракцию на экране:

$$F(\varphi) = E_0 \int_{-b/2}^{b/2} \exp(ikx \sin(\varphi)) dx = E_0 b \sin(0.5kb \sin \varphi) / (0.5kb \sin \varphi), \quad (5.25a)$$

где E_0 - амплитуда падающей на щель плоской волны, фаза которой в плоскости щели полагается равной нулю.

Распределение интенсивности $I(\varphi)$ дифракционной волны, рассчитываемое в соответствии с (5.24) и (5.25a), может быть определено с помощью следующего выражения:

$$I(\varphi) = I_c \sin^2(0.5kb \sin \varphi) / (0.5kb \sin \varphi)^2, \quad (5.25b)$$

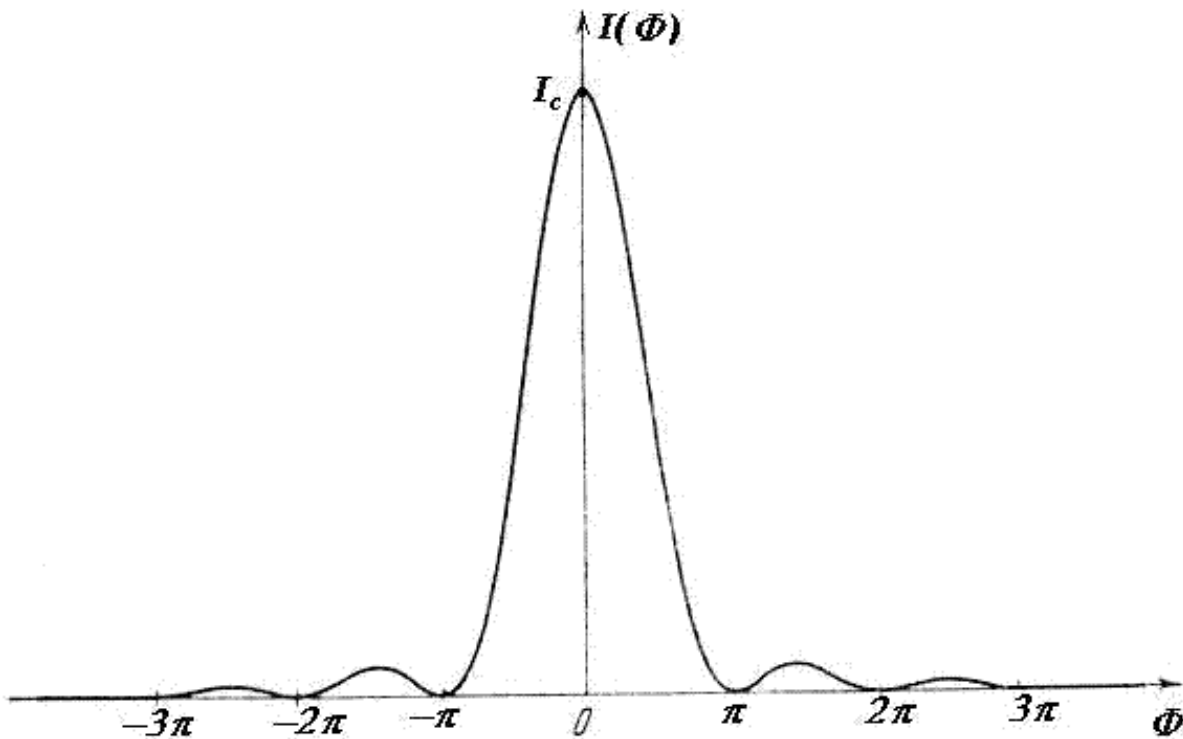


Рис. 5.29.

где $I_c = I_0 b^2 / R^2$ - интенсивность в центре дифракционной картины, расположенном напротив середины щели; $I_0 = E_0^2 / \zeta$ - интенсивность освещающей поверхность щели волны.

На рис. 5.29 приведен график распределения интенсивности дифракционной волны как функции от безразмерной переменной $\Phi = (\pi b / \lambda) \sin \varphi$, масштаб которой определяется размером щели b / λ , выраженным в длинах волн. Распределение имеет *главный максимум* в направлении распространения падающей на щель волны и быстро убывающие по мере удаления в тень *побочные максимумы*.

Главному максимуму соответствует освещённая область, а побочным - убывающие по интенсивности

светлые полосы равной ширины, параллельные краям щели. Величина главного максимума I_c распределения интенсивности дифракционной волны пропорциональна квадрату ширины щели b^2 . Угловой размер наблюдаемого главного дифракционного максимума $\Delta\varphi_m$ оценим расстоянием между первыми нулями функции $F(\varphi)$ при смещении из центра картины в зону тени. Это не единственный способ определить угловую ширину наблюдаемого дифракционного пятна. Согласно Рэлею ширина пятна определяется разностью угловых координат, соответствующих уменьшению максимального значения интенсивности в два раза. Оказывается, что в большинстве практических случаев "рэлеевская" ширина полосы (пятна) меньше ширины 'по нулям' в примерно в два раза.

Для щелей, освещаемых световыми волнами, практически всегда выполняется условие ($\lambda/b \ll 1$). В соответствии с этим условием получаем, что *угловой размер наблюдаемой дифракционной полосы*

$$\Delta\varphi_m = \arcsin(\lambda/b) \approx \lambda/b \quad (5.26a)$$

обратно пропорционален ширине щели, выраженной в длинах волн.

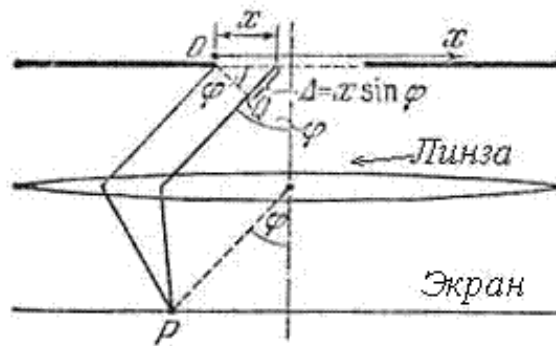


Рис. 5.30.

Можно показать, что 96% мощности светового потока при его дифракции на щели сосредоточено в пределах телесного угла $\Delta\varphi_m$.

Если для наблюдения дифракции Фраунгофера используется линза с фокусным расстоянием f (рис. 5.30), позволяющая видеть дифракционную картину в её фокальной плоскости на конечном расстоянии от препятствия, то найденному значению угловой ширины дифракционного пятна соответствует его 'линейная' ширина Δx_m :

$$\Delta x_m = \lambda f / b. \quad (5.26b)$$

Отсюда следует, что использование для наблюдения дифракции длиннофокусных линз с большим f позволяет получить на экране визуально различимые светлые и тёмные дифракционные полосы.

Характер дифракционной картины света на щели, установленный расчётным путём с помощью (5.23b), полностью совпадает с выводами, которые следуют из применения для решения рассматриваемой задачи графико - аналитического метода зон Френеля.

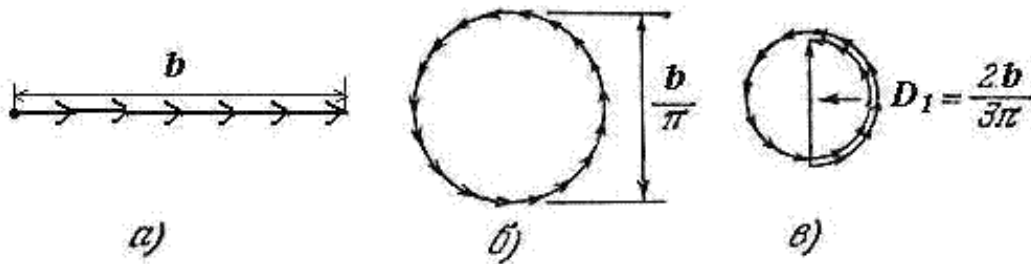


Рис. 5.31.

В самом деле, при формировании главного максимума дифракционной картины при $\varphi = 0$ волны от всех элементов щели складываются в фазе (рис.5.31а) и значение поля в этом направлении пропорционально сумме длин упомянутых выше бесконечно малых элементов щели, т.е. ширине щели b . Из (5.23) при $\varphi = 0$ также получается значение пропорциональное b : $E(P) = b E_0$. Для дальнейшего в целях упрощения примем амплитуду волны, освещающую щель, равной единице. Тогда амплитуда дифракционной волны в направлении главного максимума будет равна b .

Рассмотрим *формирование минимумов при дифракции на щели*. С точки зрения метода зон Френеля (рис.5.31б) волны, создаваемые множеством бесконечно малых элементов, на которые можно разбить щель, приходят в точку наблюдения так, что их суммарная амплитуда равна нулю. В этом случае, зонная диаграмма Френеля представляет собой замкнутую кривую (окружность) начало и конец которой совпадают друг с другом. Например, зонная диаграмма Френеля, соответствующая первым дифракционным минимумам ($|m| = 1$), является 'зонной' окружностью длиной b . Зонные окружности, соответствующие противоположным знакам m , имеют противоположные направления обхода.

Зонная диаграмма Френеля, соответствующая вторым, дифракционным минимумам ($|m| = 2$), представляет собой две вложенные 'зонные' окружности, общая длина которых равна b . Зонная диаграмма Френеля, соответствующая дифракционным минимумам с номером $|m|$, представляет собой в этом случае $|m|$ вложенных 'зонных' окружностей, общая длина которых равна b . В буквальном смысле дифракционному минимуму с номером $|m|$ соответствует 'накручивание' отрезка длиной b вокруг фокуса спирали Корню на $|m|$ оборотов.

Каждому из оборотов зонной окружности соответствует приращение фазы вектора комплексной амплитуды дифракционной волны, равное 2π . Следовательно, угловое направление φ_m на дифракционный минимум с номером m определится из условия

$$kb \sin(\varphi_m) = 2\pi m \quad (5.27)$$

где $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ - целые числа, определяющие номер или порядок дифракционного максимума.

Это выражение в точности следует из (5.25b) и определяет угловые направления φ_m , в которых формируются минимумы интенсивности дифракционного поля

Сравним, наконец, *значения побочных дифракционных максимумов*, находимые с помощью метода зон Френеля и из (5.25b) при

$$kb \sin(\varphi_m) = 2\pi(|m| + 0.5), \quad (5.26a)$$

где $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ - порядок дифракционного максимума, определяется одинаковой быстро убывающей последовательностью чисел

$$1: 4/(3\pi)^2 : 4/(5\pi)^2 : 4/(7\pi)^2 : \dots \quad (5.26b)$$

В самом деле, побочным дифракционным максимумам соответствует такое сложение волн (рис.5.31с) от малых элементов щели, при котором результирующий вектор приближённо совпадает с диаметром 'зонной' окружности. Заметим, что 'зонная' окружность соответствующая побочному дифракционному максимуму с номером m получается, как было отмечено выше, в результате 'накручивания' отрезка длиной b вокруг фокуса спирали Корню на $(|m| + 0.5)$ оборотов. Диаметр окружности D_m , соответствующей таким оборотам, определяется из формулы:

$$D_m = b / ((|m| + 0.5)\pi). \quad (5.28c)$$

Следовательно, учитывая, что значения соответствующих максимумов интенсивности света пропорциональны D_m^2 , получаем ту же последовательность чисел, что и (5.28b).

Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии.

Рассмотрим задачу фраунгоферовой дифракции на круглом отверстии диаметром b в непрозрачном экране плоской электромагнитной волны с длиной волны λ , падающей перпендикулярно плоскости экрана (рис. 5.14). Как следует из расчётов по формуле (5.23b) в этом случае для малых углов дифракции φ распределение интенсивности дифракционной волны описывается бесселевой функцией первого порядка $J(\Phi)$ от безразмерной переменной $\Phi = \pi b \sin(\varphi) / \lambda$:

$$J(\Phi) / J_{\max} = (2J_1(\Phi) / \Phi)^2,$$

где J_{\max} - максимальное значение интенсивности света в центре дифракционной картины.

Распределение интенсивности, наблюдаемое на экране, представляет собой семейство концентрических убывающих по величине максимумов, разделённых минимумами (тёмных и светлых колец при наблюдении дифракции света), вокруг главного дифракционного максимума (рис. 5.32).

Ширина главного дифракционного максимума $\Delta\varphi_m$ определяется диаметром отверстия

$$\Delta\varphi_m \approx 1.22\lambda / b. \quad (5.29)$$

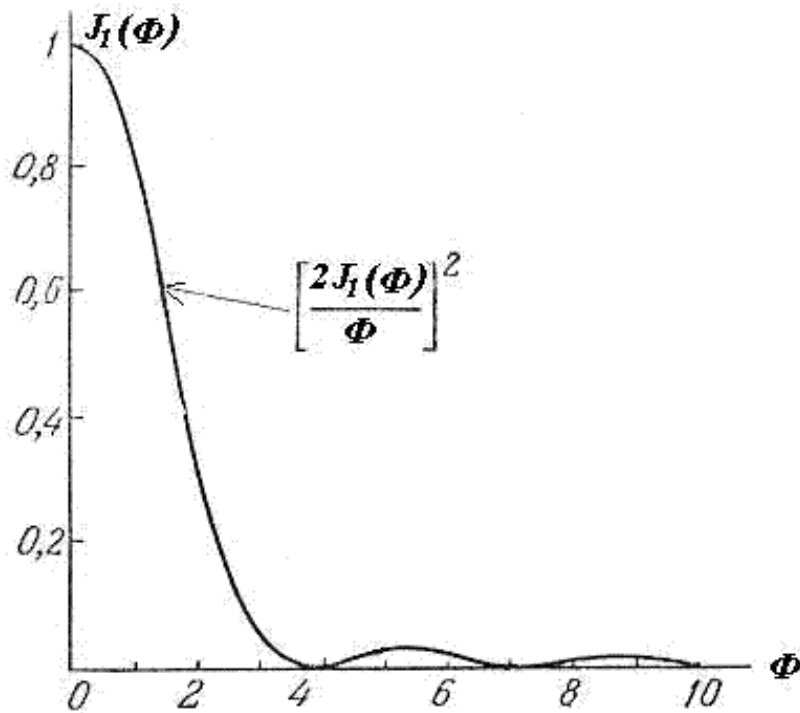


Рис. 5.32.

Числовой коэффициент в (5.29) зависит от распределения интенсивности волны, падающей на отверстие, и от формы отверстия. Если распределение интенсивности уменьшается к краю отверстия, то этот коэффициент увеличивается по величине. Обратим внимание, что при $b \rightarrow \infty$ ширина дифракционного максимума стремится $\Delta\varphi_m \rightarrow 0$. Это означает, что только при освещении линзы бесконечно большого размера плоской волной возможна её точная фокусировка в точку. Для линз конечного размера выражение (5.29) определяет возможный дифракционный предел качества изображения, которое может быть получено в оптической системе, состоящей из линз, зеркал, объективов, размеры которых заданы конструкцией этих приборов. В связи с этим, когда говорят о *дифракционной разрешающей способности объектива* диаметром b , то имеется в виду оценка минимально возможного углового расстояния между точечными объектами по формуле (5.29), при котором они могут быть различены при наблюдении их изображения в фокальной плоскости этого объектива. Это определение разрешающей способности объектива основано на *предложенном Рэлеем критерии разрешения*, более подробно с которым мы познакомимся в следующем параграфе.

Рассмотренное выше формирование максимумов и минимумов при дифракции Фраунгофера на щели имеет общий характер при дифракции на препятствиях другого вида. С помощью (5.23) можно показать, что при дифракции Фраунгофера электромагнитной волны на произвольном препятствии, размер которого равен b , *угловой размер области главного максимума дифракционного поля от препятствия*, может быть оценён с помощью формул (5.30).

На рис. 5.33 приведена фотография распределения интенсивности света при наблюдении дифракции Фраунгофера на круглом отверстии в непрозрачном экране, изображение которого вполне согласуется с приведенными выше рассуждениями.

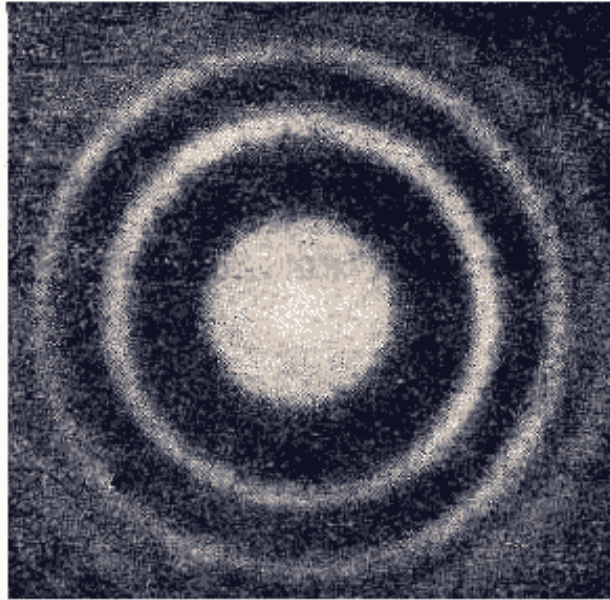


Рис. 5.33.

Для наблюдения дифракции Фраунгофера должно быть выполнено условие (5.22). Определим соотношение между размером отверстия D и расстоянием z , при котором приходящую в точку наблюдения волну ещё можно считать плоской (рис. 5.34).

Заметим, что введённый выше в (5.21b) параметр $k\Delta$ определяет отличие фаз сферической и плоской волн, приходящих в точку наблюдения от отверстия. Поэтому в качестве предельно допустимого значения этого параметра можно выбрать его значение, равное 0.5π , т. е. $k\Delta = 0.5\pi$. Используя неравенства (5.19b), с учётом конечного размера отверстия ($|x_i| \leq D/2; |y_i| \leq D/2$), получим искомую взаимосвязь между z и D :

$$z_f = 2D^2 / \lambda \quad (5.30)$$

Таким образом, для наблюдения дифракции Фраунгофера на отверстии размером D точка наблюдения должна находиться на расстоянии z , превышающем z_f , т.е.:

$$z > 2D^2 / \lambda \quad (5.31a)$$

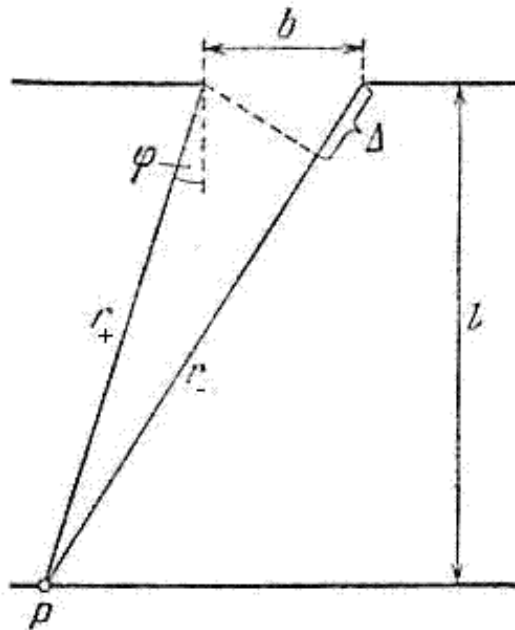


Рис. 5.34.

Если же

$$z < 2D^2 / \lambda, \quad (5.31b)$$

то приходящие в точку наблюдения волны будут существенно отличаться от плоских и в точке наблюдения будет иметь место *наиболее общий случай дифракции, называемый дифракцией Френеля*.

В пределе при очень малых расстояниях точки наблюдения от отверстия

$$z \ll 2D^2 / \lambda \quad (5.32c)$$

можно пренебречь фазовыми набегами волн от отверстия и считать, что свет распространяется вдоль лучей *по законам геометрической оптики*.

Если учесть, что в соответствии с выражение (5.12) площадь первой зоны Френеля, открываемой из точки наблюдения на расстоянии z от экрана, равна $\pi \lambda z$, а $0.25\pi D^2$ площадь отверстия, то условия (5.24) можно переписать в виде оценки числа открытых зон Френеля m :

а) для наблюдения дифракции Фраунгофера должна быть открыта меньшая часть первой зоны Френеля, т. е.

$$m < 1; \quad (5.33a)$$

б) для наблюдения дифракции Френеля должно быть открыто несколько зон Френеля, т.е.

$$m > 1; \quad (5.33b)$$

в) для применимости геометрической оптики должно быть открыто большое число зон Френеля, т. е.

$$m \gg 1. \quad (5.33c)$$

Числа в этих неравенствах, указывающие границы возможности наблюдать тот или иной вид дифракции (или вообще не наблюдать дифракцию, как это имеет место для геометрической оптики) имеют условное значение, которое на практике определяется точностью, предъявляемой к решению рассматриваемой задачи дифракции.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[]Sote

$$I(P) = I_e (\sin(0.5kb \sin \varphi) / (0.5kb \sin \varphi))^2 (\sin(0.5N\Delta) / (\sin(0.5\Delta)))^2 \quad (5.35b)$$

[подробнее](#)

$$\sin(\varphi_m) = m\lambda/d \quad (5.36)$$

[подробнее](#)

$$\Delta\varphi_m \approx (2\lambda / Nd) / \sqrt{1 - (m\lambda / d)^2} \quad (5.47a)$$

[подробнее](#)

$$\sin \varphi_m = k' \lambda / (Nd) \quad (5.45)$$

[подробнее](#)

$$\sin \varphi_{\max} = m(\lambda + \Delta\lambda) / d \quad (5.48a)$$

[подробнее](#)

$$\sin \varphi_{\min} = (m \pm 1/N)\lambda/d \quad (5.48b)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 5. Дифракция света

5.5 Дифракционная решётка

Периодическая система одинаковых, расположенных на одном и том же расстоянии друг от друга щелей, называется *дифракционной решёткой*. Расстояние d (рис.5.35) между серединами соседних щелей называется *периодом дифракционной решётки*. Обычно в дифракционных решётках, используемых в оптике, щели являются узкими, т.е. их размер b во много раз меньше периода дифракционной решётки d ($b \ll d$). Размер дифракционной решётки, состоящей из N узких щелей, называется её *шириной* L и вычисляется по формуле $L = dN$ (рис. 5.35).

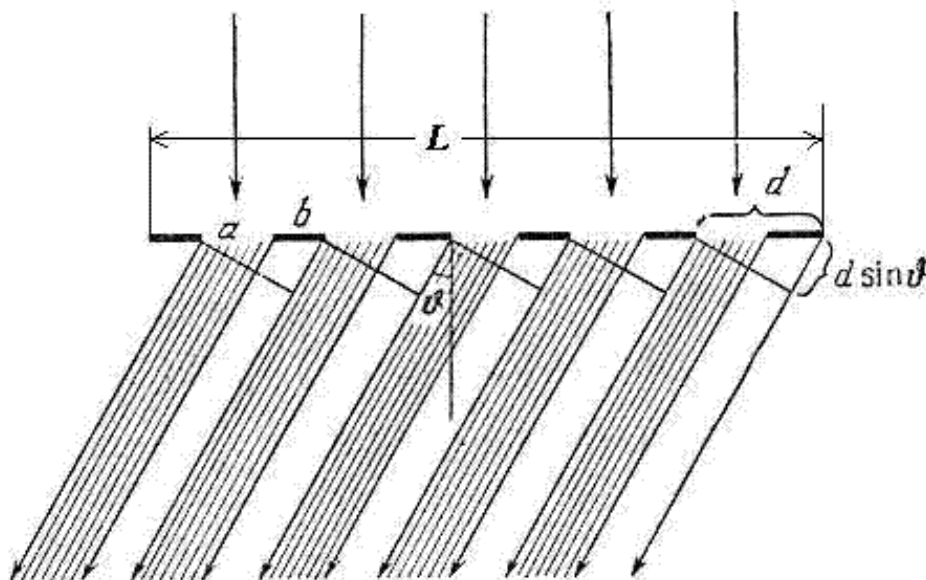


Рис. 5.35.

При освещении дифракционной решётки плоской световой волной с длиной волны λ , нормально падающей на решётку, на достаточно большом расстоянии от решётки наблюдается дифракционная картина, которая может наблюдаться и на конечном расстоянии с помощью выпуклой линзы на плоском экране, помещённом в её фокусе (рис. 5.36).

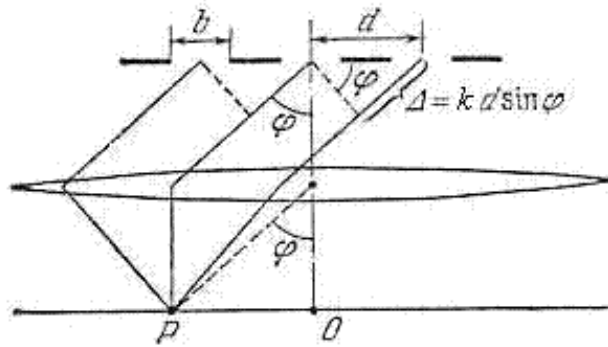


Рис. 5.36.

Пусть *радиус пространственной когерентности* падающей электромагнитной волны $\rho_c \gg L$. В этом случае в точке наблюдения P волны от каждой из щелей будут когерентными и комплексная амплитуда, испытавшей дифракцию волны, будет равна сумме комплексных амплитуд волн от каждой из щелей. Для расчёта дифракционной картины создаваемой световым потоком, освещающим решётку, применим подход, использованный в главе 4 для расчёта *многолучевой интерференции*.

Комплексные амплитуды волн от каждой из щелей решётки, рассчитываемые по формуле (5.25a), учитывающей угловой направленности одинаковых щелей, различаются друг от друга только фазовым множителем. Причём, фазы волн от соседних щелей отличаются на одинаковую величину Δ (рис. 5.36):

$$\Delta = kd \sin(\varphi), \quad (5.34)$$

где φ - угол в направлении точки наблюдения P , $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число.

В соответствии со сказанным комплексная амплитуда $E(P)$ в точке наблюдения будет равна

$$E(P) = E_0 b \sin(0.5kb \sin \varphi) / (0.5kb \sin \varphi) (1 + \exp(i\Delta) + \exp(2i\Delta) + \dots + \exp(i(N-1)\Delta)),$$

если отсчитывать фазы волн от каждой из щелей по отношению к фазе первой.

Замечая, что сумма в скобках этого выражения представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \exp(i\Delta)$, получим:

$$E(P) = E_0 b \exp(0.5(N-1)\Delta) \sin(0.5kb \sin \varphi) \sin(0.5N\Delta) / ((0.5kb \sin \varphi) (\sin(0.5\Delta))). \quad (5.35a)$$

Отсюда следует выражение для интенсивности волны $I(P)$ на большом расстоянии от дифракционной решётки

$$I(P) = I_c (\sin(0.5kb \sin \varphi) / (0.5kb \sin \varphi))^2 (\sin(0.5N\Delta) / (\sin(0.5\Delta)))^2 \quad (5.35b)$$

где $I_c = I_0 b^2 / R^2$ - интенсивность в центре дифракционной картины, расположенном на расстоянии R напротив середины дифракционной решётки; $I_0 = E_0^2 / \zeta$ - интенсивность освещающей поверхность дифракционной решётки волны.

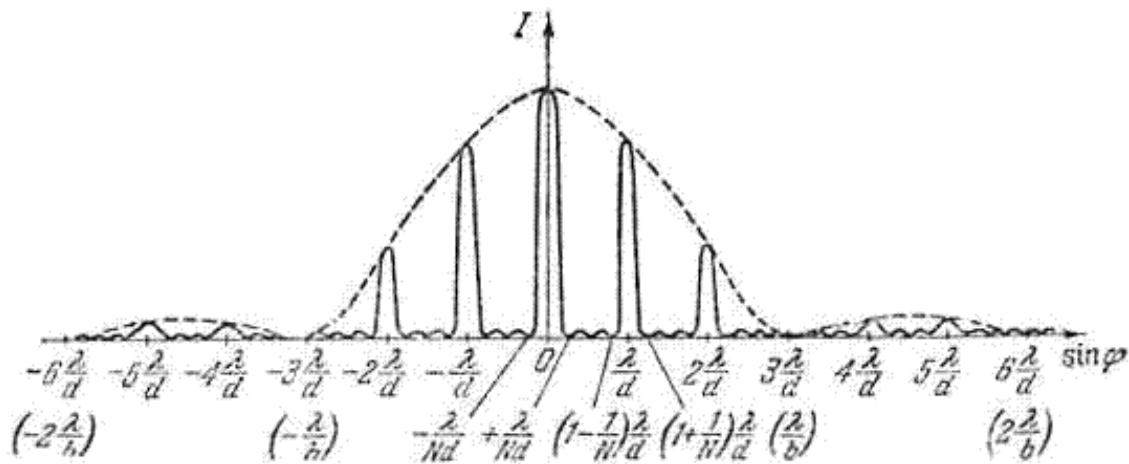


Рис. 5.37.

Характер распределения интенсивности в соответствии с (5.35b) представляет собой чередование главных дифракционных максимумов, между которыми располагаются побочные дифракционные максимумы и минимумы (рис. 5.42).

Главные дифракционные максимумы интенсивности располагаются в направлениях φ_m , в которых волны от щелей в точке наблюдения имеют разность хода, кратную λ , т.е.:

$$\sin(\varphi_m) = m\lambda/d, \quad (5.36)$$

где $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ - целые числа.

Главный дифракционный максимум, соответствующий направлению, называется дифракционным максимумом m -го порядка. Центральный дифракционный максимум соответственно является дифракционным максимумом нулевого порядка ($m = 0$) и имеет наибольшую величину

$$I_{\max}(P) = \tilde{C} I_0 b^2 N^2 \quad (5.37)$$

По мере увеличения порядка дифракционного максимума его интенсивность уменьшается из-за влияния диаграммы направленности щели. Для узких щелей ($b \ll d$) $b \ll d$ этим уменьшением можно пренебречь.

Если дифракционная решётка освещается белым светом, то все дифракционные максимумы ($|m| \geq 1$) за исключением центрального оказываются *окрашенными в цвета спектральных составляющих падающей волны*. Это является следствием зависимости направления дифракционных максимумов (5.36) от длины волны λ . Спектральные составляющие с меньшей длиной волны располагаются ближе к центру дифракционной картины, а с большей длиной ближе к её периферии.

Свойство дифракционной решётки разделять в пространстве различные спектральные составляющие падающего на неё излучения позволяет её использовать в качестве *спектрального прибора*, с помощью которого можно *исследовать спектры различных источников излучения*.

Основными характеристиками дифракционной решётки как спектрального прибора являются такие её

параметры, как дисперсия и разрешающая способность.

Дисперсия дифракционной решётки.

Дисперсия дифракционной решётки определяется угловым или линейным расстоянием между дифракционными максимумами, соответствующих спектральному составляющим, длина волны которых отличается на единицу.

Следовательно, математическим выражением для угловой дисперсии D_φ дифракционной решётки является следующее выражение:

$$D_\varphi = \delta\varphi / \delta\lambda. \quad (5.38)$$

После дифференцирования по λ выражения (5.36), определяющего угловые направления максимумов дифракционной решетки, получим:

$$D_\varphi = m / (d \cos\varphi), \quad (5.39)$$

где m - порядок дифракционного максимума.

Отсюда можно сделать вывод, что наибольшую дисперсию имеет дифракционная решётка при наблюдении максимумов максимально возможного порядка под углами, близкими к скользящим ($\varphi \rightarrow \pm 0.5\pi$).

Например, возможно наблюдение окрашенной (радужной) дифракционной картины на такой грубой отражательной дифракционной решётке, которая представляет собой виниловая грампластинка. Для этого необходимо смотреть вдоль её поверхности на источник света.

Определим *максимальное число m наблюдаемых порядков дифракции в дифракционной решётке.*

Из формулы (5.36) следует, что неравенство $|\sin(\varphi)| \leq 1$ возможно, при условии, что

$$|m| \leq d / \lambda. \quad (5.40)$$

Линейная дисперсия D_λ в соответствии с определением может быть найдена из выражения

$$D_\lambda = \delta / \delta\lambda. \quad (5.41)$$

При *наблюдении дифракционной картины в фокальной плоскости линзы* (рис. 5.41) очевидно

$$D_\lambda = f D_\varphi, \quad (5.42)$$

где f - фокусное расстояние линзы.

Разрешающая способность дифракционной решётки определяется безразмерной величиной

$$R = \lambda / \delta\lambda, \quad (5.43)$$

где $\delta\lambda$ - минимальная разность длин волн спектральных составляющих источника излучения, при которых эти составляющие ещё воспринимаются раздельно.

Критерий раздельного восприятия различных спектральных составляющих источника излучения

был предложен Рэлеем. В соответствии с этим критерием, два дифракционных максимума воспринимаются раздельно, если середина одного максимума совпадает с краем (минимумом) другого (рис. 5.38). Такому взаимному расположению разрешаемых максимумов одинаковой интенсивности соответствует пресечение их распределений на уровне половины от максимального значения (рис.5. 38).

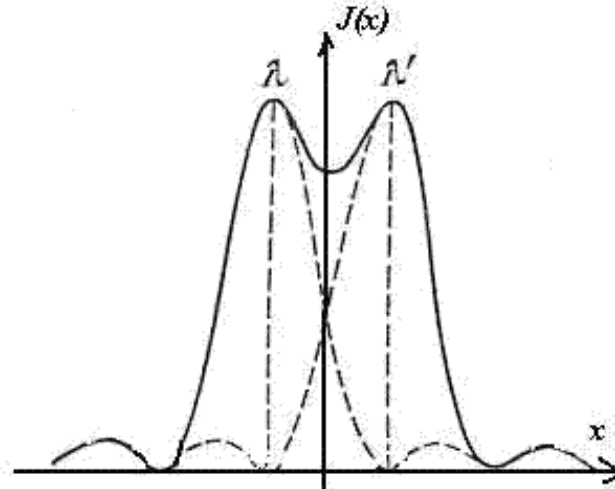


Рис. 5.38.

Найдём угловую ширину дифракционного максимума m порядка $\Delta\varphi_m$. Очевидно, $\Delta\varphi_m$ определяется двумя ближайшими минимумами $\varphi_{\min+}(m), \varphi_{\min-}(m)$ к направлению дифракционного максимума m порядка:

$$\Delta\varphi_m = \varphi_{\min+}(m) - \varphi_{\min-}(m). \quad (5.44)$$

Направления $\varphi_{\min+}(m), \varphi_{\min-}(m)$ определяются из условия образования замкнутой кривой, суммой комплексных амплитуд от всех щелей:

$$\sin\varphi_m = k'\lambda/(Nd), \quad (5.45)$$

где k' - принимает все целые значения кроме $0, \pm N, \pm 2N, \pm 3N, \dots$

С учётом того, что ближайшие к m - ому максимуму нули соответствуют значениям $k' = \pm 1$, получаем:

$$\Delta\varphi_m = \arcsin[(m+1/N)\lambda/d] - \arcsin[(m-1/N)\lambda/d]. \quad (5.46)$$

При большом числе щелей $m \gg 1$, с помощью дифференцирования находим:

$$\Delta\varphi_m \approx (2\lambda/Nd) / \sqrt{1 - (m\lambda/d)^2} \quad (5.47a)$$

В частности, для центрального максимума $m = 0$, имеем

$$\Delta\varphi_m \approx (2\lambda/Nd). \quad (5.47b)$$

Из выражений (5.47a) следует, что угловая ширина дифракционных максимумов обратно пропорциональна ширине решётки (Nd) и с увеличением m увеличивается. Увеличение связано с тем, что для больших значений m уменьшается эквивалентная ширина дифракционной решётки $L_{\text{экв}}$, которая представляет собой проекцию дифракционной решётки на направление, перпендикулярное направлению m -ого дифракционного максимума (рис. 5.39).

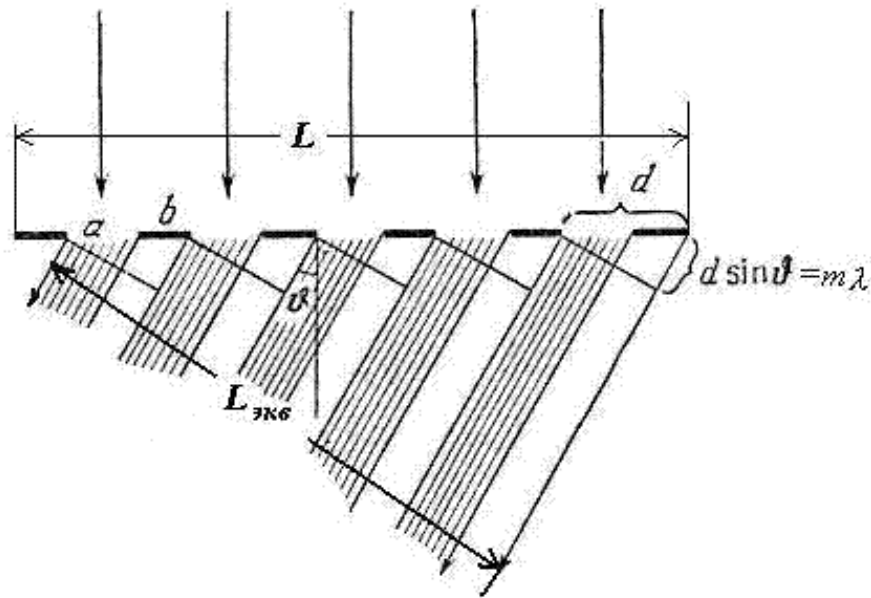


Рис. 5.39.

Исходя из (5.36) и (5.45), определим направление φ_m середины максимума m -ого порядка, соответствующего длине волны $\lambda + \Delta\lambda$

$$\sin\varphi_{\max} = m(\lambda + \Delta\lambda)/d \quad (5.48a)$$

и направления края максимума m -ого порядка, соответствующего длине волны λ

$$\sin\varphi_{\min} = (m \pm 1/N)\lambda/d \quad (5.48b)$$

Равенство направлений на середину максимума и края минимума ($\varphi_{\max} = \varphi_{\min}$) двух спектральных составляющих возможно, если выполнено условие равенства выражений (5.48a) и (5.48b):

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m \pm 1/N)\lambda/d$$

Отсюда получаем выражение определяющее разрешающую способность дифракционной решётки:

$$R = \lambda/\delta\lambda = mN. \quad (5.49)$$

Из этой формулы следует, что разрешающая способность дифракционной решётки тем, больше, чем

больше число щелей N и чем больше порядок дифракционного максимума m , который используется для разрешения спектральных компонент. Физическая причина такой зависимости разрешающей способности от N и m очевидна ввиду того, что при увеличении N сужаются дифракционные максимумы, а при увеличении m увеличивается угловая дисперсия дифракционной решётки, благодаря чему облегчается раздельное восприятие разрешаемых спектральных компонент.

Дифракционные решётки могут быть использованы для наблюдений, как в проходящем свете, так и в отражённом. Для *изготовления дифракционных решёток* используют специальную технологию нанесения штрихов на поверхность стекла или металла. *Количество штрихов* может достигать несколько сотен тысяч. Для металлических решёток штрихи могут наноситься на вогнутую поверхность и в этом случае дифракционные решётки называются вогнутыми. Применение металла для изготовления дифракционных решёток имеет определённые преимущества перед использованием стекла для этих целей. Главное из них возможность более строгого соблюдения периодичности нанесения штрихов на поверхности решётки. Это является следствием меньшей твёрдости металла по сравнению со стеклом, в результате чего меньше изнашивается резец, наносящий штрихи, и периодичность на поверхности металлической дифракционной решётки выдерживается лучше, чем на поверхности стеклянной. Изготовленные высококачественные металлические дифракционные решётки используются для применения более дешёвых копий путём изготовления их отпечатков на желатине. Первая дифракционная решётка была изготовлена в 1785г. американским астрономом *Риттенгаузом*, но по прямому назначению не использовалась. В 1821г. дифракционная решётка была изготовлена *Фраунгофером* для спектральных исследований солнечного излучения. Дифракционная решётка Фраунгофера имела порядка нескольких сотен штрихов на сантиметр и изготавливалась путём намотки тонкой проволоки на два параллельных винта. Дальнейшее развитие технологии изготовления дифракционных решёток сделали возможным получение решёток с несколькими десятками тысяч штрихов на сантиметр.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

$$d \ll \lambda \quad (5.50)$$

[подробнее](#)

$$\cos^2 \theta_{x0} + \cos^2 \theta_{y0} + \cos^2 \theta_{z0} = 1 \quad (5.52a)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 5. Дифракция света

5.6 Дифракция рентгеновских лучей

В природе в роли дифракционных решёток выступают вещества, имеющие кристаллическую структуру. Для таких веществ характерно *упорядоченное расположение атомов или молекул в пространстве*. При их облучении электромагнитными волнами последние испытывают явление дифракции на атомах или молекулах, в результате становится возможным наблюдать перераспределение интенсивности падающей волны. Структура наблюдаемой дифракционной картины определяется закономерностями расположения атомов и молекул. По этой причине явление дифракции электромагнитных волн может быть использовано для исследования структуры строения вещества, а при известной структуре кристалла - для изучения спектрального состава излучения естественных и искусственных источников излучения.

Выше при изучении свойств дифракционной решёток было установлено, что для увеличения их разрешающей способности и дисперсии расстояние между щелями d должно быть во много раз больше длины волны λ облучающей волны, т. е.

$$d \ll \lambda. \quad (5.50)$$

В кристаллах в роли щелей выступают атомы или молекулы, а период решётки определяется межатомным расстоянием d (рис. 5.40). Учитывая, что порядок величины $d \approx 10^{-8}$ м, для выполнения условия (5.50) необходимо использовать электромагнитные волны с очень малой длиной волны. Для этой цели подходят *электромагнитные волны рентгеновского диапазона* с длиной волны $\lambda \approx 10^{-12}$ м.

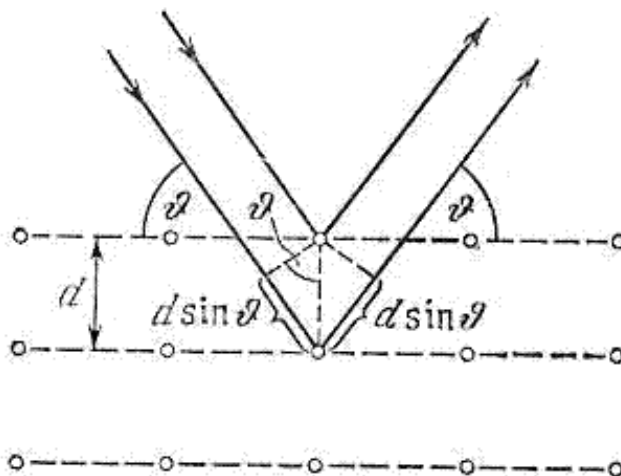


Рис. 5.40.

Изучение структуры кристаллических, а также *поликристаллических веществ* с помощью явления

дифракции электромагнитных волн рентгеновского диапазона составляет сущность *рентгеноструктурного анализа*.

Как известно, структура расположения атомов в кристалле может иметь достаточно сложный, трёхмерный порядок, определяемый т.н. *группами симметрии кристалла*. Для упрощения рассуждений рассмотрим самый простой случай регулярного расположения атомов в *кристаллических плоскостях* вдоль прямых линий, параллельных оси OX , с межатомным расстоянием d_x (рис. 5.40). Тогда распределение интенсивности наблюдаемой дифракционной картины будет одинаковым в любой плоскости, проходящей через линии расположения атомов и перпендикулярной кристаллическим плоскостям.

По этой причине можно ограничиться анализом дифракции плоской рентгеновской волны с длиной λ , падающей под углом θ к линии расположения атомов (рис. 5.40). При когерентном рассеянии волн атомами вещества в двух соседних кристаллических плоскостях в направлениях под углами θ_{m_x} к оси OX будут формироваться максимумы интенсивности дифракционной картины, если разность хода $\Delta l_x = 2d_x \sin \theta_{m_x}$ рассеянных волн в этих направлениях кратна длине волны:

$$2d_x \sin \theta_{m_x} = m_x \lambda, \quad (5.51a)$$

где $m_x = 1, 2, \dots$ - целые числа.

Выражение (5.51) известно как *формула Вульфа - Брэггов*. Из этой формулы следует, что при известной длине волны λ и порядке наблюдаемого дифракционного максимума m расстояние между кристаллическими плоскостями d_x может быть найдено из формулы:

$$d_x = 0.5 m_x \lambda / \sin \theta_{m_x} \quad (5.51b)$$

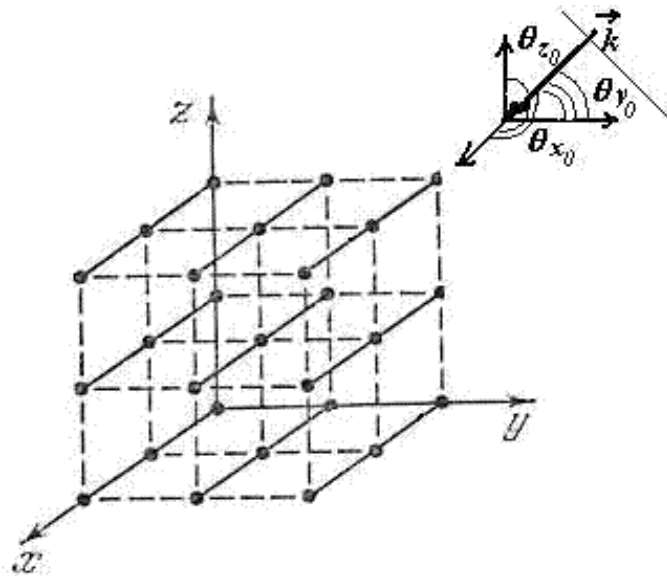


Рис. 5.41.

В более общем случае структуры кристалла при наличии порядка расположения атомов вдоль оси OY , определяемого межплоскостным расстоянием d_y , а также вдоль оси OZ , за которое отвечает межплоскостное расстояние d_z , в результате дифракции рентгеновских волн будут наблюдаться

дифракционные максимумы, угловое расположения которых имеет трёхмерный характер и задаётся для каждого из них углами $\theta_{m_x}, \theta_{m_y}, \theta_{m_z}$, где $m_x, m_y, m_z = 1, 2, \dots$ -- целые числа. Положение максимумов и межплоскостные расстояния связаны между собой, соотношениями, следующими из формулы Вульфа - Брэггов (5.51) с учётом угла падения рентгеновской волны на кристалл.

Пусть по отношению к осям выбранной декартовой системы координат XYZ (рис.5.41) направление падения волны составляет углы, равные $\theta_{x0}, \theta_{y0}, \theta_{z0}$. Между этими углами существует связь, следующая из очевидного соотношения:

$$\cos^2 \theta_{x0} + \cos^2 \theta_{y0} + \cos^2 \theta_{z0} = 1. \quad (5.52a)$$

С учётом изложенных выше соображений условия формирования дифракционных максимумов в направлениях $\theta_{m_x}, \theta_{m_y}, \theta_{m_z}$ могут быть записаны следующим образом:

$$d_x (\cos \theta_{m_x} - \cos \theta_{x0}) = \pm m_x \lambda; \quad (5.53a)$$

$$d_y (\cos \theta_{m_y} - \cos \theta_{y0}) = \pm m_y \lambda; \quad (5.53b)$$

$$d_z (\cos \theta_{m_z} - \cos \theta_{z0}) = \pm m_z \lambda. \quad (5.53c)$$

Система уравнений (5.53), дополненная условием аналогичным (5.52a)

$$\cos^2 \theta_{m_x} + \cos^2 \theta_{m_y} + \cos^2 \theta_{m_z} = 1 \quad (5.52b)$$

используется для определения искомых значений межплоскостных расстояний d_x, d_y, d_z

Распределение интенсивности рентгеновских волн при их дифракции на кристалле фиксируется на *фотоплёнку*, на которой после проявления можно наблюдать светлые и тёмные полосы, кольца, соответствующие дифракционным максимумам и минимумам.

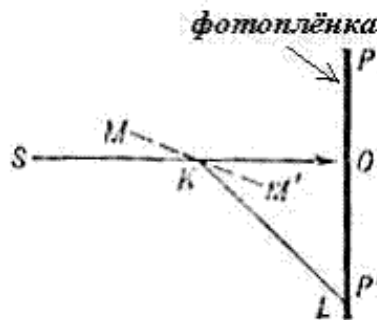


Рис. 5.42.

Рассмотрим *метод рентгеноструктурного анализа, предложенный Лауэ*. В этом методе рентгеновское излучение от источника S направляется на исследуемый монокристалл и испытывает дифракцию (рис. 5.42). На помещённой за монокристаллом с кристаллической осью MM' фотопластинке после PP' проявления получается совокупность черных точек, соответствующих дифракционным максимумам. Расшифровка записанной таким образом дифракционной картины,

называемой лауэграммой, позволяет получить представление о структуре кристалла. На рис.5.43 приведена *лауэграмма* берилла.

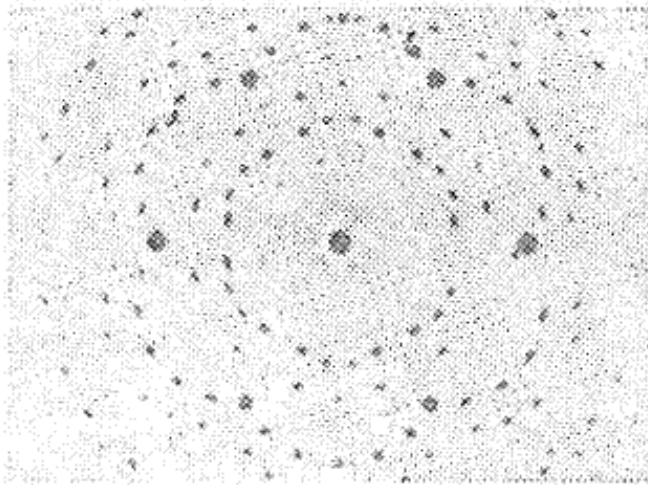


Рис. 5.43.

Другой *метод рентгеноструктурного анализа* был предложен Шерером и Дебаем для исследования поликристаллических образцов. Поликристаллические образцы получаются в результате спекания измельчённого в порошок кристаллического вещества. Изготовленный таким способом образец в форме проволоочки W помещается на оси камеры (рис. 5.44), на боковые стенки которой помещается фотоплёнка P .

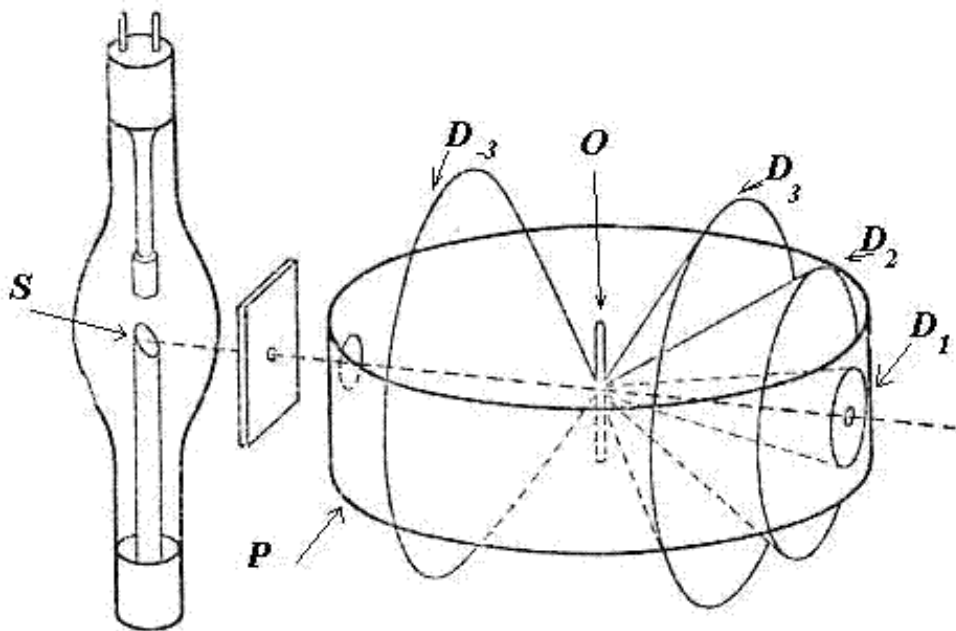


Рис. 5.44.

При облучении *монохроматическим рентгеновским излучением* от источника S поликристаллического образца O из-за беспорядочной ориентации кристаллических плоскостей различных его составляющих возникает конусы направлений D_1, D_2, D_3, \dots , в которых для рассеянных волн выполнено условие Вульфа - Брэггов.

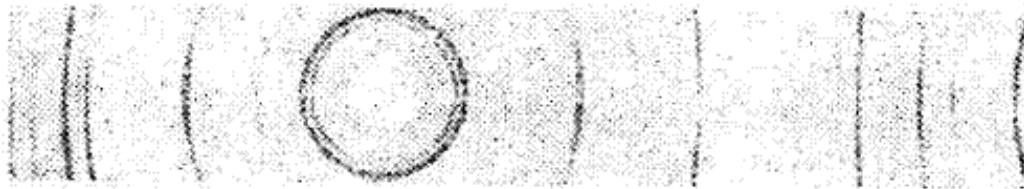


Рис. 5.45.

На плёнке после проявления дифракционная картина (*дебаеграмма*) будет иметь вид колец или полос в соответствии с рис. 5.45. Анализ дебаеграммы позволяет определить основные элементы структуры кристалла.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

© 2002. МГТУ им. Н.Э.Баумана | Designed by krE[]Sote

$$J = C |\vec{E}_z + \vec{E}_r|^2 \quad (6.1)$$

[подробнее](#)

$$J = C(E_{d0}^2 + E_{r0}^2 + 2E_{d0}E_{r0} \cos(\varphi_r - \varphi_d)) \quad (6.3a)$$

[подробнее](#)

$$J(x) = C(E_{z0}^2 + E_{r0}^2 + 2E_{z0}E_{r0} \cos(2\pi x(\sin \theta_r - \theta_z) / \lambda)) \quad (6.3b)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 6. Голография

6.1 Принципы записи и восстановления волновых фронтов

Любое изображение объекта воспринимается нами благодаря рассеянию светового излучения, освещающего объект. Как мы установили выше, характер распределения интенсивности рассеянного объектом светового потока определяется законами дифракции. В частности, в соответствии с этими законами в точке наблюдения рассеянная световая волна представляет собой суперпозицию элементарных вторичных волн от каждой точки поверхности объекта. Если представить освещаемый световой волной объект, окружённым некоторой замкнутой поверхностью S , то в соответствии с принципом Гюйгенса Френеля поле в точке наблюдения P будет определяться *сферическими волнами вторичных источников*, исходящих из каждой точки поверхности S , амплитуда и фаза которых равна амплитуде и фазе рассеянной объектом световой волны. Таким образом, если с помощью какого либо способа 'записать' распределение комплексных амплитуд, создаваемого при рассеянии световой волны некоторым объектом, то можно получить изображение этого объекта в точке наблюдения P при воспроизведении записанного распределения на той же поверхности S в отсутствие изображаемого объекта.

Для записи и воспроизведения волновых фронтов, переносящих изображение того или иного объекта или их совокупности, используется способ, получивший название - *голография*. В переводе с греческого языка голография означает '*полная запись*'. "Изобретателем" голографии является *Денис Габор*, с помощью которой он в 1947г. собирался увеличить *разрешающую способность электронных микроскопов*. Однако практическая реализация голографии стала возможной после появления источников монохроматического излучения - *лазеров*, а также изобретения *Лейтом* и *Упатниексом* в 1963г. способа разделения действительного и мнимого изображения объекта, записываемого на тонкой голограмме. Способ записи голограмм с помощью толстых слоёв эмульсии, устраняющий проблему совмещения действительного и мнимого изображения объекта, был предложен *Денисюком Ю.Н.* в 1962г.

Рассмотрим принцип голографии на примере использования для записи волнового фронта пластинки, покрытой тонким слоем фотоэмульсии. *Фотоэмульсия* представляет собой слой микроскопически малых *зёрен галлоидного серебра*, которые под действием света после проявления пластинки остаются на её поверхности в виде отложений *частичек металлического серебра*. Количество серебра на поверхности пластинки, образующееся под действием света, тем больше, чем больше интенсивность световой волны в том или ином месте её поверхности. Таким образом, распределение интенсивности светового потока на поверхности пластинки при её освещении передаётся после проявления в виде изменения плотности серебра в соответствующих местах её поверхности.

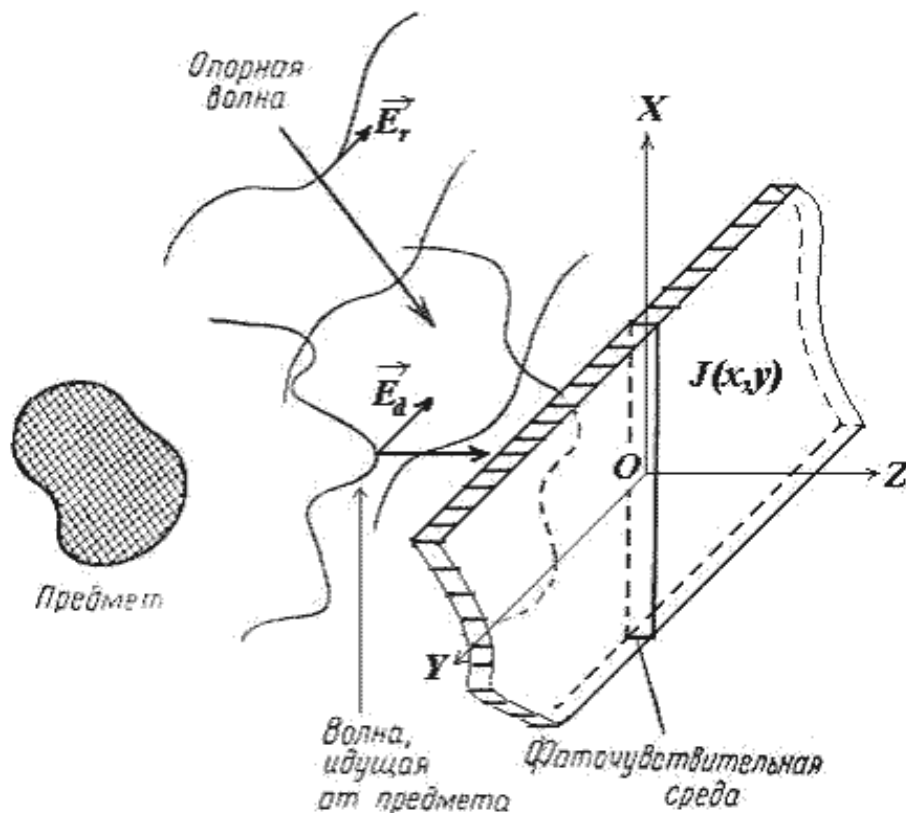


Рис. 6.1.

Процесс освещения фотопластинки светом для регистрации распределения его интенсивности на её поверхности называется *экспозицией*. Время экспозиции определяется интенсивностью регистрируемого светового потока и физико-химическими свойствами используемой фотоэмульсии (*чувствительностью фотоплёнки*).

Голография представляет собой двухступенчатый процесс. На первом его этапе производится *запись на голограмме волнового фронта*, переносящего изображения объекта. На втором этапе получается восстановление изображения объекта с голограммы. Причём, это изображение в отличие от фотографического имеет трёхмерный характер, т.е. его можно рассматривать под различными ракурсами (углами зрения).

Рассмотрим первый этап голографии - запись волнового фронта объекта \vec{E}_2 , изображение которого мы хотим получить. В дальнейшем будем называть этот волновой фронт - *предметным*. Для записи изображения объекта используется *фоточувствительная среда* (например, *фотопластинка*) и дополнительное волновое поле \vec{E}_r , называемое *опорным*, в соответствии со схемой, изображённой на рис. 6.1. На используемой для записи волновых фронтов фотопластинке регистрируется распределение интенсивности I , соответствующее *интерференции предметной и опорной волн*, т.е.

$$J = C |\vec{E}_2 + \vec{E}_r|^2, \quad (6.1)$$

где $C = 1/\zeta$ константа пропорциональности, равная обратной величине волнового сопротивления среды ζ .

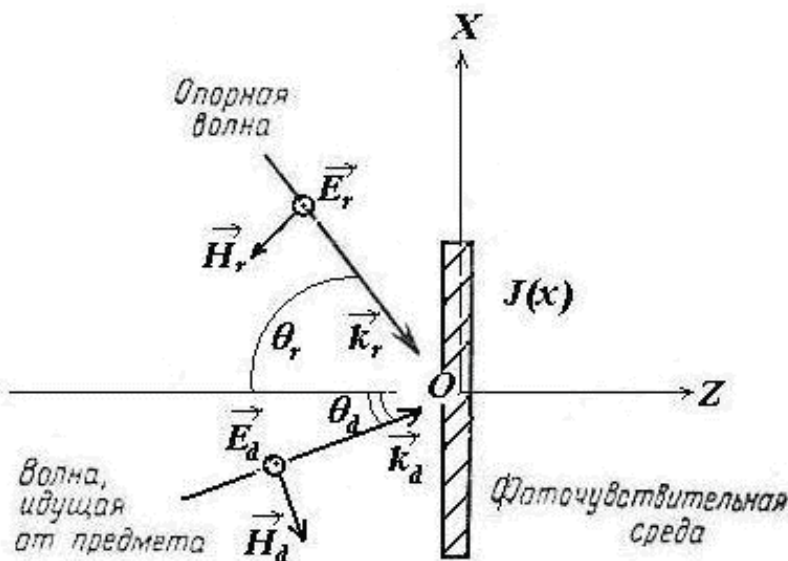


Рис. 6.2.

В целях упрощения следующих далее рассуждений предположим, что предметный и опорный волновые фронты представляют собой две плоские когерентные световые волны с одной и той же длиной волны λ и поляризацией, падающие соответственно под углами θ_d, θ_r на поверхность фотопластинки, расположенной в плоскости $z = 0$ выбранной системы координат XYZ (рис. 6.2). Для определённости будем полагать, что направление колебаний векторов напряжённости электрических полей предметной и опорной волны параллельно оси OY . В этом случае вектор напряжённости суммарного электрического поля предметной и опорной волны также будет параллелен оси OY . По этой причине в приводимых ниже расчётах, можно не использовать векторные обозначения для напряжённости электрического поля волн. Тогда, их комплексные амплитуды определяются следующими выражениями:

$$E_d = E_{d0} \exp(i\vec{k}_d \cdot \vec{r}); \quad (6.2a)$$

$$E_r = E_{r0} \exp(i\vec{k}_r \cdot \vec{r}), \quad (6.2b)$$

где \vec{k}_d и \vec{k}_r - волновые вектора, соответствующие предметной и опорной волнам.

Подставляя эти выражения в (6.1), получим

$$J = C(E_{d0}^2 + E_{r0}^2 + 2E_{d0}E_{r0} \cos(\varphi_r - \varphi_d)), \quad (6.3a)$$

где $\varphi_r = (\vec{k}_r \cdot \vec{r})$ и $\varphi_d = (\vec{k}_d \cdot \vec{r})$ - распределения фаз опорной и предметной волн.

Если учесть, что на поверхности фотопластинки ($z = 0$) фазы плоских опорной и предметной волн соответственно равны $\varphi_r = 2\pi x(\sin \theta_r) / \lambda$; $\varphi_d = 2\pi x(\sin \theta_d) / \lambda$, из (6.3a) следует, что распределение суммарной интенсивности этих волн на поверхности фотопластинки представляет собой периодическую функцию координаты x :

$$J(x) = C(E_{d0}^2 + E_{r0}^2 + 2E_{d0}E_{r0} \cos(2\pi x(\sin \theta_r - \sin \theta_d) / \lambda)). \quad (6.3b)$$

Из выражения (6.3b) следует, что распределение интенсивности на поверхности фотопластинки имеет вид системы чередующихся максимумов и минимумов (рис. 6.3a), характерной для *интерференционной картины от двух когерентных точечных источников*, наблюдаемой на достаточно удалённом от них экране. После проявления фотопластинки на её поверхности в местах, которым соответствуют максимумы интенсивности, будут отмечены тёмные полосы и, наоборот, минимумам соответствуют светлые полосы на фотопластинке (рис. 6.3b). Полученное изображение можно рассматривать, как *дифракционную решётку*, если приближённо считать что тёмные участки проявленной фотопластинки полностью поглощают проходящий через них свет, а светлые - полностью пропускают его.

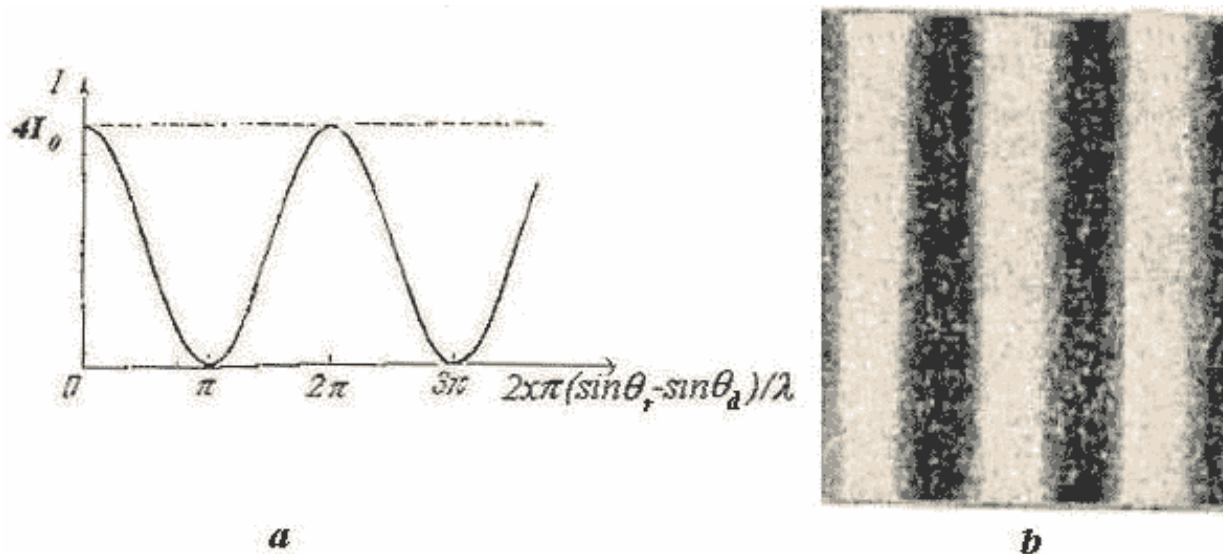


Рис. 6.3.

С другой стороны изображение на фотопластинке, соответствующее (6.1) или (6.3), после проявления можно рассматривать как некоторый *транспарант*, обладающий переменной прозрачностью от точки к точке на его поверхности, которую можно задать с помощью функции $T(x, y)$, в общем случае зависящей от двух координат x, y , причём,

$$T(x, y) = \chi J(x, y), \quad (6.4a)$$

где χ - константа пропорциональности, зависящая от физико-химических свойств материала фотопластинки, процесса её проявления и записи голограммы.

Транспарант переменной прозрачности, пропорциональной распределению суммарной интенсивности опорной и предметной волн на его поверхности, называется *голограммой опорной и предметной волн*.

По существу голограмма представляет собой *интерферограмму опорной и предметной волн*, распределение интенсивности на поверхности которой определяется их разностью фаз.

Рассмотрим второй этап голографического процесса - *восстановление изображения, записанного на голограмме*. На этом этапе проявленная фотопластинка - голограмма освещается опорной световой волной E_r^*

$$E_r^* = E_{r0} \exp(-i\vec{k}_r \cdot \vec{r}), \quad (6.5)$$

падающей на поверхность голограммы под зеркальным углом по отношению к направлению волны, используемой для получения голограммы (рис. 6.4).

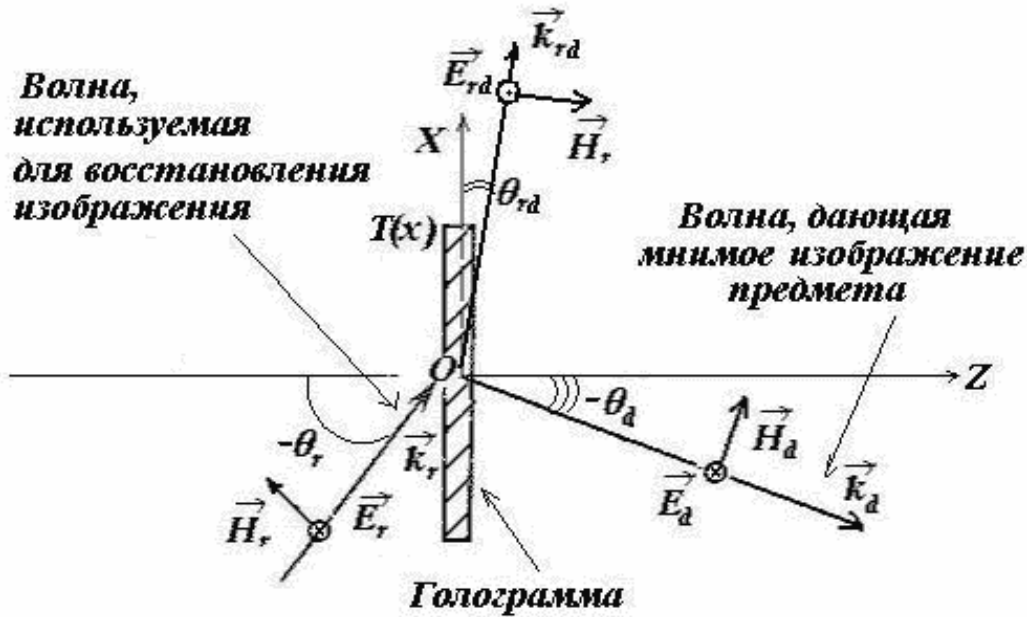


Рис. 6.4.

В результате явления дифракции на голограмме освещающей её волны E_r^* в *приближении Кирхгофа* за голограммой образуется распределение комплексных амплитуд E_{out} , которое соответствует сумме трёх волновых фронтов (рис. 6.4)

$$E_{out} = \chi T(x, y) E_r^* = \chi C (|E_{d0}|^2 + |E_{r0}|^2) E_r^* + \chi C |E_{r0}|^2 E_{d0} \exp(-i(\vec{k}_d, \vec{r})) + \chi C (E_r^*)^2 E_d \exp(-i2(\vec{k}, \vec{r})) = \hat{C}_r E_r^* + \hat{C}_d E_d^* + \hat{C}_{rd} E_{rd} \quad (6.6)$$

где $\hat{C}_r, \hat{C}_d, \hat{C}_{rd}$, - константы пропорциональности, зависящие от физико-химических свойств материала фотопластинки, процесса её проявления и записи голограммы, в конечном счёте, определяющие интенсивности волновых фронтов E_r^*, E_d^*, E_{rd} , распространяющихся за голограммой:

E_r^* - волновой фронт, освещающий голограмму;

E_d^* - волновой фронт, соответствующий мнимому изображению предмета;

E_{rd} - волновой фронт, который можно трактовать, как соответствующий действительному изображению предмета, промодулированному волной, используемой для освещения голограммы. Помимо мнимого изображения с голограммы получается и действительное, но оно размещается в стороне и не мешает наблюдению мнимого.

$$T(x, y) = \chi^J(x, y) \quad (6.4a)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 6. Голография

6.2 Виды голограмм

Повторяя рассуждения предыдущего параграфа, можно показать, что при освещении голограммы (6.4а) опорной световой волной \vec{E}_r , получается *действительное изображение предмета* (рис. 6.5). При этом, как и для случая изображённого на рис. 6.4, одновременно с действительным с голограммы восстанавливается и *мнимое изображение*, но оно размещается в стороне и не мешает наблюдению действительного.

Формирование одновременно действительного и мнимого изображения предмета, записанного на тонкой голограмме, есть следствие того, что она тонкая. Соответствующая такой голограмме плоская дифракционная решётка имеет точно такой же вид, как если бы на ней было записано действительное изображение предмета.

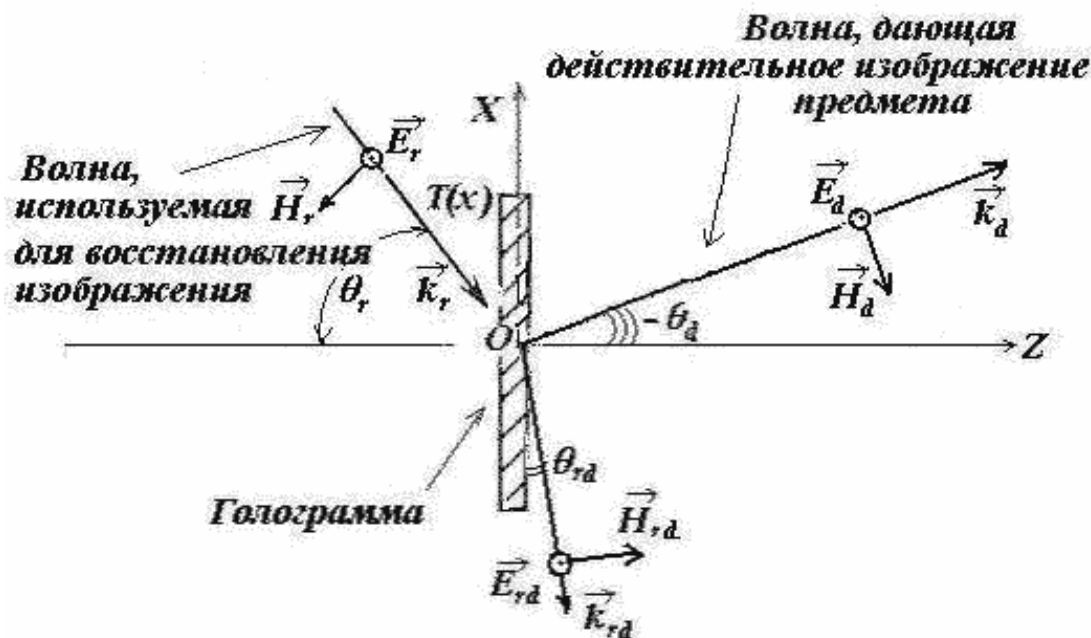


Рис. 6.5.

Напротив, для *голограмм, записываемых на фотопластинке с 'толстым' слоем фотоземлюли*, при записи голограммы образуется объёмная структура зёрен серебра, представленная на рис. 6.6а,б в виде *"отражающих слоёв"* и соответствующая распределению максимумов интенсивности, освещающей голограмму волны, которая передаёт *кривизну записываемых волновых фронтов* (рис. 6.6а,б). В результате при восстановлении мнимого изображения предмета с таких голограмм не возникает его действительного двойника.

Отметим одну особенность объяснения принципа действия объёмных голограмм, следующую из рис.

6.6. В объёмных голограммах пространственную структуру отражающих слоёв внутри голограммы можно рассматривать как *объёмную дифракционную решётку*, в которой направление на дифракционный максимум связано с межплоскостным расстоянием и длиной волны *условием Вульфа - Брэггов*. Тогда, для определения углового направления θ_B , в котором наблюдается восстанавливаемое с голограммы изображение, может быть определено с помощью формулы Вульфа - Брэггов, рассмотренной в главе 5.

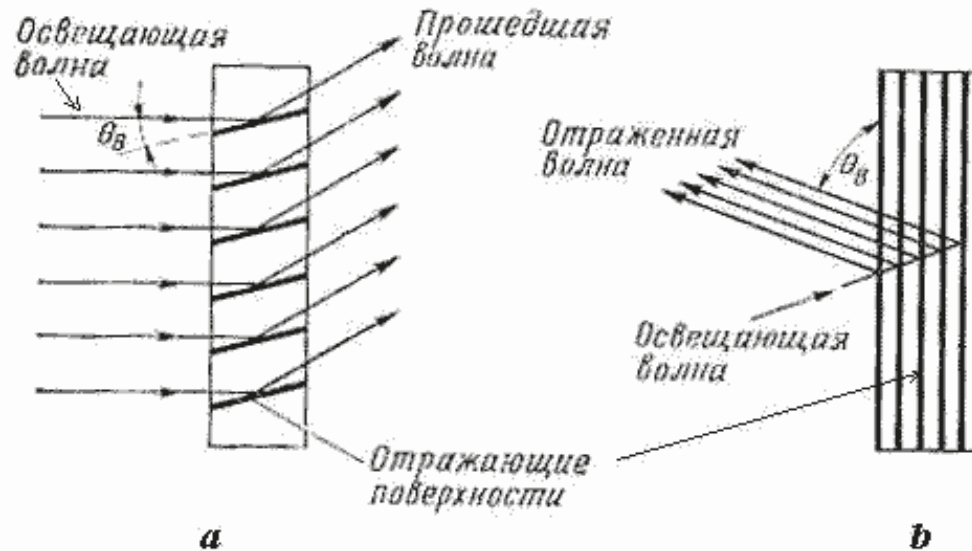


Рис. 6.6.

Кроме этого отметим, что на рис. 6.6a представлена *объёмная пропускающая голограмма*, в которой записанное изображение восстанавливается в проходящих голограмму световых волнах. Для таких голограмм коэффициент пропускания пропорционален распределению интенсивности опорного и предметного волновых фронтов в соответствии с выражением (6.4a).

На рис. 6.6b представлена *объёмная отражающая голограмма*, в которой в которой записанное изображение восстанавливается в отраженных от голограммы световых волнах. Для таких голограмм коэффициент отражения $R(x, y)$ пропорционален распределению интенсивности опорного и предметного волновых фронтов :

$$R(x, y) = \chi_R J(x, y), \quad (6.4b)$$

где χ_R - константа пропорциональности, зависящая от физико-химических свойств материала фотопластинки, процесса её проявления и записи голограммы.

В более общем случае, когда изображение предмета передаётся совокупностью плоских волн, процесс записи и восстановления изображения, записанного на голограмме, можно представить также, как это было сделано выше, но для каждой из плоских волн, представляющих собой *пространственный спектр записываемого изображения*.

С этой точки зрения наиболее адекватным способом записи голограмм сложных объектов представляет *голография Фурье - Фраунгофера*. В *голографии Фурье* (рис. 6.7a) для записи голограммы фотопластинка (H), после проявления которой получается голограмма, помещается в заднюю фокальную плоскость линзы L , в переднем фокусе которой размещается записываемый объект D . В соответствии со сказанным в главе 4 голограмма Фурье представляет собой интерферограмму плоской опорной волны и совокупности волн, представляющих собой

пространственный спектр записываемого на голограмме объекта.

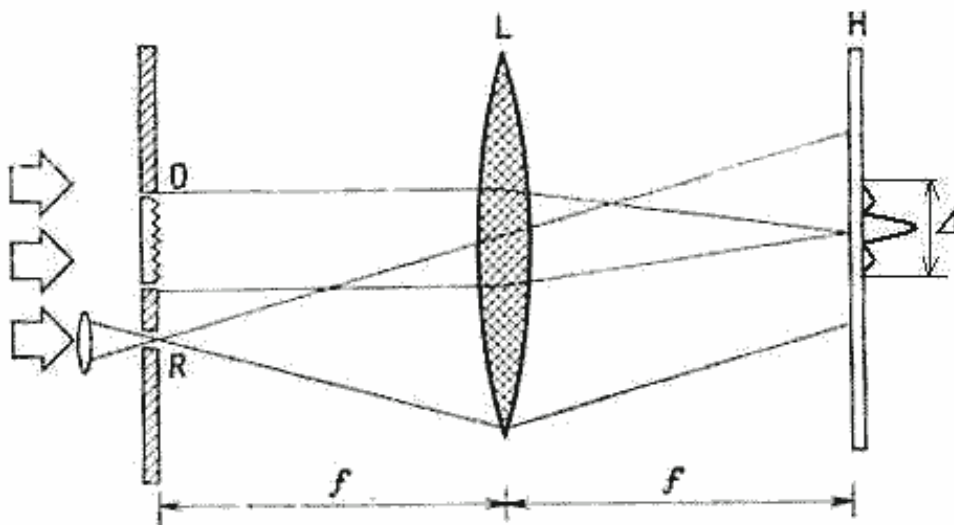


Рис. 6.7а.

На рис. 6.7b приводится *схема восстановления изображения*, записанного на *голограмме Фурье* м помощью *схемы записи*, приведенной на рис. 6.7а.

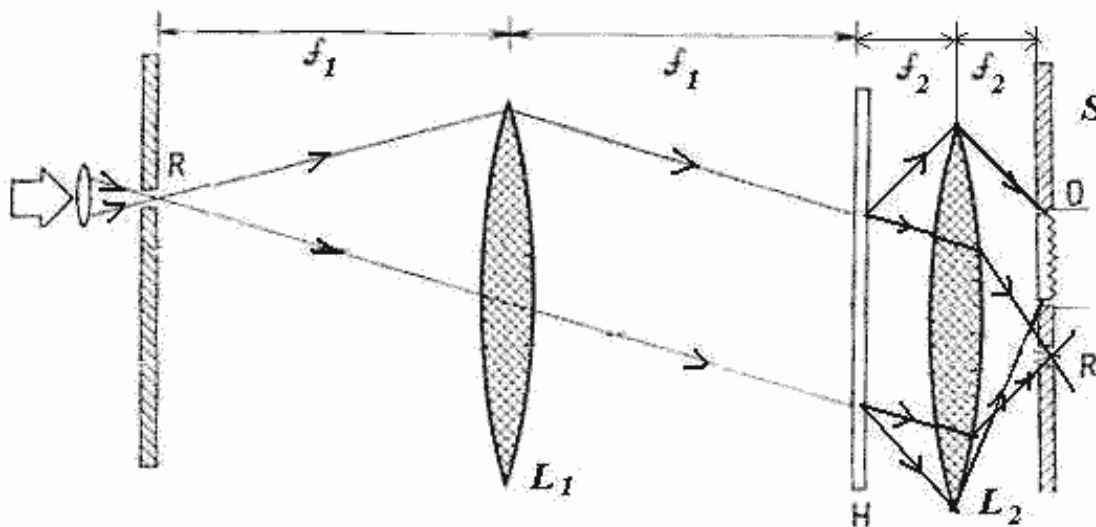


Рис. 6.7b.

Для восстановления голограмма Фурье помещается в заднюю фокальную плоскость линзы L_1 и освещается плоской волной, падающей на голограмму с направления зеркального по отношению к направлению опорной волны, используемой для записи голограммы. Преобразованный голограммой волновой фронт в задней фокальной плоскости линзы L_2 превращается в волну фронт, несущую изображение объекта D .

Характер кодирования изображения на голограмме Фурье гораздо сложнее, чем на голограмме двух плоских волн, приведенной на рис. 6.3 и представляющей результат *двухлучевой интерференции*. На голограмме Фурье предмета сложной формы, наблюдается интерференционная картина каждой из спектральной составляющей с полем плоской опорной волны. Представление о записанном на голограмме изображении имеет опосредствованный характер. Свидетельством этого является изображённая на рис. 6.7с фотография голограммы Фурье выражения - "МГТУ им. Н. Э. Баумана".

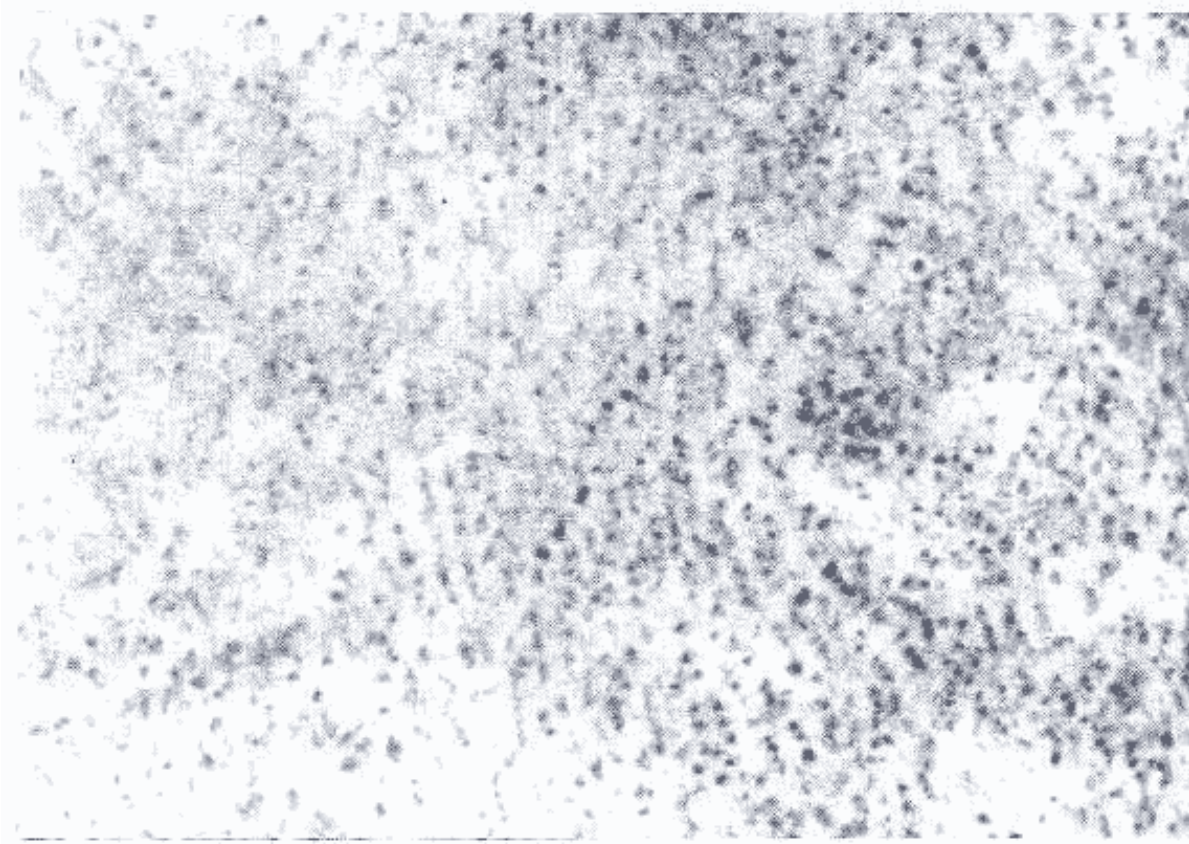


Рис. 6.7с.

Наиболее общий вид голограмм представляют *голограммы Френеля*. В этом случае опорный источник и предмет, изображение которого записывается на голограмме, находятся на конечном расстоянии от её поверхности. При записи таких голограмм может быть применена схема на рис. 6.8а, аналогичная

представленной на рис. 6.1, в которой часть светового потока опорного источника используется для подсветки голографируемого объекта с помощью светоделительного устройства в виде комбинации зеркала и линзы. Восстановление изображения, записанного на голограмме, по схеме на рис. 6.8б позволяет наблюдать действительное и мнимое изображение.

По способу записи голограммы различаются на *амплитудные*, рассмотренные выше, и *фазовые*, в которых при восстановлении записанного на них изображения изменяется фаза проходящего светового потока пропорционально распределению интенсивности на поверхности интерферограммы волновых фронтов.

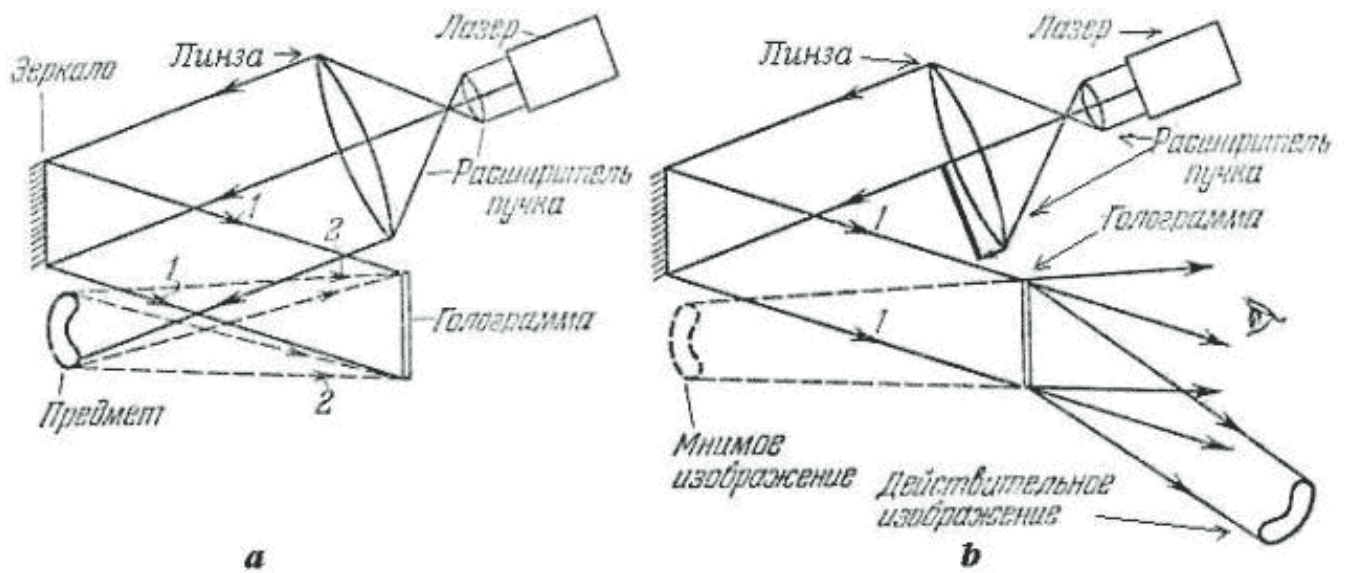


Рис. 6.8.

Хотя теория фазовых голограмм достаточно сложная, начальные представления об их свойствах можно получить в следующем параграфе в связи с изучением параметров голограмм.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

$$T(x, y) = \exp(iCI(x, y)) \approx 1 + CI(x, y) \quad (6.7b)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 6. Голография

6.3 Основные параметры голограмм

Выше при рассмотрении голограммы двух плоских волн мы отмечали сходство голограммы и дифракционной решётки. Следуя этой аналогии, можно ввести понятие *разрешающей способности голограммы*. Чем больше разрешающая способность голограммы, тем более чёткое (контрастное) изображение объекта может быть получено при его восстановлении. Как для дифракционной решётки с увеличением числа штрихов увеличивается её разрешающая способность, так и для голограммы с увеличением площади голограммы происходит увеличение *чёткости изображения получаемого с голограммы*. Всем известное суждение о возможности получения изображения с любой части голограммы записанного на нём изображения объекта, не следует понимать буквально. Дело в том, что изображение, полученное с малых частей голограммы, может быть нечётким из-за малой разрешающей способности голограммы, используемой для восстановления изображения записанного на ней объекта. В этом отношении голограммы Фурье в ряде случаев представляют собой удобный способ получения голограмм, имеющих очень малый размер. Такие голограммы называются микроголограммами. Возможности получения *микроголограмм* объектов в голографии Фурье является следствием свойства линзы, согласно которому изображение протяжённых объектов, наблюдаемых в её задней фокальной плоскости, сосредоточено в очень малой окрестности вокруг точки фокуса. Минимальный размер голограммы, с которой можно получить чёткое изображение записанного на ней объекта, определяется размером Δ области в фокальной плоскости линзы (рис. 6.7а), внутри которой находится распределение пространственного спектра записываемого объекта. Как следует из главы 7, размер минимальной голограммы определяется *диском Эйри* для линзы диаметром b , вычисляется по формуле (5.29):

$$\Delta = 1.22\lambda / b,$$

где λ - длина волны опорного источника, используемого для записи голограмм.

Например, для линзы диаметром $b = 10^{-1}$ м, $\lambda = 0.510^{-6}$ м получаем, что величина $\Delta \approx 0.610^{-5}$ м имеет порядок десяти длин световых волн.

Другим важным параметром голограммы является её дифракционная эффективность.

Дифракционная эффективность голограммы определяется как отношение мощности светового потока, формирующего изображение объекта, записанного на голограмме, к мощности потока опорной световой волны. Как видим, дифракционная эффективность голограмм представляет собой параметр, который сродни *коэффициенту полезного действия*, широко используемому в физике и технике. Различные виды голограмм обладают различной дифракционной эффективностью. Рассмотренная выше простейшая голограмма двух плоских волн представляет собой пример амплитудных голограмм. При записи амплитудных голограмм коэффициент пропускания или отражения получаемых голограмм $T(x, y)$ пропорционален распределению интенсивности $I(x, y)$ на интерферограмме опорного и предметного волновых фронтов.

Следует отметить, что в силу разных причин не всегда удаётся обеспечить требуемую пропорциональность. Если это имеет место, т.е. $T(x, y) = CI^\alpha(x, y)$, где $C, \alpha \neq 1$ - некоторые константы; то голограмма называется *неидеальной*. При восстановлении изображений объектов, записанных на таких голограммах, возможно появление *нелинейных искажений*. Как показывают расчёты, для тонких амплитудных голограмм их дифракционная эффективность не может превышать 6.5%. Для объёмных голограмм дифракционная эффективность не может превышать 13%.

Для повышения эффективности голограмм используются т.н. фазовые голограммы, у которых фаза коэффициента пропускания (отражения) пропорциональна интенсивности записываемой голограммы, т.е.:

$$T(x, y) = \exp(iCI(x, y)). \quad (6.7a)$$

где C - константа пропорциональности, зависящая от физико-химических свойств материала фотопластины, процесса её проявления и записи фазовой голограммы.

Теория записи и восстановления изображений, записанных на фазовых голограммах, более сложная, чем рассмотренная выше при изучении основных свойств амплитудных голограмм. Однако в ряде практических ситуаций для отсутствия фазовых искажений восстанавливаемых изображений должно быть выполнено условие $CI(x, y) \ll 1$. Тогда

$$T(x, y) = \exp(iCI(x, y)) \approx 1 + CI(x, y). \quad (6.7b)$$

Сравнение выражений (6.4) и (6.7b) позволяет сделать вывод о том, что при сделанных предположениях принципы записи и восстановления фазовых и амплитудных голограмм во многом сходны.

Как показывают более тщательные исследования, эффективность фазовых голограмм значительно превышает эффективность амплитудных голограмм. Так, *теоретическим пределом эффективности тонких фазовых* является величина, равная 33.5%. Использование специальных схем записи фазовых голограмм позволяет увеличить эффективность фазовых голограмм до 96%.

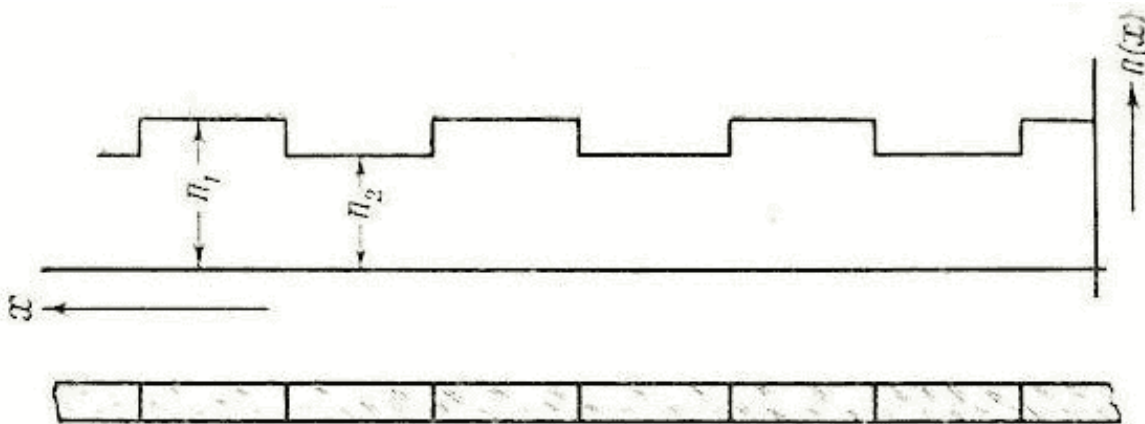


Рис. 6.9.

Выше отмечалась *аналогия голограммы дифракционной решётке*, у которой период чередования её открытых и закрытых частей определяется опорным и предметными световыми пучками, геометрией устройства записи и имеет в общем случае нерегулярный характер на поверхности голограммы. Если

отвлечься от этого обстоятельства, то в первом приближении можно считать, что механизм восстановления изображения, записанного на голограмме аналогичен формированию дифракционного максимума в дифракционной решётке, получающегося в результате сложения в фазе волн, прошедших щели решётки.

Аналогия голограмм и дифракционных решёток является весьма полезной и для понимания принципов фазовой голографии. Так в оптике применяются для решения различных исследовательских задач *фазовые дифракционные решётки*, в которых на поверхности с некоторым периодом чередуются участки, вносящие определённый фазовый сдвиг, например, на 180° , по отношению к фазе волны, проходящей соседний участок (рис. 6.9). Фазовые дифракционные решётки также обладают замечательными свойствами спектральных приборов. Однако, по сравнению со *щелевыми дифракционными решётками* интенсивность дифракционных максимумов фазовых решёток во много раз больше. Это объясняется тем, что в щелевых дифракционных решётках часть падающего на решётку света задерживается закрытыми участками её апертуры. По этой причине понятно стремление использовать для получения качественных изображений объектов фазовую голографию, поскольку при этом уменьшаются потери энергии источника света, идущие на формирование изображения записанного на голограмме.

Использование аналогии фазовых голограмм и фазовых дифракционных решёток позволяет получить представление о принципах увеличения дифракционной эффективности фазовых голограмм. Для фазовых дифракционных решёток увеличение интенсивности её дифракционных максимумов состоит в уменьшении их числа и в специальном подборе на поверхности решётки функции распределения периода её фазосдвигающих участков. Для фазовой голографии это подход приводит к задаче *согласованного выбора волнового фронта опорного источника*, поверхности голограммы, исходя из заданного волнового фронта объекта голографирования.

$$I = C(|E_x|^2 + |E_y|^2 + 2|E_x| |E_y| \cos(\Phi_y(x,y) - \Phi_0(x,y))) \quad (6.8)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 6. Голография

6.4 Применение голографии

а) Голографическая интерферометрия

В соответствии со сказанным выше изображение, восстановленное с голограммы с помощью источника когерентного света, представляет собой волновой фронт, который может интерферировать с другой когерентной волной. Если интерферирующие волновые фронты не очень сильно отличаются друг от друга, то по характеру возникающих интерференционных полос можно сделать вывод о степени отличия сравниваемых изображений. Например, можно сравнить два состояния одного и того же объекта наблюдения при изменении температуры и отметить соответствующие термические деформации объекта.

Принципиального отличия *методы голографической интерферометрии* и оптической интерферометрии не имеют. Прежде всего, в обоих методах из-за малости длины волны света можно фиксировать отличия объектов с одинаковой, высокой точностью, составляющей доли длины волны света. Но с помощью голографической интерферометрии можно решить задачи, которые не по силам методам оптической интерферометрии.

Прежде всего, это относится к *задаче сравнения пространственной структуры трёхмерных объектов*. В *оптической интерферометрии* возможности *изучения трёхмерной структуры* объекта ограничена *глубиной резкости объектива* и не идёт ни в какое сравнение с возможностями голографии сравнивать объекты при различных ракурсах их наблюдения.

Другой задачей, которая не способна решить оптическая интерферометрия, является сравнение диффузно отражающих объектов. Оптическая же интерферометрия имеет дело с объектами, имеющими оптическое качество поверхности.

Однако, пожалуй, самое главное преимущество голографической интерферометрии перед оптической это возможность *записи голограмм состояний объекта*, меняющегося во времени, и последующий анализ изменений этих состояний после того, как эволюция объекта завершилась и даже сам объект может быть прекратил своё существование. Необходимо отметить, что возможность записи на голограмме различных состояний объекта была предложена открывателем голографии Д. Габором. Его идея заключалась в том, что в результате *многократной экспозиции* на голограмме записывается несколько изображений объекта, которые после освещения опорной волной могут интерферировать, поскольку являются взаимно когерентными. На практике идея Габора известна как *метод двойной экспозиции*, позволяющий сравнить интерференционные картины, соответствующие двум состояниям объекта.

Наиболее эффектные эксперименты, иллюстрирующие возможности этого метода, были проделаны *Бруксом* при записи голограмм с помощью рубинового лазера модулированной добротности.

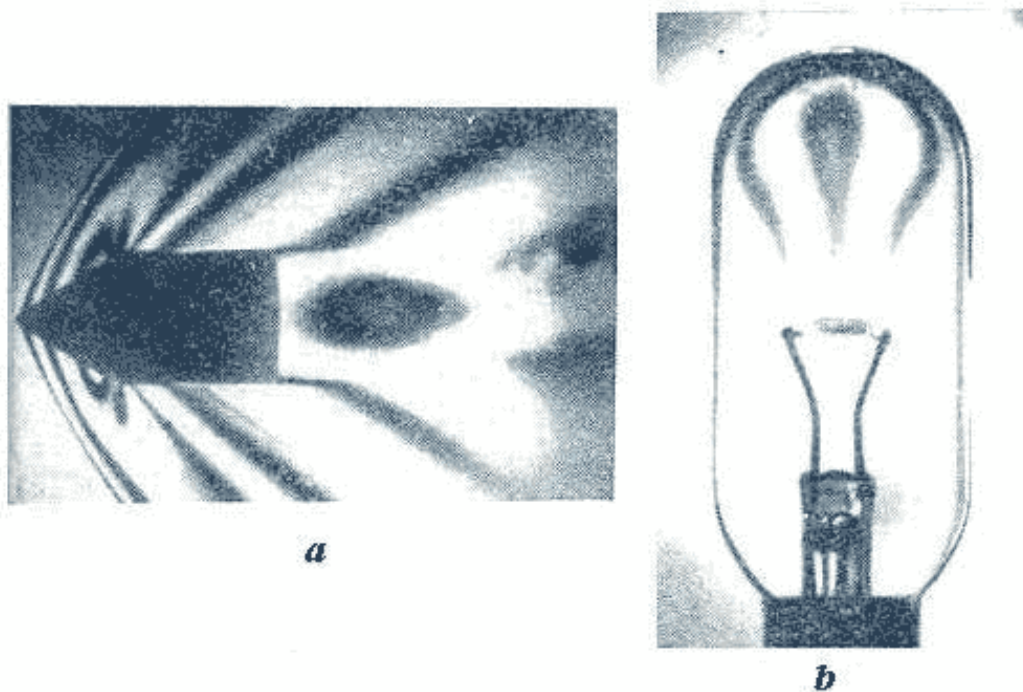


Рис. 6.10.

На рис. 6.10а приведена фотография *интерферограммы ударной волны движущейся пули*, получающейся при восстановлении изображения с голограммы, записанной двумя короткими *лазерными импульсами*. С помощью первого импульса записывалась голограмма "фона" - среды до пролёта пули, а вторым импульсом записывалось изображение пули в полёте. В результате пролёта пули возникают пространственно распределённые изменения плотности среды, а, следовательно, и соответствующего им *изменение показателя преломления*. Два волновых фронта - одно соответствует изображению невозмущенной среды, а другое наличию неоднородностей, вызванных ударной волной из-за пролёта пули - интерферируют, и возникает изображение трёхмерных ударных волн в пространстве около пули. Другая фотография на рис. 6.10b представляет полученную тем же способом двойной экспозиции, что и выше изложенный, *интерференционную картину распределения температуры* и расширения газа в колбе лампы накаливания. Необходимо отметить, что наблюдение интерференционной картины с помощью метода голографической интерферометрии сделало её практически возможным, несмотря на то, что газ находится внутри стеклянной колбы, имеющей *оптические неоднородности стекла* из-за которых применение методов оптической интерферометрии просто невозможно.

б) Голографический анализ вибраций.

Этот метод явился дальнейшим развитием идеи Д. Габора многократной экспозиции голограммы для записи состояния объекта с целью их последующего анализа.

Рассмотрим *стробоскопический метод голографического анализа вибраций*. Суть этого метода состоит в том, что освещение изучаемого объекта производят короткими импульсами, следующими с частотой колебания объекта и появляющимися в те моменты времени, когда объект находится в положении максимального отклонения от положения равновесия. Запись голограммы освещённого объекта с помощью метода двойной экспозиции и последующее восстановление интерферирующих волновых фронтов позволяет получить *изображение колебаний объекта в различных фазах*.

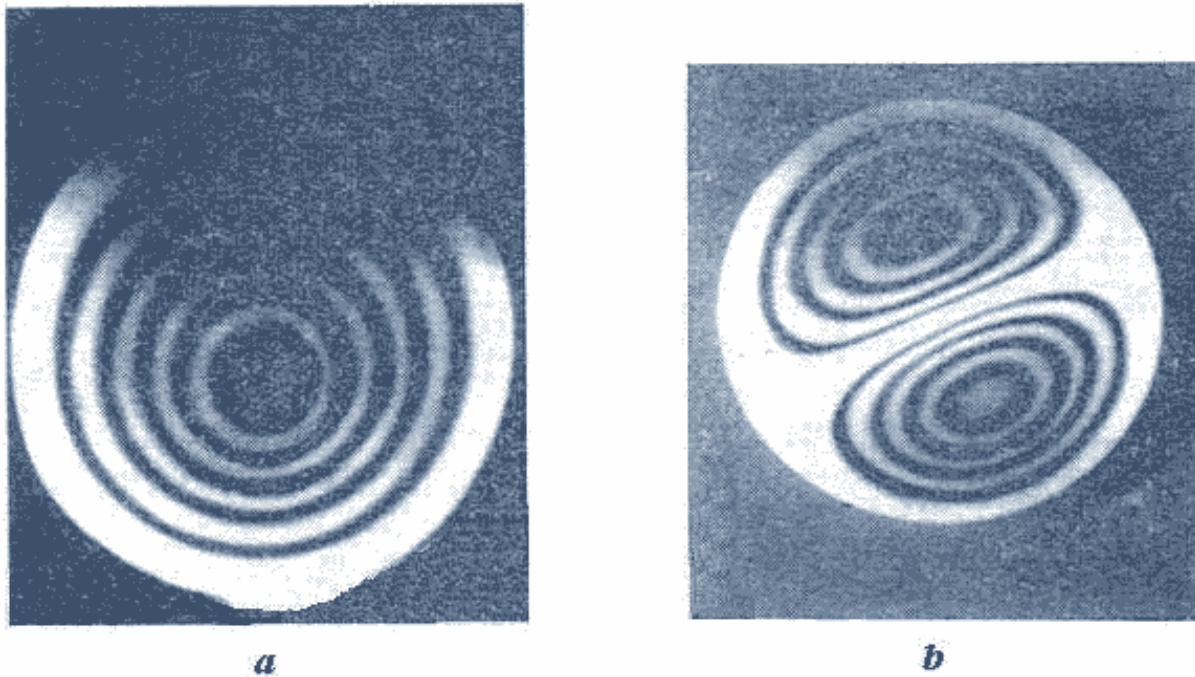


Рис. 6.11.

На рис.6.11а,б приведены интерференционные картины колеблющихся телефонных мембран, соответствующие двум различным модам её колебаний.

в) Объёмное изображение высокого качества.

Традиционное применение *объёмного голографического изображения высокого качества* относится к сфере культуры, образования для создания макетов оригиналов памятников культуры и искусства. Другая сфера применения объёмного голографического изображения высокого качества *тренажёры для обучения пилотирования самолётов*, космических кораблей и овладения навыками работы в сложных условиях.

Получение голографического изображения высокого качества вместе с голографической интерферометрией нашло своё применение в *картографии* для создания на картах земной поверхности *линий одного уровня* (топографической сетки). Эта же методика может быть применена для контроля отклонения профиля поверхности от заданной формы. Для этой цели используется запись голограммы объекта либо с помощью двух близко расположенных источников (рис. 6.12), либо по методу двойной экспозиции регистрируются две голограммы от одного источника, занимающего разные положения в пространстве.

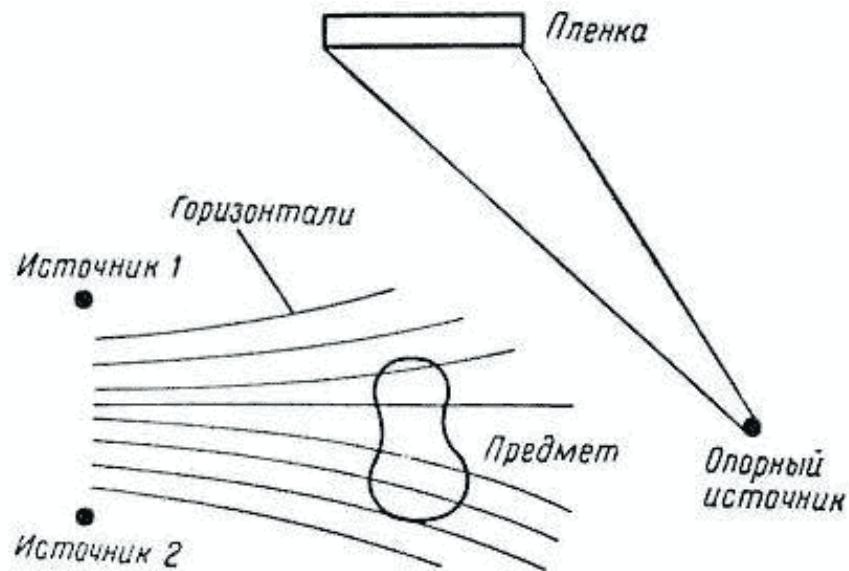


Рис. 6.12.

При рассмотрении полученной интерференционной картины она представляется испещрённой тёмными и светлыми полосами, соответствующими гиперболам одинаковой разности хода, точки которых определяются одной из линий равного уровня.

Другой способ получения линий одного уровня основан на записи интерферограммы объекта с помощью опорного источника, в спектре колебаний которого имеются две спектральные составляющие. При освещении полученной голограммы волной, одной из частот, используемых при её записи, возникнут два изображения, волновые фронты которых будут интерферировать. В результате интерференции на поверхности голографируемого объекта будут видны линии одинакового уровня, в соответствии со сказанным выше.

Кроме того, голографическое объёмное изображения высокого качества используется для *изучения объёмной структуры меняющихся во времени объектов*. Объёмное изображение высокого качества применяется, например, для исследования трёхмерной структуры *живых микробиологических объектов*, для изучения распределения частиц по размерам в аэрозолях и других задачах прикладной физики. Для получения трёхмерного изображения меняющегося во времени трёхмерного объекта используется импульсный лазер с малой длительностью импульсов. Подвижный объект при записи его голограммы как бы становится неподвижным. Однако, получающаяся голограмма позволяет исследовать весь объём объекта и последовательно изучить эволюцию объекта во времени. Использование для этих целей оптических систем с большой глубиной резкости влечёт за собой необходимость постоянной перестройки фокуса для исследования объёмной структуры объекта. Наблюдение за меняющимся во времени объектом во всём занимаемом им объёме с помощью оптических систем с большой глубиной резкости вообще становится невозможным, поскольку в каждый момент времени может наблюдаться только одно сечение объекта, а информация о других сечениях может быть получена только в другой момент времени. Из-за эволюции объекта во времени результаты таких наблюдений, очевидно, могут составить лишь приближённое представление о реальных изменениях, имеющих место в объёме изучаемого объекта с течением времени.

Отметим, что первоначальная идея Д. Габора (1947г) применения голографии и получения первой интерференционной картины в проходящем свете была направлена на *повышение разрешающей способности электронных микроскопов*. Согласно предложению Д. Габора повышение

разрешающей способности электронного микроскопа возможно, если записывать голограмму в электронном пучке, а восстанавливать с помощью световой волны. Такой путь, к сожалению, привёл к ряду не разрешимых для того времени технических трудностей и не был реализован на практике. Дальнейшие исследования в области возможностей получения голографического увеличения показали, что голографическое увеличение имеет разное значение для продольного и поперечного направлений на поверхности изображаемого объекта, что может привести к искаженному восприятию восстанавливаемого изображения объекта. В некоторых областях прикладной физики и техники голографическое увеличение, несмотря на отмеченный недостаток, нашло применение для решения *задач немасштабного оптического моделирования протекания процессов* и работы различных устройств сверхвысокочастотной техники, оптоэлектроники и фотоники.

г) Голографические оптические элементы.

Голограмма может быть использована не только в качестве носителя в закодированном виде изображения исследуемого объекта, но и как оптическое устройство, формирующее изображение. Например, можно использовать голограмму в качестве линзы, дифракционной решётки, светоделителей и других устройств преобразования светового потока.

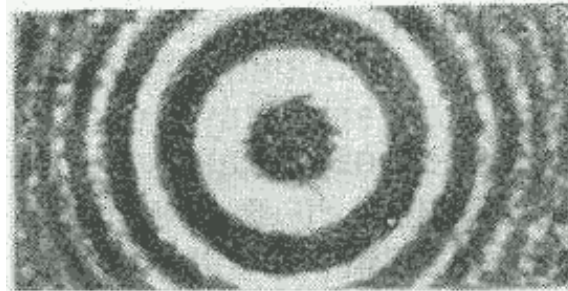


Рис. 6.13.

Рассмотрим *голографическую линзу*. Простейшая плоская голографическая линза представляет собой *голограмму сферической волны и плоской волны* (рис. 6.13). При облучении такой линзы плоской волной, последняя после прохождения голограммы сфокусируется в две фокальные точки, симметрично расположенные относительно линзы, положение которых определяется расстоянием от линзы до источника сферической волны при записи голограммы, в соответствии со свойствами плоских голограмм, рассмотренными выше. Как следует из рис. 6.13 структура интерференционных линий на голограмме сферической волны и плоской волны во много схожа с набором прозрачных и непрозрачных зон на *зонной пластинке Френеля*, изображённой на рис.5.15 из главы 5.



Рис. 6.14.

Для получения одной фокальной точки вместо плоской голограммы используется - объёмная голограмма, в объёме которой распределение выделившегося серебра или изменения показателя преломления передаёт пространственную структуру записываемого волнового фронта. Такими свойствами обладает отражающая объёмная фазовая голограмма сферической и плоской волн. Профиль рельефа поверхности отражающей фазовой голограммы представлен на рис. 6.14. Как следует из рисунка, рельеф фазы повторяет распределение фазы на поверхности зонной линзы Френеля, представляющей собой пластинку, поверхность которой разбита на зоны Френеля, открываемые из фокальной точки линзы, причём, в пределах каждой из зон выравнивается фаза проходящего через зону волнового фронта.

Одним из известных способов технической реализации объёмной голографической линзы является *киноформ*. В киноформе профиль изменения фазы светового потока, аналогичный рассмотренному выше, может быть воспроизведён, если в качестве регистрирующей голограмму среды используется *бихромированная желатина*. Профиль киноформа может рассчитан с помощью ЭВМ или посредством фотографирования *колец Ньютона*. Киноформы, изготовленные с помощью ЭВМ представляют собой искусственные или *синтезированные голограммы*. Особенностью синтезированных голограмм является возможность создания на их основе устройств *голографического преобразования волновых фронтов*, которые другим способом сделать затруднительно или вовсе невозможно. В качестве примера можно указать *устройство фокусировки волнового фронта электромагнитной волны*, света с заданным распределением амплитуд и фаз на его поверхности в линию произвольной формы или внутрь области, ограниченной заданным контуром.

Другим достаточно широко используемым на практике голографическим оптическим устройством является *голографическая дифракционная решётка*. Использование голограммы в качестве дифракционной решётки очевидно, поскольку как отмечалось выше, голограмма по существу является дифракционной решёткой. В зависимости от типа голограмм периодический характер пропускания или отражения света в голографической дифракционной решётке может быть основан либо на вариации в пространстве её пропускания (почернения), либо на пространственном изменении фазового рельефа её поверхности. В отличие от традиционных нарезных дифракционных решёток, имеющих прямоугольный профиль штриха, в голографических штрих имеет синусоидальный профиль. Голографические решётки просты в изготовлении, дешевле обычных и не имеют дефектов, связанных с технологией нарезания щелей. Дифракционные решётки на бихромированной желатине обладают дифракционной эффективностью до 90% и способны регистрировать пространственные частоты до 4000 линий/мм.

Голографические оптические элементы находят применение в качестве *элементов, корректирующих искажение изображений объектов* в оптических системах. Искажения в оптических системах могут возникать вследствие разнообразных причин, связанных как с технологией изготовления системы, в результате которой неизбежно имеет место некоторый разброс параметров характеристик элементов, отличающих их от заданных, так и эксплуатацией системы из-за влияние температурных деформаций, климатических факторов, неблагоприятных внешних воздействий случайного и искусственного происхождения.

В качестве примера рассмотрим корректировку изображения точки, получаемого с помощью *линзы с aberrациями*. Для построения голографического корректирующего элемента, устраняющего aberrации линзы, в фокальной плоскости линзы (рис. 6.15а) записывается голограмма изображения точки P и опорной сферической волны исходящей из некоторой точки P' . Для получения неискажённого изображения точки P используется оптическая система (рис. 6.15b), состоящая из линзы и голограммы, освещаемой из точки расположения опорного источника P' . Благодаря свойствам голограммы изображение точки P свободно от aberrаций. Недостатком этого способа корректировки изображений является необходимость изготавливать *голографический фильтр* для каждого из исследуемых объектов, а также появление искажений, вызванных aberrациями самой голограммы.

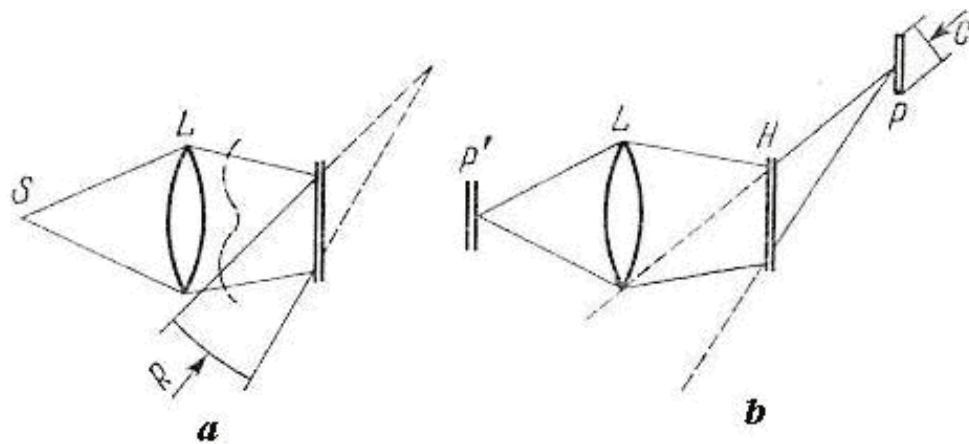


Рис. 6.15.

Метод компенсации искажений с помощью голографических корректирующих элементов по существу основан на идее *обращения направления распространения волнового фронта* от источника изображения, в результате которого мнимое изображение объекта превращается в действительное. Этот подход может быть использован для *компенсации искажений изображений предметов при их рассмотрении через искажающую среду*.

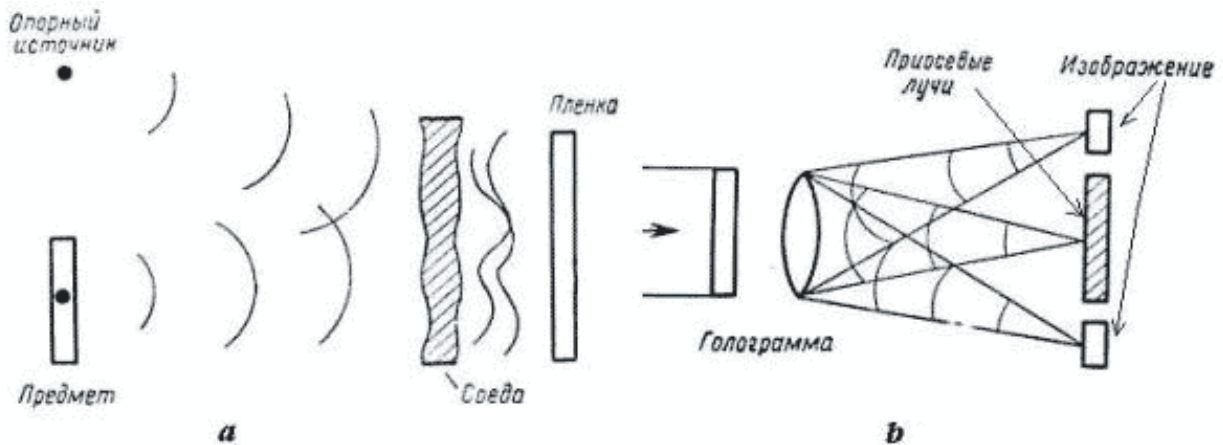


Рис. 6.16.

Искажённое восприятие изображения объекта P , волновой фронт от которого прошёл искажающую среду, в основном связан с "порчей" фазы распространяющейся волны в среде (рис. 6.16а). По этой причине будем считать, что объект наблюдается через неоднородность в виде тонкого "фазового" экрана T_p , вносящего изменение $\delta\Phi(x, y)$ в распределение фаз $\Phi_0(x, y)$ волны от рассматриваемого объекта. В качестве корректирующего искажение изображения объекта может быть использована голограмма волнового фронта от объекта и плоской волны опорного источника (рис. 6.16а), получаемая в плоскости наблюдения изображения. При условии, что волны от опорного источника и объекта проходят искажающую среду и одинаковым образом искажаются средой, параметры которой не меняются за время прохождения волны, распределение интенсивности в плоскости голограммы будет иметь вид, следующий из выражения (6.3):

$$I = C(|E_d|^2 + |E_r|^2 + 2|E_d| |E_r| \cos(\Phi_r(x, y) - \Phi_0(x, y))), \quad (6.8)$$

где $E_d(x, y) = |E_{d0}(x, y)| \exp(i\Phi_0(x, y))$ - неискажённая средой комплексная амплитуда объекта P ; $E_r(x, y) = |E_{r0}(x, y)| \exp(i\Phi_r(x, y))$ - неискажённая средой комплексная амплитуда опорного

источника.

Из выражения (6.8) следует, что голограмма прошедших искажающую среду волновых фронтов опорного источника и объекта не зависит от вносимых средой фазовых искажений, вносимых средой. По этой причине, если осветить голограмму (6.8) волной опорного источника (рис. 6.16b), то в соответствии со свойствами голограммы возникнет неискажённое средой действительное и мнимое изображение объекта.

д) Голографическая обработка информации.

С помощью голографии можно решить достаточно обширный класс *задач обработки информации*. Одним из примеров плодотворности голографического подхода был приведен выше при рассмотрении изображения объекта, искажённого средой.

При обработке оптических изображений основной задачей является фильтрация светового потока, переносящего изображения объектов, с помощью *фильтра с заданной пространственной частотной характеристикой*. Важный частный случай этой задачи представляет *согласованная фильтрация оптических сигналов*, которая возникает при *максимизации отношения мощностей обрабатываемого полезного изображения к мощности шумов*, а также используется для *распознавания обрабатываемых изображений*.

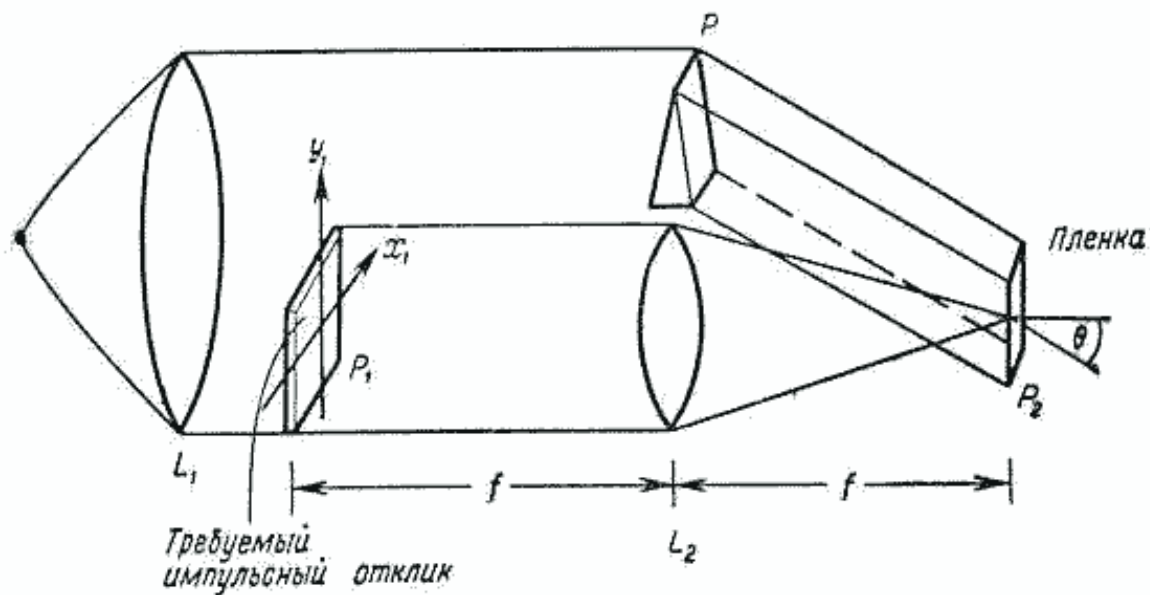


Рис. 6.17а.

Задача распознавания изображений объектов состоит в классификации исследуемого изображения, т. е. отнесения его к той или группе объектов, имеющих общие черты. Такие задачи появляются при *автоматическом распознавании цифр* на почтовом индексе, всевозможных штрих кодов, шифров доступа, отпечатков пальцев и т.п.

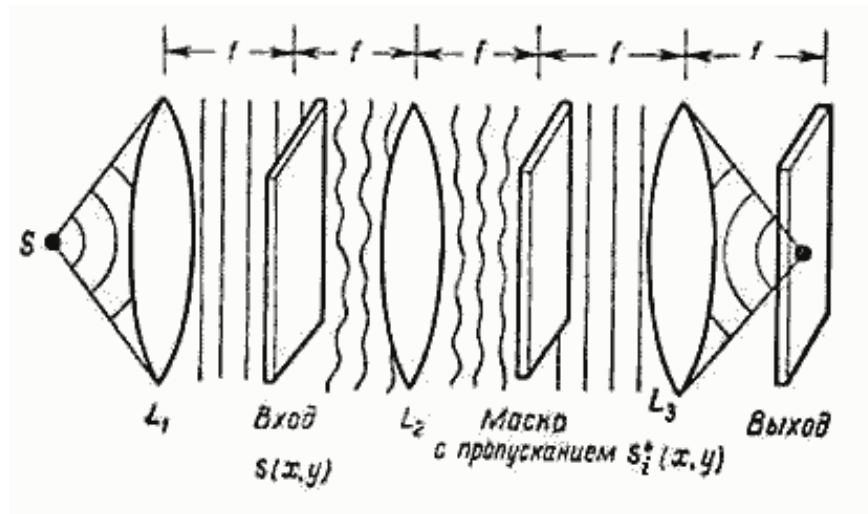


Рис. 6.17b.

Задача согласованной фильтрации оптических сигналов состоит в построении оптического фильтра, обладающего заданной пространственной частотной характеристикой, определяемой комплексно сопряжённым пространственным спектром полезного изображения или классифицируемого объекта. Метод решения этой задачи с помощью голографии был предложен в 60-ые годы прошлого столетия *Ван дер Люгтом* (1963). В соответствии с его идеей требуемой пространственной частотной характеристикой обладает Фурье голограмма (рис. 6.17a), получаемая в "задней" фокальной плоскости линзы при записи распределения интенсивности изображения в линзе полезного объекта, помещённого в переднюю фокальную плоскость линзы, и плоской опорной волны, освещающей под некоторым углом плоскость голограммы.

Записанная таким образом голограмма, обозначенная на рис. 6.17b как "маска с пропусканием $s_i^*(x,y)$ " помещается в заднюю фокальную плоскость линзы, в переднем фокусе которой находится обрабатываемое изображение.

После фильтрации в третьей линзе L_3 преобразованного голограммой пространственного спектра обрабатываемого изображения в её задней фокальной плоскости получается три изображения (рис. 6.17c).

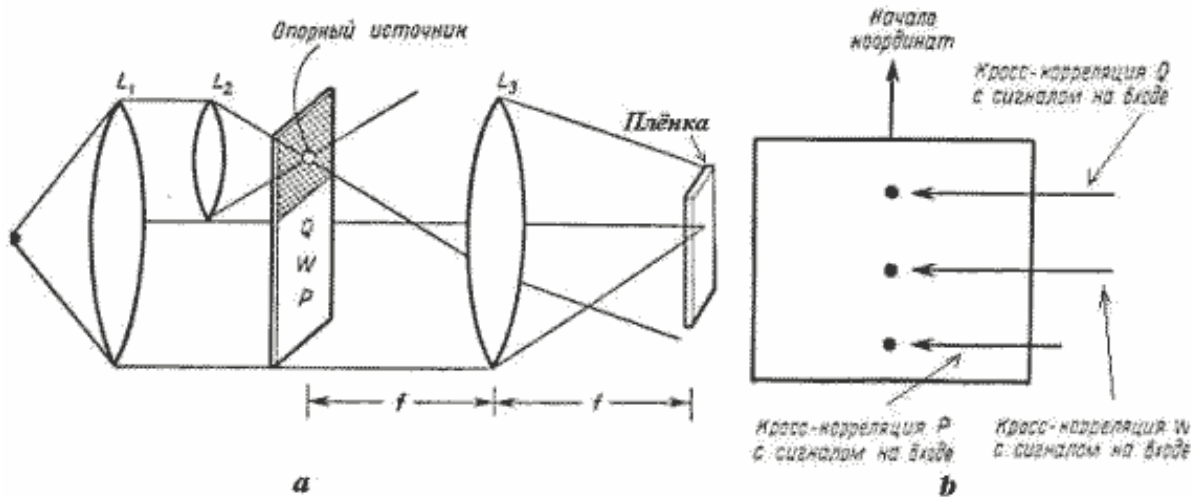


Рис. 6.18.

На рис. 6.18а показана процедура синтеза согласованных фильтров Ван дер Люгта для этих символов. На пути светового потока, переносящего одно из трёх возможных изображений $s_i(x, y)$; ($i = 1, 2, 3$) в оптической системе, изображённой на рис.6.17b, в фокальной плоскости линзы помещается три голографических фильтра Ван дер Люгта (6.18b), каждый из которых настроен на оптимальный приём одного из изображений символов. В фокальной плоскости выходной линзы L_3 помещается устройство сравнения интенсивности сигналов на выходе фильтров, с помощью которого из трёх изображений выбирается то, для которого на выходе соответствующего фильтра регистрируется максимальная интенсивность. Если больше интенсивность на выходе первого фильтра, то переносимое изображение относится к изображению, на который настроен первый фильтр, и т.д.

е) Системы голографической памяти.

В *системах оптической памяти* используется *побитовое представление информации*, когда нулю соответствует малый непрозрачный элемент изображения (*пиксель*), а единице - прозрачный. Сразу с освоением лазеров начали разрабатываться поточечные системы оптической памяти на светочувствительной среде. При освещении светом в такой среде увеличивается оптическая плотность в том месте, куда падает записывающий световой пучок, и данная часть среды перестаёт пропускать свет. Считывание информации производится световым лучом, последовательно проходящим светочувствительную пластинку от одного пикселя к другому, а прошедшее световое излучение регистрируется *решёткой фотодетекторов*. *Плотность записи* в системах оптической памяти может достигать величины 10^6 бит/мм². К недостаткам оптической памяти относят большую вероятность порчи отдельных пикселей из-за микродефектов слоя.

Преодолевают этот недостаток систем оптических памяти *голографическая память*, в которой для записи одного бита информации используется сферическая волна, которая регистрируется на поверхности плоской голограммы, включающей несколько пикселей. Очевидно, что в этом случае вероятность порчи в записи одного бита информации из-за *микродефектов* в одном пикселе существенно ниже, чем это имеет место в системах оптической памяти. При считывании каждому биту информации в системе голографической памяти соответствует своя интерференционная картина. Записи большого количества битов (странице) соответствует сложная интерференционная картина. Голограмма соответствующая странице памяти занимает площадь 0.2мм^2 и имеет *информационную ёмкость* в $10^2 - 10^4$ бит.

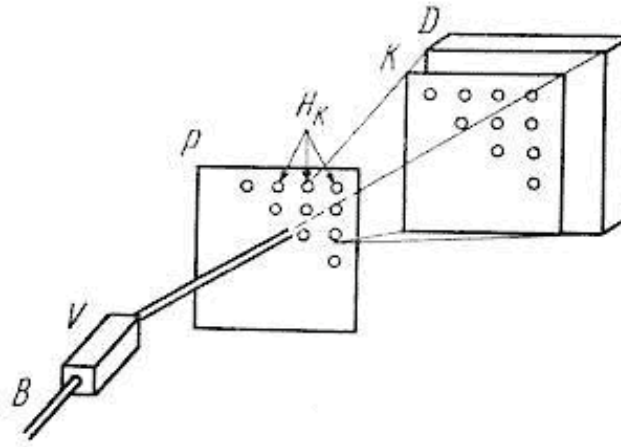


Рис. 6.19.

На рис. 6.19 приведена схема считывания информации с голограммы, построенной из расчёта одного *фотоприёмника* на один бит. При организации считывания записанной на голограмме информации с помощью $10^3 - 10^6$ *раздельных направлений считывания* полная информационная ёмкость записи на одной голографической пластинке памяти может достигать 10^{10} бит. Существенным ресурсом увеличения плотности записи информации на голограмме является использование не плоских, а объёмных голограмм, позволяющих получить плотность записи в 10^9 бит/мм².

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

ГЛАВА 7. Взаимодействие электромагнитных волн с материальными средами

Материальные среды, существующие в виде твердых тел, жидкостей и газов, состоят из заряженных частиц - электронов и ионов, связанных между собой кулоновскими силами. При проникновении электромагнитной волны в материальную среду на заряженные частицы материальной среды действуют дополнительные силы, величина которых зависит от энергии электромагнитной волны, попавшей в материальную среду. С другой стороны, при ускоренном движении заряженных частиц происходит излучение электромагнитных волн. Таким образом, в материальной среде должно происходить взаимодействие электромагнитных волн с заряженными частицами, приводящее к изменению как характеристик свободных электромагнитных волн, распространяющихся в вакууме, так и закона движения электронов и ионов материальной среды.

В данной главе мы рассмотрим основные экспериментальные закономерности процессов взаимодействия электромагнитных волн с различными материальными средами и дадим их теоретическое описание.

$$n = a + \frac{b}{\lambda_0^2} + \frac{c}{\lambda_0^4}, \quad (7.1)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 7. Взаимодействие электромагнитных волн с материальными средами**7.1. Дисперсия электромагнитных волн. Экспериментальные результаты**

При распространении электромагнитной волны в материальных средах происходит изменение характеристик электрического и магнитного полей. Свойства электромагнитных волн в материальной среде описываются с помощью уравнений Максвелла.

Оптическое излучение является частным случаем электромагнитного. Как уже отмечалось в главе 1, диапазон длин известных к настоящему времени электромагнитных волн простирается от долей ангстрема (1 ангстрем = 10^{-10} м) до километровых волн радиодиапазона. Как оказалось, свойства электромагнитных волн в материальной среде существенным образом зависят от значения их длины волны λ_0 в вакууме.

Важной характеристикой материальной среды является её абсолютный показатель преломления (см. главу 1) n , который в дальнейшем для упрощения терминологии мы будем называть показателем преломления. В простейших случаях показатель преломления является вещественным числом, большим единицы. Показатель преломления характеризует изменение длины электромагнитной

волны при попадании её из вакуума в материальную среду: $n = \lambda_0 / \lambda$ (λ – длина

электромагнитной волны в рассматриваемой материальной среде). Таким образом, при проникновении электромагнитной волны в материальную среду частота её не изменяется, а длина волны уменьшается. Показатель преломления также характеризует процесс преломления светового луча на границе раздела вакуума и рассматриваемой материальной среды. Кроме того, показатель преломления n задает значение фазовой скорости v распространения электромагнитной волны в

веществе: $v = c_0 / n$ (см. главу 1). Выполненные к настоящему времени эксперименты показали, что скорость света в вакууме практически не зависит от длины волны λ электромагнитной волны, а

также от её круговой частоты $\omega = c_0 k_0 = \frac{2\pi c_0}{\lambda_0}$ и составляет $c_0 = 2,9979 \cdot 10^8$ м/с (\vec{k}_0 – волновой

вектор волны в вакууме). В различных веществах фазовая скорость v оказывается различной и изменяется с изменением длины волны λ_0 .

Отметим, что Ньютон (XVII век) рассматривал процесс распространения светового луча в пространстве как движение большого числа классических частиц – корпускул. Согласно корпускулярной теории Ньютона оптическое излучение в вакууме – это поток частиц (корпускул), движущихся со скоростью света. В современной теории также в ряде случаев используется представление об электромагнитном излучении как потоке классических частиц, движущихся в вакууме со скоростью c_0 . Такие частицы в настоящее время называются фотонами. Фотоны,

рассматриваемые как классические частицы, характеризуются энергией E и импульсом \vec{p} . Если фотоны из вакуума попадают в материальную среду, то, в соответствии с современной теорией, их скорость изменяется и зависит от исходного импульса фотона в вакууме. Согласно принятой в настоящее время терминологии фотоны, попавшие в материальную среду, называют *поляритонами*.

Согласно квантовой теории оптического излучения для энергии E и импульса \vec{p} фотона или поляритона выполняются соотношения: $E = \hbar\omega$, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$, где $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с - постоянная Планка, ω, \vec{k} - круговая частота и волновой вектор электромагнитной волны соответственно. Квантовую теорию электромагнитного излучения мы будем рассматривать в дальнейшем, а сейчас ограничимся лишь классическим рассмотрением.

Согласно классической теории Максвелла показатель преломления n в материальной среде связан с диэлектрической и магнитной проницаемостями соотношением: $n^2 = \epsilon\mu$. В 1672 г. Ньютоном были выполнены экспериментальные исследования по изучению зависимости показателя преломления материальных сред от длины волны. В первых опытах Ньютона солнечный луч проходил через небольшую прямоугольную щель и попадал на стеклянную призму (см. рис. 7.1). После призмы устанавливался экран, на котором обнаружилось разложение белого пучка света в спектр, содержащий все цвета радуги: от фиолетового до темно-красного. Такое явление было названо *дисперсией* света. Это явление обусловлено изменением показателя преломления материальной среды с изменением длины волны λ_0 исходного электромагнитного излучения. Опыт Ньютона можно объяснить следующим образом. Белый луч света в действительности состоит из бесконечного числа монохроматических лучей. Видимый глазом диапазон длин волн соответствует 0,4 - 0,8 мкм и охватывает все цвета радуги. Так как показатель преломления стеклянной призмы изменяется с длиной волны, разные монохроматические лучи в соответствии с законом преломления света $n_0 \sin \theta_0 = n_1 \sin \theta_1$ на границе "воздух-стекло" преломляются по-разному: больше всего преломляется фиолетовый луч, а меньше всего - красный. Это и приводит к наблюдаемому эффекту разложения белого света в спектр. Зависимость показателя преломления n от длины волны λ_0 называют законом дисперсии показателя преломления, или просто дисперсией показателя преломления. В природе дисперсия показателя преломления приводит к известному явлению радуги. В этом случае преломление света осуществляется в мельчайших капельках воды, присутствующих в атмосфере. Дисперсия света имеет место не только для видимого излучения, но и для многих других типов электромагнитных волн, в частности для инфракрасного и ультрафиолетового излучений, невидимых глазом, но регистрируемых электронными детекторами: *фотоумножителями*, фотодиодами и фотоэлементами.

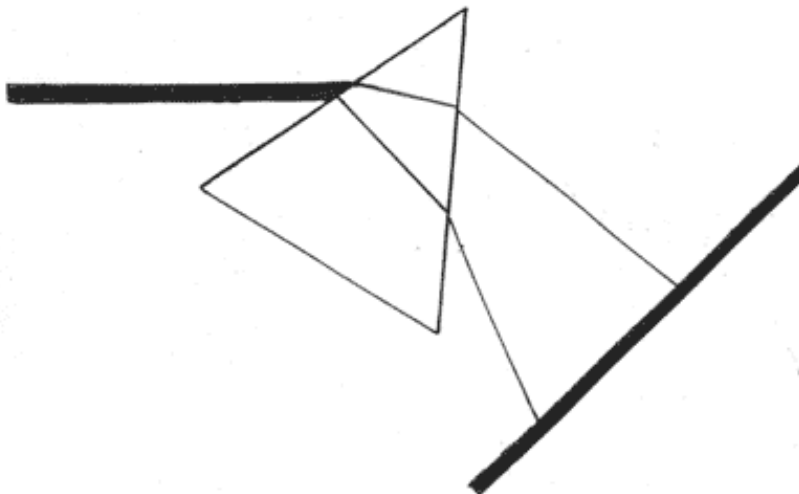


Рис. 7.1.

Схема первых опытов Ньютона по наблюдению явления дисперсии света в призме

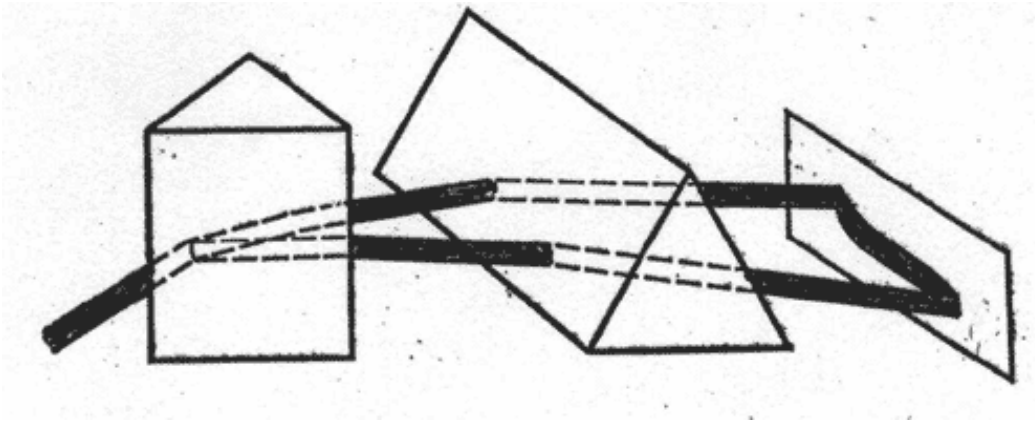


Рис. 7.2.

Метод скрещенных призм для наблюдения дисперсии света в призме

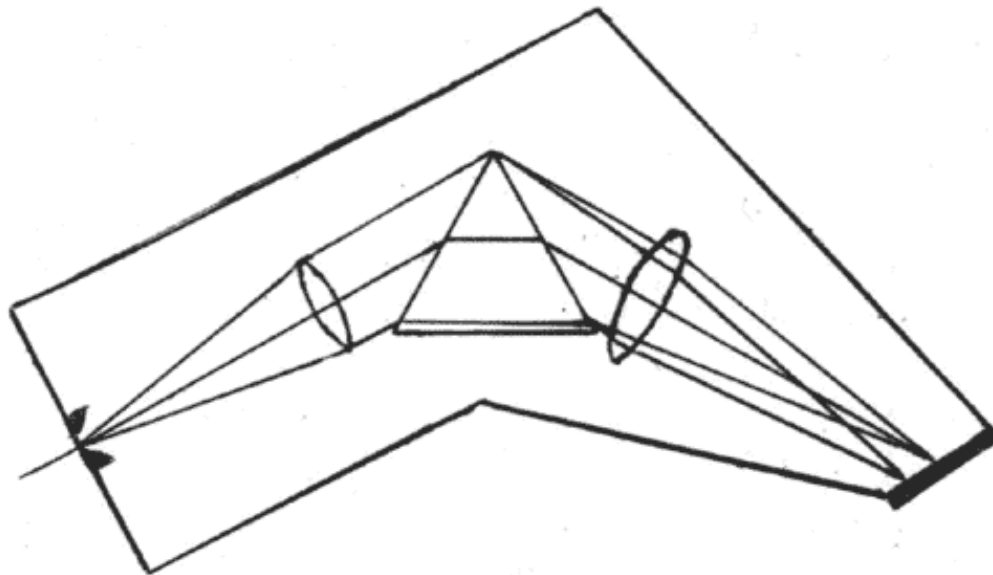


Рис. 7.3.

Принципиальная схема призмного спектрографа

Если сравнивать вид спектров, наблюдаемых на экране (рис. 7.1), для нескольких типов призм, изготавливаемых из нескольких сортов стекла или других оптических материалов, то можно обнаружить, что протяженность спектра, наблюдаемого на экране, оказывается различной. Это свидетельствует о том, что зависимость $n(\lambda_0)$ изменяется для различных материальных сред.

Удобным экспериментальным способом исследования явления дисперсии электромагнитных волн является метод скрещенных призм. При этом световой луч последовательно проходит через две призмы (см. рис. 7.2), преломляющие ребра которых расположены взаимно перпендикулярно друг другу. Линзы на рис. 7.2 устанавливаются для того, чтобы создать параллельный пучок, а затем сфокусировать его на экран. На экране наблюдается искривленная цветная полоска, характеризующая дисперсию света в исследуемом материале.

В результате экспериментов по исследованию дисперсии электромагнитных волн было установлено, что, как правило, с уменьшением длины волны показатель преломления материальной среды

увеличивается. Такой тип дисперсии называют нормальным. В 1862 г. Леру обнаружил, что, если анализировать преломление света в полый призме, заполненной парами йода, то наблюдается обратная ситуация, т.е. показатель преломления в видимой области уменьшается с уменьшением длины волны. Такая дисперсия была названа аномальной.

Кундт, используя *метод скрещенных призм*, обнаружил, что аномальная дисперсия всегда сопровождается сильным поглощением света материальной средой. Наоборот, нормальная дисперсия проявляется в том случае, когда среда является прозрачной для анализируемого излучения.

В результате анализа экспериментальных данных Коши (1829 - 1835 гг.) установил, что зависимость показателя преломления от длины волны в вакууме в условиях нормальной дисперсии удовлетворительно описывается следующим соотношением (формула Коши):

$$n = a + \frac{b}{\lambda_0^2} + \frac{c}{\lambda_0^4}, \quad (7.1)$$

Здесь a, b, c – некоторые константы, определяемые на основе сравнения экспериментальной зависимости с соотношением (7.1), λ_0 - длина электромагнитной волны в вакууме.

На основе явления дисперсии света создан спектральный прибор, называемый спектрографом. Принципиальная схема призмного спектрографа приведена на рис. 7.3. После узкой (50 - 100 мкм) щели спектрографа располагаются: коллиматорный объектив, диспергирующая призма и камерный объектив. Регистрация спектра осуществляется с помощью фотопленки или многоэлементного электронного детектора. Если наблюдение спектра осуществляется глазом, то такой прибор называют спектроскопом.

Вместо многоэлементного детектора на выходе спектрального прибора может быть помещена узкая выходная щель в фокусе камерного объектива. После щели устанавливается электронный детектор оптического излучения (фотоумножитель или фотоэлемент). При вращении призмы вокруг своей оси с помощью специального поворотного устройства, снабженного шаговым двигателем, происходит сканирование спектра на выходной щели. Такой спектральный прибор называется спектрометром или монохроматором. Современные спектрометры и спектрографы оснащены компьютером, управляющим поворотом призмы и накапливающим информацию о наблюдаемых спектрах для различных материальных сред. При этом более эффективным оказалось использование, вместо призмы, дифракционной решетки, также осуществляющей разложение падающего на неё параллельного пучка электромагнитного излучения в спектр.

Оптические устройства, с помощью которых измеряются значения показателя преломления различных материальных сред, называются рефрактометрами. В настоящее время показатель преломления n в видимой области для многих веществ измерен с высокой точностью (несколько знаков после запятой).

$$m \frac{d^2 \vec{u}(\vec{l})}{dt^2} = -\gamma_0 \cdot \vec{u}(\vec{l}) + e \sqrt{F} \vec{E} \quad (7.2)$$

[подробнее](#)

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (7.3)$$
$$\operatorname{div} \vec{D} = 0, \operatorname{div} \vec{E} = 0.$$

[подробнее](#)

$$i \varepsilon_0 \vec{k} \vec{E}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t] = 0 \quad (7.5)$$

[подробнее](#)

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\frac{\partial \mu_0}{\partial t} \frac{\partial \epsilon \epsilon_0 \vec{E}}{\partial t} \quad (7.4)$$

[подробнее](#)

$$i \varepsilon_0 \operatorname{div} \vec{E} = i \varepsilon_0 \vec{k} \vec{E}_0 \exp[i \vec{k} \vec{r} - \omega t] = 0, \varepsilon(\omega) \neq 0. \quad (7.6)$$

[подробнее](#)

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \vec{E} = \mathbf{0} \quad (7.7)$$

[подробнее](#)

$$-\omega^2 \vec{u}_0 = -\omega_0^2 \vec{u}_0 + e\sqrt{F} \vec{E}_0 / m \quad (7.9)$$

[подробнее](#)

$$\varepsilon(\omega) = \frac{\omega_i^2 - \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (7.16)$$

[подробнее](#)

$$n(\omega) = \sqrt{\frac{\omega_i^2 - \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}} \quad (7.17)$$

[подробнее](#)

$$n(0) = \frac{\omega_i}{\omega_0} \quad (7.18)$$

[подробнее](#)

$$n^2(\omega) = \varepsilon(\omega) = 1 + \frac{e^2 F}{mV \varepsilon_0 [\omega_0^2 - \omega^2]} = 1 + \frac{e^2 F N_0}{m \varepsilon_0 [\omega_0^2 - \omega^2]} \quad (7.14)$$

[подробнее](#)

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (7.19)$$

[подробнее](#)

$$\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{1}{\omega_0^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)} \cong \frac{1}{\omega_0^2} \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) \quad (7.20)$$

[подробнее](#)

$$n^2(\omega) = A + \frac{B}{\lambda_0^2} \quad (7.21)$$

[подробнее](#)

$$\omega = \frac{c_0 k}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}} \quad (7.8)$$

[подробнее](#)

$$\varepsilon(\omega) = n^2 = 1 - \frac{e^2 FN_0}{m \varepsilon_0 \omega^2} \quad (7.23)$$

[подробнее](#)

$$\omega^4 - \omega^2(\omega_i^2 + c_0^2 k^2) + c_0^2 k^2 \omega^2 = 0. \quad (7.25)$$

[подробнее](#)

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c_0^2 k^2. \quad (7.28)$$

[подробнее](#)

$$\omega_p^2 = \frac{e^2 F}{mV \varepsilon_0} \quad (7.15)$$

[подробнее](#)

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c_0^2 k}{\sqrt{\omega_p^2 + c_0^2 k^2}} \quad (7.29)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 7. Взаимодействие электромагнитных волн с материальными средами

7.2. Теория нормальной дисперсии

При проникновении электромагнитной волны в материальную среду происходит формирование новой волны, распространяющейся по веществу. Отличие новой волны от исходной состоит в том, что при ее распространении происходят процессы, связанные не только с колебаниями электрического и магнитного полей, но и с движением заряженных частиц внутри вещества, т.е. с возбуждениями чисто механической природы. Чтобы подчеркнуть различие между электромагнитными волнами в вакууме и материальной среде в настоящее время электромагнитные волны, проникшие в вещество, называют *поляритонными волнами*. Кванты поляритонных волн, аналогичные фотонам, являются поляритонами.

Как было отмечено в предыдущем параграфе, зависимость показателя преломления n от частоты ω падающего на вещество излучения или от соответствующей длины волны λ_0 в вакууме

($\omega = \frac{2\pi c_0}{\lambda_0} = 2\pi c_0 \nu$) называется дисперсией показателя преломления электромагнитных волн.

Именно вследствие такой зависимости Ньютон наблюдал явление разложения белого светового пучка во все цвета радуги с помощью стеклянной призмы (см. рис. 7.1). Для многих прозрачных в видимой области спектра веществ область электронного поглощения молекулами или атомами, из которых они состоят, соответствует ультрафиолетовому диапазону спектра ($\lambda_0 < 0,4 \text{ мкм}$). Как правило, с уменьшением длины волны показатель преломления возрастает, что соответствует так называемой нормальной дисперсии.

Для теоретического описания свойств электромагнитных волн в материальной среде, и, в частности, явления дисперсии света, необходимо исходить из определенной модели вещества. Одной из таких моделей является модель Лорентца. Согласно этой модели предполагается, что внутри материальной среды имеются равномерно распределенные в пространстве заряженные частицы, колеблющиеся около своих положений равновесия *лорентцевы осцилляторы*. Простейший случай соответствует тому, что такими частицами являются электроны с массой $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ и зарядом $|e| = 1,6 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$. Для того, чтобы среда была электрически нейтральна, необходимо допустить, что в ней присутствуют также частицы с положительным зарядом. Роль таких частиц могут играть относительно тяжелые ионы, движение которых на первом этапе можно не учитывать. Схематически такую модель можно представить в виде кубической кристаллической решетки заряженных колеблющихся частиц. Одномерным аналогом такой решетки может служить кристаллическая цепочка частиц, не взаимодействующих друг с другом, но связанных упругими силами с тяжелыми ионами, расположенными в узлах кристаллической цепочки (см. рис. 7.4).

Если период кристаллической цепочки равен a , то число заряженных осцилляторов, приходящихся на

единицу длины, есть $1/a$ в трехмерном случае для простой кубической решетки концентрация осцилляторов соответственно есть: $N_0 = 1/V$, где V – объем кубической элементарной ячейки.

Важно отметить, что, если равновесные положения электронных осцилляторов несущественно изменяются в процессе электронных колебаний, то модель Лорентца может быть использована для описания свойств поляритонных волн не только в кристаллах, но и в других, менее упорядоченных средах: аморфных телах, стеклах, жидкостях и, с учетом некоторых ограничений, даже в разреженных средах. Модель Лорентца может быть использована также для описания свойств электромагнитных волн в твердых телах, содержащих равномерно распределенные в пространстве примесные центры.

Обозначим через $\vec{u}(\vec{l})$ вектор отклонения заряженной частицы (электрона) от положения равновесия. Здесь $\vec{l} = l_1\vec{a}_1 + l_2\vec{a}_2 + l_3\vec{a}_3$ – так называемый вектор трансляции, задающий положение элементарной ячейки в кубической кристаллической решетке; l_1, l_2, l_3 – целые числа.

Запишем уравнение движения заряженной частицы с зарядом $e\sqrt{F}$ (F – так называемая сила осциллятора, характеризующая величину заряда колеблющейся частицы, e – заряд электрона; $F \approx 1$) в поле электромагнитных волн с напряженностью \vec{E} . При этом для простоты будем полагать, что поле \vec{E} вблизи

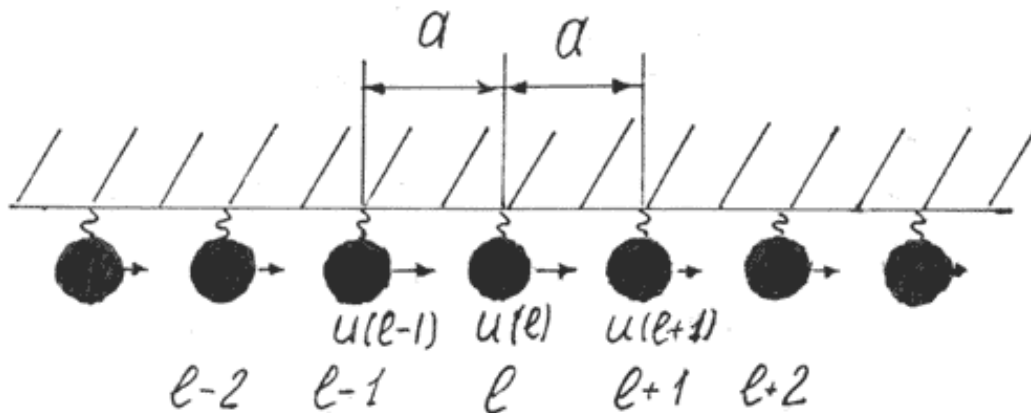


Рис. 7.4.

Цепочка лорентцевых осцилляторов материальной среды

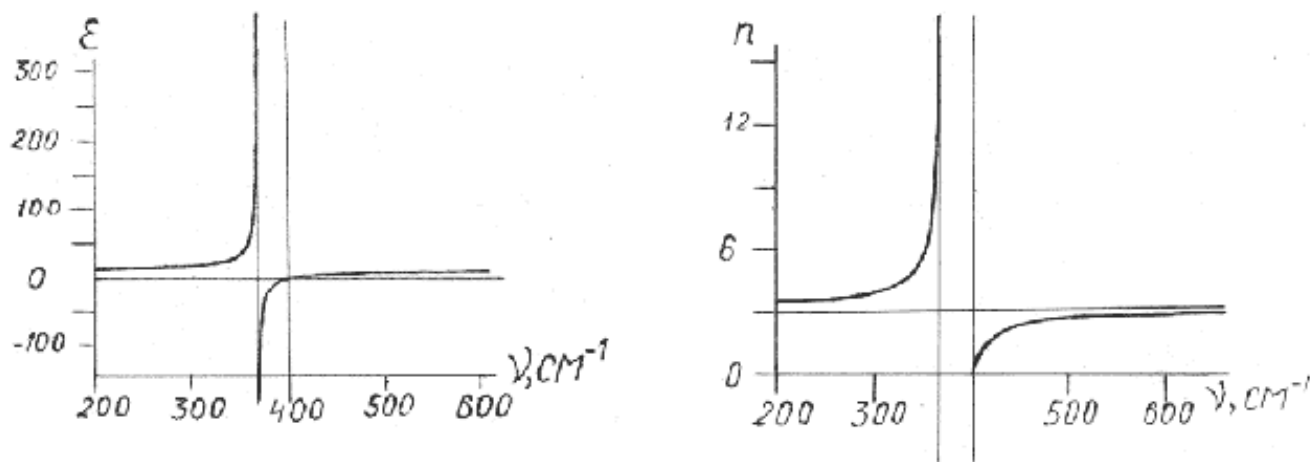


Рис. 7.5.

Дисперсионные зависимости диэлектрической проницаемости $\epsilon(\nu)$ и показателя преломления $n(\nu)$ для кристалла фосфида галлия в инфракрасной области спектра

заряженной частицы (так называемое эффективное поле) совпадает по амплитуде с внешним полем

электромагнитной волны в вакууме. При этом получаем:

$$m \frac{d^2 \vec{u}(\vec{l})}{dt^2} = -\gamma_0 \cdot \vec{u}(\vec{l}) + e \sqrt{F} \vec{E} \quad (7.2)$$

В правой части уравнения (7.2) присутствует сила, действующая на заряженный осциллятор и обусловленная электрическим полем в области движения заряженной частицы. Уравнение движения (7.2.) необходимо рассматривать совместно с уравнениями Максвелла в материальной среде. Запишем эти уравнения в следующем виде:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \\ \text{div} \vec{D} &= 0, \text{div} \vec{B} = 0. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Система уравнений (7.3) написана для материальной среды, внутри которой нет свободных зарядов ($\rho = 0$) и отсутствуют токи ($j = 0$). Кроме того, для простоты полагается, что среда является немагнитной, т.е. $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ ($\mu = 1$).

Решение системы уравнений для вещества (7.2) и электромагнитного поля (7.3) ищется в виде плоских монохроматических волн, что является характерным для всех волновых процессов, происходящих в средах с трансляционной симметрией (в частности, в кристаллах):

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t), \vec{H} = \vec{H}_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t), \vec{D} = \vec{D}_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t), \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t), \vec{u} = \vec{u}_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t). \end{aligned}$$

Здесь $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ – круговая частота, характеризующая колебания рассматриваемых величин в процессе распространения волны (f – обычная частота, измеряемая в герцах; $\vec{k} = [2\pi / \lambda] \vec{n}$ – волновой вектор, направление которого задает направление распространения волны в пространстве; λ – длина волны в материальной среде). Остановимся сначала на анализе первого из уравнений системы (7.3). Применим операцию "rot" к левой и правой части этого уравнения и используем известное тождество векторного анализа:

$\text{rot rot} \vec{a} = \text{grad} \cdot \text{div} \vec{a} - \nabla^2 \vec{a}$, где ∇ – оператор векторной производной,

($\nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа). В результате приходим к соотношению:

$$\text{grad} \cdot \text{div} \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\frac{\partial \mu_0}{\partial t} \frac{\partial \epsilon \epsilon_0 \vec{E}}{\partial t} \quad (7.4)$$

При этом мы использовали известные материальные соотношения: $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$ и

$B = \mu_0 \mu \vec{H}$ ($\mu = 1$), а также второе уравнение Максвелла ($\text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$) системы (7.3).

Подставим в третье уравнение системы (7.3) решение в виде плоских монохроматических волн. В результате, используя правила векторного дифференцирования

$\text{div} \vec{E}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t] = i\vec{k}\vec{E}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t] = 0$, получаем соотношение:

$$i \varepsilon_0 \vec{k} \vec{E}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t] = 0 \quad (7.5)$$

Относительная диэлектрическая проницаемость ε в общем случае предполагается зависящей от частот ω электромагнитной волны, т.е. $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$.

Напомним, что в вакууме электромагнитная волна характеризуется только поперечной поляризацией, т.е. имеет место: $\vec{E}_0 \perp \vec{k}$. В материальной среде необходимо рассмотреть возможность существования

как поперечных ($\vec{E}_0 \perp \vec{k}$), так и продольных ($\vec{E}_0 \parallel \vec{k}$) волн. Для продольных волн имеет место

$\vec{E}_0 \vec{k} = E_0 k \cos \theta \neq 0$. Поэтому для выполнения соотношения (7.5) необходимо, чтобы диэлектрическая проницаемость ε при этом обращалась в нуль для некоторого значения частоты $\omega = \omega_i$: $\varepsilon(\omega_i) = 0$, (т.е. ω_i - нуль диэлектрической проницаемости).

Для поперечной ($\vec{E}_0 \perp \vec{k}$, $\vec{E}_0 \vec{k} = E_0 k \cos \pi/2 = 0$) волны соответственно имеем:

$$i \varepsilon_0 \text{div} \vec{E} = i \varepsilon_0 \vec{k} \vec{E}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t] = 0, \varepsilon(\omega) \neq 0. \quad (7.6)$$

Остановимся на нахождении зависимости $\varepsilon(\omega)$ для поперечных волн. В этом случае соотношение (7.4) с учетом (7.6) переходит в волновое уравнение для напряженности поля \vec{E} :

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \vec{E} = 0. \quad (7.7)$$

где вводится обозначение: $c = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}}$ для фазовой скорости поляритонной волны.

При подстановке в уравнение (7.7) решения в виде плоской монохроматической волны

$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t]$ приходим к следующему алгебраическому соотношению:

$$\omega = \frac{c_0 k}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}} \quad (7.8)$$

Это соотношение в неявном виде задает так называемый закон дисперсии для поляритонной волны:

$$\omega = \omega(\vec{k}).$$

Для нахождения вида диэлектрической функции $\varepsilon(\omega)$ и соответствующего показателя преломления $n = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$ обратимся к уравнению движения для заряженного осциллятора (7.2). Подставляя решение в виде плоских монохроматических волн в это уравнение, приходим к соотношению для

амплитуд \vec{u}_0 и \vec{E}_0 :

$$-\omega^2 \vec{u}_0 = -\omega_0^2 \vec{u}_0 + e\sqrt{F}\vec{E}_0 / m, \quad (7.9)$$

где вводится обозначение: $\omega_0^2 = \frac{\gamma_0}{m}$ (квадрат собственной частоты колебаний заряженного осциллятора). Отсюда получаем:

$$\vec{u}_0 = \frac{e\sqrt{F}\vec{E}_0}{m[\omega_0^2 - \omega^2]}. \quad (7.10)$$

В процессе отклонения заряженной частицы от противоположно заряженного иона (см. рис. 7.4) происходят осцилляции соответствующего дипольного момента:

$\vec{p} = \vec{p}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t] = e\sqrt{F}\vec{u}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t]$. Используем известное из электростатики понятие поляризации $\vec{P} = \vec{P}_0 \exp[i\vec{k}\vec{r} - \omega t]$. Физический смысл этой величины состоит в равенстве модуля этого вектора дипольному моменту единицы объема, т.е. для однородной среды:

$$\vec{P}_0 = \frac{\vec{p}_0}{V} = \frac{e\sqrt{F}\vec{u}_0}{V}, \quad (7.11)$$

где V - объем, занимаемый одним осциллятором. Из соотношения (7.9) следует выражение для амплитуды вектора поляризации:

$$\vec{P}_0 = \frac{e^2 F \vec{E}_0}{V} \quad (7.12)$$

С другой стороны, используя соотношение: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$), имеем:

$$\epsilon \epsilon_0 E_0 = \epsilon_0 E_0 + \frac{e^2 F E_0}{mV[\omega_0^2 - \omega^2]}. \quad (7.13)$$

Отсюда получаем вид функции $\epsilon(\omega)$ и квадрата показателя преломления $n^2(\omega) = \epsilon(\omega)$:

$$n^2(\omega) = \epsilon(\omega) = 1 + \frac{e^2 F}{mV \epsilon_0 [\omega_0^2 - \omega^2]} = 1 + \frac{e^2 F N_0}{m \epsilon_0 [\omega_0^2 - \omega^2]}. \quad (7.14)$$

В дальнейшем удобно ввести обозначение для квадрата так называемой плазменной частоты ω_p^2 :

$$\omega_p^2 = \frac{e^2 F}{mV \epsilon_0}. \quad (7.15)$$

С использованием этого обозначения диэлектрическая функция представляется в виде:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \text{ или}$$

$$\varepsilon(\omega) = \frac{\omega_i^2 - \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (7.16)$$

где $\omega_i^2 = \omega_0^2 + \omega_p^2$ (ω_i – значение частоты, при котором $\varepsilon(\omega)$ обращается в нуль).

Вторая формула в (7.16) в литературе известна как соотношение Куросавы (по имени физика из Японии, получившего аналогичную формулу). Соответственно показатель преломления для рассматриваемой модели материальной среды представляется в виде:

$$n(\omega) = \sqrt{\frac{\omega_i^2 - \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}}. \quad (7.17)$$

Как видно из формулы (7.17), на высоких частотах ($\omega \gg \omega_0$) показатель преломления стремится к единице, т.е. фазовая скорость света при этом $c \rightarrow c_0$. Наоборот, при низких частотах ($\omega \rightarrow 0$) имеет место:

$$\varepsilon(0) = \frac{\omega_i^2}{\omega_0^2} \text{ и}$$

$$n(0) = \frac{\omega_i}{\omega_0}. \quad (7.18)$$

Если $\omega = \omega_i$, то показатель преломления и диэлектрическая проницаемость согласно (7.17) обращаются в нуль: $\varepsilon(\omega_i) = 0$. Таким образом, на этой частоте ($\omega = \omega_i$) согласно соотношению (7.5) возможно существование продольных электромагнитных волн (см. рис. 7.3). Частота продольной электромагнитной волны для рассматриваемой модели вещества не зависит от модуля волнового вектора \vec{k} , т.е. от длины волны.

Если частота $\omega \cong \omega_0$, то показатель преломления и диэлектрическая проницаемость согласно (7.18) резко возрастают и существенно отличаются от единицы.

Таким образом, рассматриваемая теория объясняет явление дисперсии электромагнитных волн в веществе и дает количественное описание зависимости диэлектрической проницаемости ε и показателя преломления n от частоты ω и от длины волны λ_0 падающего на материальную среду электромагнитного излучения. Из соотношения (7.14) следует:

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (7.19)$$

Рассмотрим ситуацию, когда $\omega \ll \omega_0$ (излучение вдали от резонансной частоты ω_0). При этом можно использовать разложение в ряд Тейлора для функции:

$$\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{1}{\omega_0^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)} \cong \frac{1}{\omega_0^2} \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right). \quad (7.20)$$

Таким образом, из (7.19) и (7.20) получаем:

$$n^2(\omega) = A + \frac{B}{\lambda_0^2}, \quad (7.21)$$

где $A = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}$; $B = \omega_p^2 \left(\frac{2\pi c}{\omega_0}\right)^2$.

Полученное соотношение (7.21) близко к формуле Коши, полученной при описании нормальной дисперсии в реальных средах. Схематический вид зависимостей $\varepsilon(\omega)$ и $n(\omega)$, соответствующих соотношениям (7.16, 7.17), представлен на рис. 7.5. Важно отметить, что формула (7.14) была получена для рассматриваемой модели материальной среды как кристаллического тела.

Использование этой формулы для неидеальных кристаллических структур, а также для других типов материальных сред оказывается справедливым лишь в области волновых векторов, для которой существуют поляритонные волны в этих средах. Формулу (7.14) удобно представить также в следующем виде:

$$\varepsilon = n^2 = 1 + \frac{e^2 F N_0}{m \varepsilon_0 [\omega_0^2 - \omega^2]}, \quad (7.22)$$

где $N_0 = 1/V$ - концентрация заряженных осцилляторов (т.е. их число в единице объема). Если частота падающего света ω много больше резонансной частоты ω_0 , то величиной ω_0^2 в знаменателе (7.14) можно пренебречь. В этом случае можно использовать более простую формулу для дисперсии диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon(\omega) = n^2 = 1 - \frac{e^2 F N_0}{m \varepsilon_0 \omega^2}. \quad (7.23)$$

Такая формула может быть применима, в частности, для описания дисперсии рентгеновских лучей при их распространении в веществе, так как их частота ω существенно превышает значения собственных частот ω_0 колебаний оптических электронов в атомах и молекулах. Частоты таких колебаний обычно соответствуют видимой области спектра (для окрашенных веществ) и ближнему ультрафиолетовому диапазону спектра. Это выражение для диэлектрической проницаемости может быть использовано также для описания свойств рентгеновского излучения при его прохождении через металлическую среду, прозрачную для рентгеновского излучения.

Остановимся теперь на анализе зависимости $\omega(\vec{k})$, т.е. закона дисперсии электромагнитных волн в материальной среде (поляритонных волн), исходя из соотношения (7.8). Используя выражение для диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$, получаем:

$$\omega^2 = \frac{c_0^2 k^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{\omega_l^2 - \omega^2}. \quad (7.24)$$

Отсюда приходим к биквадратному уравнению для круговой частоты (:

$$\omega^4 - \omega^2 (\omega_l^2 + c_0^2 k^2) + c_0^2 k^2 \omega_0^2 = 0. \quad (7.25)$$

Таким образом, для рассматриваемой модели материальной среды имеются два типа поляритонных волн, соответствующие двум дисперсионным ветвям, т.е. зависимостям $\omega^2(\vec{k})$, являющимися корнями биквадратного уравнения (7.2.24):

$$\omega_+^2 = \frac{\omega_l^2 + c_0^2 k^2}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4c_0^2 k^2 \omega_0^2}{\omega_l^2 + c_0^2 k^2}} \right), \quad (7.26a)$$

$$\omega_-^2 = \frac{\omega_l^2 + c_0^2 k^2}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4c_0^2 k^2 \omega_0^2}{\omega_l^2 + c_0^2 k^2}} \right). \quad (7.26b)$$

Вид этих дисперсионных кривых для поляритонов в кристалле фосфида галлия показан на рис. 7.6.

При этом построен закон дисперсии поляритонов нижней и верхней ветвей в виде функции

$$\nu = \nu(k) (\nu = 1/\lambda_0 - \text{волновое число, измеряемое обычно в см}^{-1}).$$

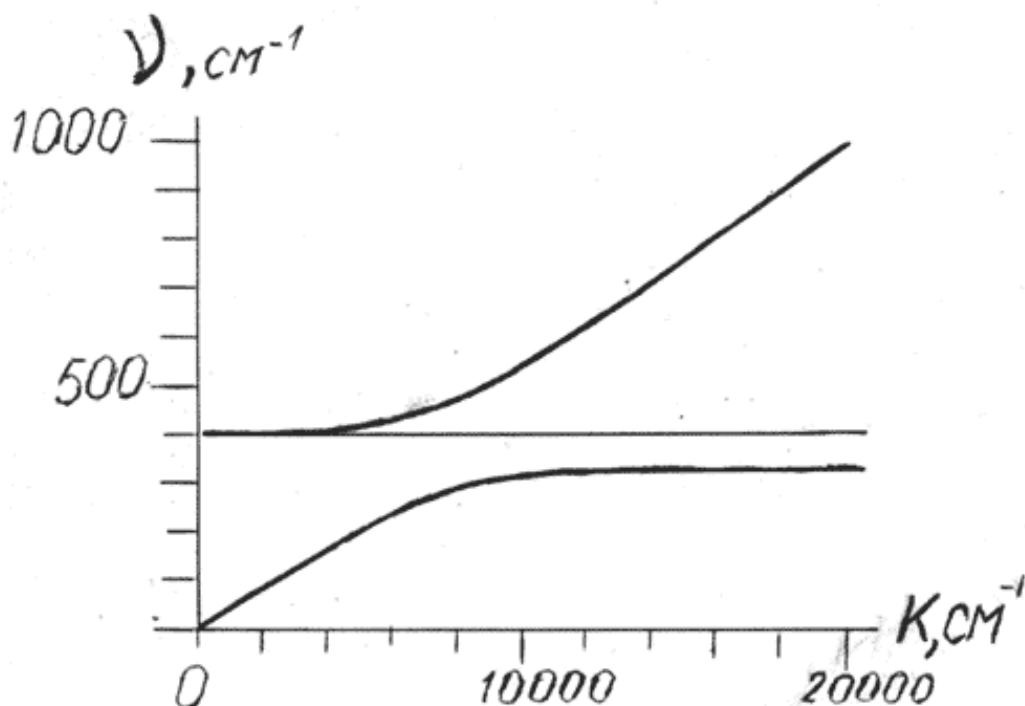


Рис. 7.6.

Вид поляритонных кривых, т.е. закон дисперсии для поляритонов в диэлектрическом кристалле фосфиде галлия в инфракрасной области спектра. Нижняя кривая соответствует нижней поляритонной ветви, стремящейся при больших значениях волнового вектора к $\nu = \nu_0$, а верхняя кривая - верхней поляритонной ветви, начинающаяся со значения $\nu = \nu_L$; прямая линия на частоте $\nu = \nu_L = \omega_L / 2\pi c_0$ соответствует продольным волнам;

$$\nu_0 = 366 \text{ см}^{-1} \text{ и } \nu_L = 402 \text{ см}^{-1}.$$

В области малых значений волновых векторов можно использовать разложение в ряд Тейлора:

$$\omega_+ = \sqrt{\omega_L^2 + c_0^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_L^2}\right) k^2}, \quad (7.27a)$$

$$\omega_- = c_0 k \frac{\omega_0}{\omega_L}. \quad (7.27b)$$

Таким образом, в далекой инфракрасной области спектра, соответствующей низким частотам

поляритонных волн, показатель преломления $\mathbf{n} = \sqrt{\epsilon_0} = \frac{\omega_0}{\omega_L} > 1$. Поэтому фазовая и групповая

скорости распространения миллиметровых электромагнитных волн в материальной среде может быть существенно меньше (на несколько порядков) скорости распространения света в вакууме.

Соответственно статическая диэлектрическая проницаемость ϵ_0 может быть существенно больше

единицы. Особая ситуация имеет место, когда частота собственных колебаний ω_0 лорентцевых осцилляторов становится очень малой. При этом статическая диэлектрическая проницаемость в соответствии с соотношением 7.18, в котором ω_0^2 находится в знаменателе, сильно возрастает: её значение для некоторых веществ достигает 10^4 .

Отметим, что значение квадрата плазменной частоты в соотношении 7.18, находящееся в числителе, зависит только от заряда и массы осциллятора, т.е. не должно существенно изменяться с температурой.

Резкое возрастание низкочастотной диэлектрической проницаемости обнаруживается у некоторых твердых тел для узкого

интервала температур вблизи так называемой *точки Кюри* ($T = T_C$). Вещества, характеризующиеся аномально высокими значениями статической диэлектрической проницаемости в точке Кюри, ниже

точки Кюри ($T < T_C$) оказываются спонтанно поляризованными, т.е. их вектор поляризации \vec{P}_0 (дипольный момент единицы объема) отличен от нуля даже при отсутствии внешнего электрического поля.

При ($T > T_C$) спонтанная поляризация такого вещества полностью пропадает ($P_0 = 0$). Ниже температуры T_C направление вектора спонтанной поляризации может быть изменено на

противоположное при приложении к такому веществу внешнего статического (постоянного) электрического поля.

Вещества, характеризующиеся существованием спонтанной поляризации, направление которого может изменяться под действием внешнего статического поля, называются

сегнетоэлектриками, или ферроэлектриками (по аналогии с ферромагнетиками). Типичным примером сегнетоэлектрика является титанат бария, для которого статическая диэлектрическая проницаемость

возрастает до 10^4 вблизи температуры 12°C . Как выяснилось, роль лорентцевых осцилляторов, обуславливающих аномальное возрастание статической диэлектрической проницаемости в сегнетоэлектриках, играют не электроны, а ионы.

В случае титаната бария такую роль выполняют ионы титана, бария и кислорода, колеблющиеся с большой амплитудой вблизи равновесных

положений (см. рис. 7.7).

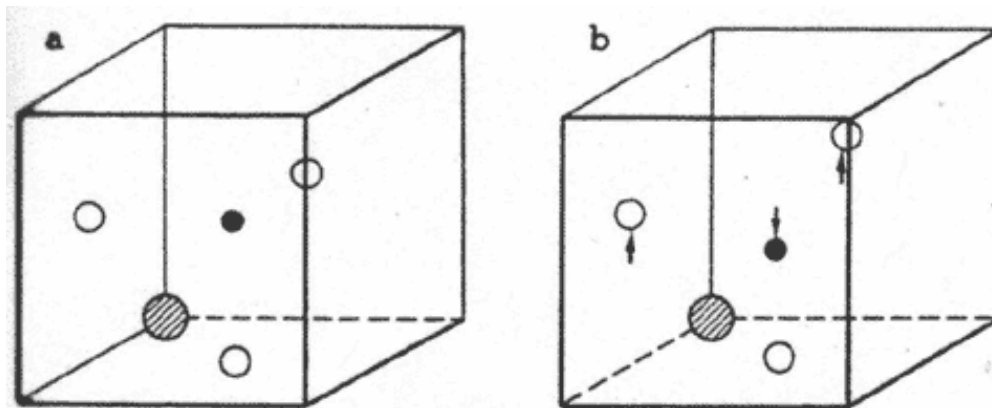


Рис. 7.7.

Вид элементарной ячейки кристалла титаната бария выше (а) и ниже (б) точки сегнетоэлектрического фазового перехода. Стрелки показывают смещения соответствующих ионов при фазовом переходе; светлые кружки соответствуют кислороду, темные в центре - титану и заштрихованные кружки - барию

В самой точке Кюри частота ω_0 таких колебаний устремляется к нулю, т.е. упругая возвращающая сила практически отсутствует и положения равновесия ионов становятся неустойчивыми. Колебания, частота которых устремляется к нулю при некоторых значениях внешних параметров (температуры, давления), в настоящее время называют *мягкими модами*. Появление мягких мод обычно сопровождается фазовым переходом внутри вещества, в частности изменением типа структуры кристаллической решетки. Так как в точке Кюри возвращающая сила для мягкой моды отсутствует, при небольшом понижении температуры мягкая мода оказывается "замороженной", т.е. атомы не возвращаются в исходное положение равновесия и в ячейке возникает дипольный момент. Вследствие кулоновского взаимодействия такое же направление дипольного момента осуществляется для достаточно большого объема кристалла - сегнетоэлектрического домена. Внутри каждого домена возникает спонтанная поляризация, направление которой можно изменять даже с помощью слабого внешнего электрического поля.

Таким образом, вблизи точек фазовых переходов в твердых телах должно происходить anomальное увеличение низкочастотного показателя преломления и соответственно уменьшение скорости распространения поляритонных волн на низких частотах. Общее выражение для дисперсии диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика в инфракрасной области спектра для температуры $T = T_C$ может быть представлено в виде формулы (7.23), полученной в предположении, что частота лорентцева осциллятора равна нулю ($\omega_0 = 0$). Это и соответствует формированию мягкой моды вблизи точки перехода. При этом для описания закона дисперсии поляритонов вместо биквадратного уравнения (7.25) имеем квадратное уравнение:

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c_0^2 k^2. \quad (7.28)$$

Соотношение (7.28) задает закон дисперсии для верхней поляритонной ветви в рассматриваемом случае; нижняя ветвь при этом совпадает с осью абсцисс, т.е. должна полностью отсутствовать. При этом величина ω_p^2 задается соотношением (7.15), где m - эффективная масса колеблющихся ионов кристаллической решетки, а F - соответствующая сила осцилляторов.

Отметим, что аналогичные соотношения для диэлектрической проницаемости (7.23) и закона дисперсии (7.28) поляритонов имеют место для состояния вещества, называемого плазмой. Плазма -

это электрически нейтральная среда; в которой между электрическими зарядами (положительными и отрицательными) действуют только кулоновские силы, т.е. для рассматриваемой модели плазмы, как и в случае сегнетоэлектрика, $\omega_0 = 0$. Фактически сегнетоэлектрик при температуре Кюри тоже является плазмой, в которой кулоновскими частицами оказываются ионы кристаллической решетки. В случае металлической плазмы кулоновскими частицами являются свободно движущиеся по металлу электроны и "закрепленные" в узлах кристаллической решетки положительные ионы. Если лорентцевыми осцилляторами плазмы являются электроны, то закон дисперсии для поляритонной ветви задается соотношением (7.28), где плазменная частота (ω_p вычисляется из соотношения (7.15), в котором масса осциллятора равна массе электрона. Так как диэлектрическая проницаемость плазмы при $\omega = \omega_p$ в соответствии с соотношением (7.23) обращается в нуль, то, наряду с поперечными поляритонными волнами на плазменной частоте существуют также продольные волны, которые в данном случае называются плазменными. Классические частицы, соответствующие плазменным волнам, называются *плазмонами*. Закон дисперсии для плазмы, учитывающий присутствие как поперечных, так и продольных волн, приведен на рис. 7.8. Таким образом, закон дисперсии для электромагнитных волн такого типа имеет место для материальных сред различной физической природы, внутри которых присутствует плазма: разреженных ионизированных газов, звезд, металлов, легированных полупроводников, свойства которых мы будем изучать в дальнейшем, сегнетоэлектриков вблизи температуры Кюри и др.

При описании свойств поляритонных волн необходимо проанализировать дисперсию, т.е. зависимость от k , не только фазовой, но и групповой скорости волны, которая, как известно (см. главу 1), есть: $u = d\omega/dk$. В отличие от вакуума, в материальной среде фазовая (ω/k) и групповая ($d\omega/dk$) скорости могут существенно отличаться друг от друга. Как видно из приведенных законов дисперсии, групповая скорость поляритонных волн может изменяться в широких пределах: от нуля (верхняя поляритонная ветвь при $k=0$) до значений, близких к значению скорости света в вакууме. При описании электромагнитного излучения как потока частиц скорость движения таких частиц (фотонов в вакууме и поляритонов в среде) определяется не фазовой, а групповой скоростью.

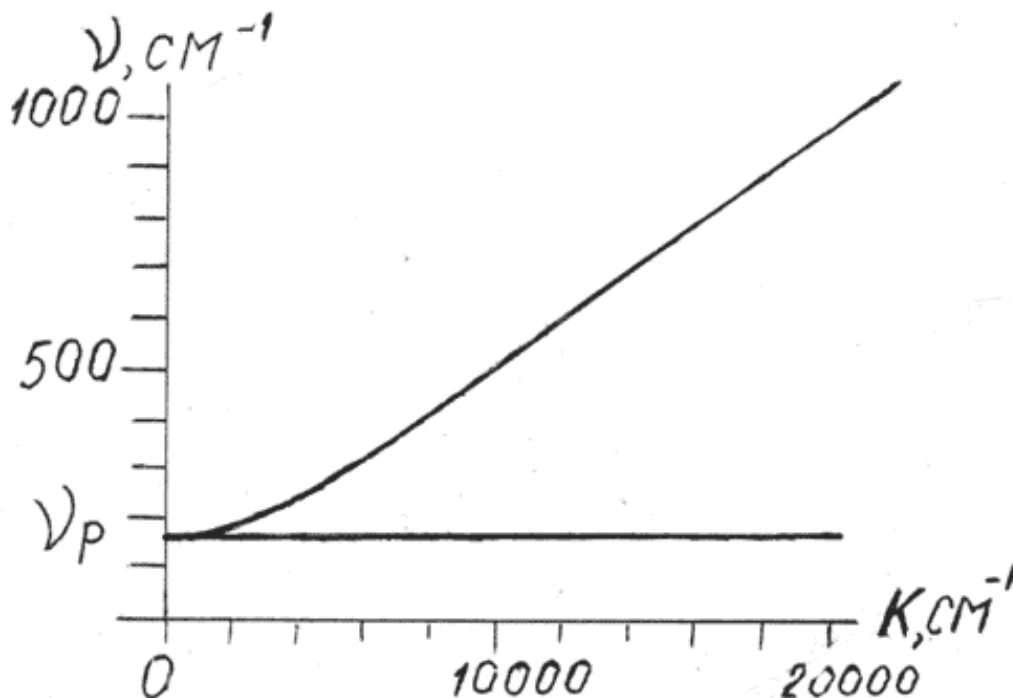


Рис. 7.8.

. Схематический закон дисперсии для поляритонов в плазме. Прямая линия на плазменной частоте ω_p соответствует плазменным волнам

В случае плазмы для поперечных волн из закона дисперсии путем дифференцирования получаем для групповой скорости:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c_0^2 k}{\sqrt{\omega_p^2 + c_0^2 k^2}}, \quad (7.29)$$

т.е. при этом фазовая $\frac{\omega}{k}$ и групповая $\frac{d\omega}{dk}$ скорости поляритонных волн существенно отличаются друг от друга (см. формулы 7.28 и 7.29).

Если в материальной среде имеется не один, а несколько типов заряженных осцилляторов, то формула (7.14) принимает более сложный вид:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \sum_{j=0}^n \frac{e^2 F_j N_0}{m_j \varepsilon_0 [\omega_{0j}^2 - \omega^2]}. \quad (7.30)$$

Здесь индекс j соответствует различным лорентцевым осцилляторам. В этом случае должно иметь место резкое возрастание показателя преломления в нескольких областях спектра, соответствующих резонансным частотам заряженных осцилляторов с частотами ω_{0j} .

Таким образом, использование модели Лорентца позволяет не только объяснить явление дисперсии, но и открывает возможность для расчета значений скоростей распространения поляритонных и плазменных волн в материальных средах. При этом оказывается, что при определенных частотах ω и волновых векторах \vec{k} групповая скорость волны, соответствующая классической скорости движения поляритона, может аномально уменьшиться по сравнению со скоростью c_0 света в вакууме, т.е. фотоны при определенных энергиях E должны сильно тормозиться на границе "вакуум - материальная среда". В частности, для плазмы это видно из анализа приведенных формул для закона дисперсии (7.28) и групповой скорости (7.29). Соответствующие поляритонные волны в материальной среде движутся с групповой скоростью, существенно меньшей скорости света c_0 в вакууме, а при $\omega = \omega_p$, когда диэлектрическая проницаемость обращается в нуль, их групповая скорость обращается в нуль, т.е. поляритон, в отличие от фотона в вакууме, может иметь сколь угодно малую скорость. Такие особенности поляритонных волн и соответствующих им классических частиц - поляритонов - можно объяснить тем, что поляритонная волна по своей природе является "гибридной", т.е. и электромагнитной и механической. Уменьшение групповой скорости распространения такой волны соответствует тому, что доля механических колебаний в ней возрастает, а электромагнитных - соответственно падает.

Задачи.

1. Используя формулу 7.19 для показателя преломления найти изменение показателя преломления поляритонной волны при изменении длины волны от 0,6 до 0,4 мкм для материальной среды,

моделируемой лорентцевыми осцилляторами с параметрами: $\omega_0 = 6 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ и $\omega_p = 3 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$.

Решение. Используем связь между длиной волны (λ_0 в вакууме) и круговой частотой:

$\omega = c_0 k_0 = \frac{2\pi c_0}{\lambda_0}$; таким образом, используя выражение для показателя преломления в виде (7.19):

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2}, \text{ имеем: } n_1 = \sqrt{1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \frac{4\pi^2 c_0^2}{\lambda_1^2}}}, \quad n_2 = \sqrt{1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \frac{4\pi^2 c_0^2}{\lambda_2^2}}}, \text{ Подставляя}$$

численные значения, получаем: $n_2 - n_1 = 0,126$.

2. Найти зависимость частоты ω поляритонной волны от ее групповой скорости для плазмы, характеризующейся законом дисперсии: $\omega^2 = \omega_p^2 + c_0^2 k^2$ (формула 7.28).

Решение. Из соотношения 7.28 получаем: $\omega d\omega = c_0^2 k dk$. Соответственно для групповой скорости

$u = \frac{d\omega}{dk}$ поляритона имеем: $u = \frac{c_0^2 k}{\omega}$, т.е. $k = \frac{\omega u}{c_0^2}$. Подставляя последнее соотношение для

волнового вектора k в исходную формулу 7.28, получаем искомую зависимость:
$$\omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

3. Найти значения плазменной частоты для электронной плазмы металла, полагая, что каждому атому металла соответствует один лорентцев осциллятор с зарядом и массой электрона $F = 1$ (в формуле 7.15). Концентрация атомов металла $N_0 = (1/V) = 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

Решение. Исходим из выражения (7.15) для квадрата плазменной частоты: $\omega_p^2 = \frac{e^2 F}{mV \epsilon_0}$. Отсюда

$$\text{получаем: } \omega_p = \frac{e\sqrt{N}}{\sqrt{m\epsilon_0}} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{14}}{\sqrt{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 8,86 \cdot 10^{-12}}} = 5,6 \cdot 10^{15} 1/\text{c}.$$

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

$$\frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (7.35)$$

[подробнее](#)

$$\frac{\omega_p^2 \gamma \omega}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (7.36)$$

[подробнее](#)

$$I = I_0 \exp(-\alpha L) \quad (7.39)$$

[подробнее](#)

$$H = H_0 e^{-\frac{\omega}{c_0} r Z} \cdot e^{i \left(\frac{\omega}{c_0} p Z - \omega t \right)} \quad (7.43)$$

[подробнее](#)

$$2\rho\chi = \varepsilon'' \quad (7.38)$$

[подробнее](#)

$$\alpha(\omega) = N_0 \sigma(\omega), \quad (7.47)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 7. Взаимодействие электромагнитных волн с материальными средами

7.3. Учет затухания лорентцевых осцилляторов. Теория аномальной дисперсии и поглощения электромагнитных волн

В реальных веществах колебания лорентцевых осцилляторов всегда являются затухающими. Это связано с тем, что часть энергии в процессе колебаний лорентцева осциллятора переходит в тепло, т. е. в другие степени свободы материальной среды. Кроме того, трение возникает из-за самого процесса излучения (так называемое "радиационное трение"). Учет силы трения можно осуществить феноменологическим образом (не раскрывая механизма силы трения): путем введения в уравнение (7.2) дополнительного слагаемого:

$$m \frac{d^2 \vec{u}(l)}{dt^2} = -\gamma_0 \vec{u}(l) - 2\delta \frac{d\vec{u}(l)}{dt} + e\sqrt{F} \vec{E}_0. \quad (7.31)$$

Соответственно, вместо уравнения (7.9), мы приходим к следующему соотношению для амплитуд отклонения \vec{u}_0 и напряженности \vec{E}_0 электрического поля:

$$-\omega^2 \vec{u}_0 = -\omega_0^2 \vec{u}_0 + i\gamma\omega \vec{u}_0 + e\sqrt{F} \vec{E}_0 \quad (7.32)$$

Здесь введено обозначение $\gamma = \frac{2\delta}{m}$ для величины, характеризующей затухание лорентцева осциллятора. Тогда для амплитуды вектора поляризации \vec{P}_0 имеет место:

$$\vec{P}_0 = \frac{e\sqrt{F} \vec{u}_0}{V} = \frac{e^2 F \vec{E}_0}{mV [\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega]}. \quad (7.33)$$

Соответственно для диэлектрической проницаемости (учитывая (7.1.11), получаем:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{e^2 F}{mV \varepsilon_0 [\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega]}. \quad (7.34)$$

Таким образом, учет затухания лорентцева осциллятора приводит к тому, что диэлектрическая проницаемость (становится комплексной величиной:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega), \text{ где}$$

$$\varepsilon'(\omega) = 1 +$$

$$\frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}, \quad (7.35)$$

$$\varepsilon''(\omega) =$$

$$\frac{\omega_p^2 \gamma \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}. \quad (7.36)$$

В формулах (7.35) и (7.36) мы использовали определение плазменной частоты ω_p , задаваемое соотношением (7.15). Комплексный характер функции $\varepsilon(\omega)$ приводит к тому, что показатель преломления $n(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$ также становится величиной комплексной: $n = p + i\chi$. Для действительной и мнимой частей показателя преломления имеют место формулы ($\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$):

$$p^2 - \chi^2 = \varepsilon', \quad (7.37)$$

$$2p\chi = \varepsilon''. \quad (7.38)$$

Как показывает анализ зависимостей 7.37 и 7.38, при $\omega > \omega_0$ вблизи резонансной частоты ω_0 действительная часть показателя преломления p уменьшается с увеличением частоты (с уменьшением длины волны), т.е. должен иметь место эффект аномальной дисперсии показателя преломления.

Таким образом, учет затухания в модели лорентцевых осцилляторов позволяет объяснить как нормальную, так и аномальную дисперсию в материальных средах.

Другой эффект, связанный с затуханием лорентцевых осцилляторов, состоит в поглощении электромагнитного излучения при его распространении в материальной среде. Экспериментально поглощение электромагнитного излучения описывается законом Бугера:

$$I = I_0 \exp(-\alpha L) \quad (7.39)$$

Здесь I_0 – интенсивность излучения на входе в материальную среду, а I – соответствующая интенсивность на выходе плоскопараллельной пластины толщиной L , α – показатель поглощения. Обычно предполагается, что коэффициент α является положительным, т.е. при прохождении электромагнитной волны через материальную среду должно происходить её ослабление, так как энергия исходной волны при прохождении через среду должна уменьшаться. Это согласуется с законом сохранения энергии, если учесть, что к материальной среде дополнительная энергия не подводится, а часть попавшей в вещество электромагнитной энергии переходит в тепло. Материальные среды, для которых коэффициент α является положительным, называются пассивными. Отметим, что возможна также ситуация, когда коэффициент α является

отрицательным. Это осуществляется лишь в том случае, когда к материальной среде подводится энергия извне. При этом может происходить усиление электромагнитной волны после прохождения её через материальную среду. Среды, усиливающие электромагнитные волны, называются активными. В дальнейшем мы будем их изучать более подробно.

Зависимость (7.39) характеризует спектр пропускания электромагнитного излучения пассивной материальной средой. Установим связь между показателем поглощения и характеристиками лорентцевых осцилляторов. Интенсивность электромагнитного излучения, распространяющегося в заданном направлении через изотропную среду, равна плотности потока энергии, т.е. усредненному по времени модулю вектора Умова-Пойнтинга:

$$I = |\vec{S}| = |\vec{E} \otimes \vec{H}| \quad (7.40)$$

Для модулей напряженностей \vec{E} и \vec{H} , выраженных в комплексном виде, имеет место соотношение:

$\vec{E} = E_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)$; $\vec{H} = H_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)$. Из соотношения (7.8), определяющего закон дисперсии поляритонных волн, имеем в случае комплексного показателя преломления:

$$k = \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\varepsilon} = \frac{\omega}{c_0} (p + i\chi). \quad (7.41)$$

Соответственно для электрического и магнитного полей \vec{E} и \vec{H} и получим:

$$\vec{E} = E_0 e^{-\frac{\omega}{c_0}\chi Z} \cdot e^{i\left(\frac{\omega}{c_0}pZ - \omega t\right)} \quad (7.42)$$

$$\vec{H} = H_0 e^{-\frac{\omega}{c_0}\chi Z} \cdot e^{i\left(\frac{\omega}{c_0}pZ - \omega t\right)} \quad (7.43)$$

Таким образом, для интенсивности $I(Z)$ имеет место:

$$I(Z) = E_0 H_0 e^{-2\frac{\omega}{c_0}\chi Z} \left| e^{2i\left(\frac{\omega}{c_0}pZ - \omega t\right)} \right|^2 = I_0 e^{-2\frac{\omega}{c_0}\chi Z}. \quad (7.44)$$

Из (7.43) мы получаем выражение для показателя поглощения в виде:

$$\alpha = 2 \frac{\omega}{c_0} \chi. \quad (7.45)$$

Учитывая соотношение (7.38), имеем:

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega \varepsilon''}{c_0^p} = \frac{\omega^2}{c_0^p} \frac{\omega_p^2 \gamma}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2 \omega^2}. \quad (7.46)$$

Присутствие в материальной среде лорентцева осциллятора с собственной частотой ω_0 приводит к резонансному поглощению вблизи этой частоты. Максимум полосы поглощения близок к резонансной частоте ω_0 , а полуширина (ширина на половине высоты) этой полосы равна коэффициенту затухания γ . Добротность $Q = \frac{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}}{\gamma}$ лорентцева осциллятора характеризует "остроту" резонансной кривой поглощения.

Учитывая выражение для плазменной частоты (p показатель поглощения может быть представлен в виде:

$$\alpha(\omega) = N_0 \sigma(\omega), \quad (7.47)$$

где N_0 – концентрация лорентцевых осцилляторов, а $\sigma(\omega)$ – так называемое эффективное сечение:

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 F \omega^2 \gamma}{p c_0^p m \varepsilon_0 \left[\left(\omega_0^2 - \omega^2 \right)^2 + \gamma^2 \omega^2 \right]}. \quad (7.48)$$

Эффективное сечение $\sigma(\omega_0) = \frac{e^2 F}{p c_0^p m \varepsilon_0 \gamma}$ имеет физический смысл площади поперечного

сечения атома или молекулы, поглощающих электромагнитное излучение с частотой ω_0 , и по порядку величины составляет 10^{-20} м². Таким образом, для конденсированной среды

($N_0 = 10^{28}$ 1/м³) в области резонансного поглощения ($\omega = \omega_0$) имеем: $\alpha(\omega_0) = 10^8$ м⁻¹.

Величина показателя поглощения существенно меньше в случае разреженных сред, концентрация N_0 в которых на много порядков меньше, чем в жидкостях и твердых телах. Если в материальной среде имеется несколько типов лорентцевых осцилляторов, то соответственно, в спектре поглощения должно быть несколько резонансных максимумов. При этом спектр пропускания материальной среды обусловлен показателем поглощения следующего вида:

$$\alpha(\omega) = \omega^2 \sum_j \frac{a_j}{\left(\omega_{0j}^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma_j^2 \omega^2}, \quad (7.49)$$

где коэффициенты a_j зависят от сил F_j и коэффициентов (γ_j соответствующих электронных осцилляторов. Вид спектров поглощения для конкретных веществ получается на основе построения зависимости интенсивности $I(\omega)$ прошедшего через плоскопараллельную пластинку или пленку (если поглощение очень велико) электромагнитного излучения. Приборы, предназначенные для

анализа спектров поглощения, называются спектрофотометрами. На рис. 7.9 приводятся спектры поглощения некоторых веществ. Область физики, связанная с получением спектров поглощения твердых тел, жидкостей и газов, называется абсорбционной спектроскопией.

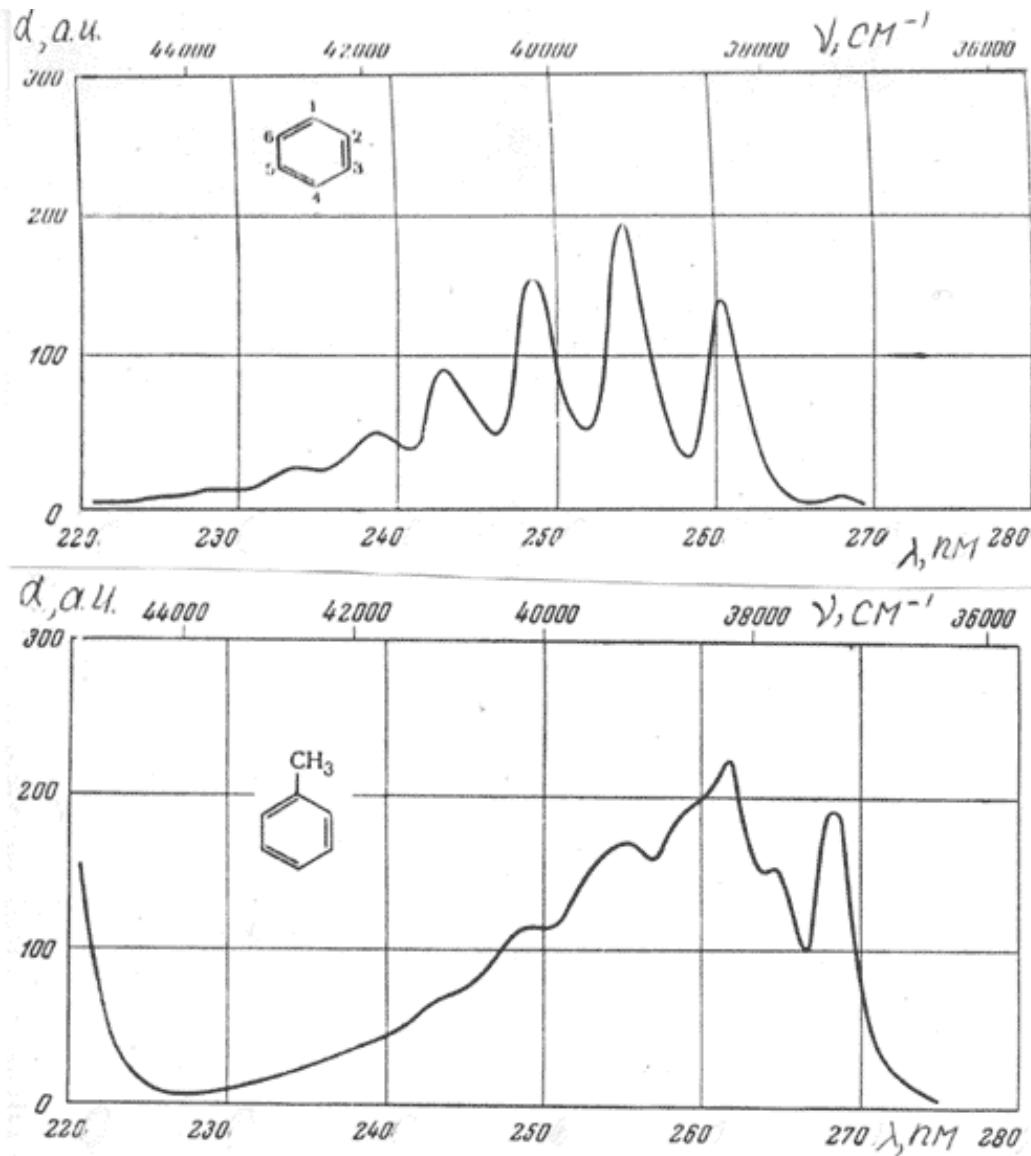


Рис. 7.9.

Спектры поглощения бензола (верхняя кривая) и толуола (нижняя кривая), растворенных в изооктане; по оси ординат отложена величина показателя поглощения в произвольных единицах (а. у.)

Задачи.

1. Найти показатель поглощения на резонансной частоте для газа с концентрацией атомов $N_0 = 10^{20} \text{ м}^{-3}$, если эффективное сечение $\sigma(\omega_0) = 10^{-20} \text{ м}^2$, (формула 7.47).

Решение. Используем соотношение (7.47) для показателя поглощения :

$\alpha(\omega) = N_0 \sigma(\omega)$, Подставляя в эту формулу соответствующие значения для концентрации и эффективного сечения, получаем: $\alpha(\omega) = N_0 \sigma(\omega)$,

2. Получить выражения для закона дисперсии, т.е. зависимости от длины волны в вакууме или от круговой частоты ω , для действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости

плазмы с учетом затухания, если известны плазменная частота ω_p и коэффициент затухания γ .

Решение. Используем общие соотношения (7.35) и (7.36) для действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon'(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}, \varepsilon'' = \frac{\omega_p^2 \gamma \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}.$$

Для плазмы $\omega_0 = 0$. Поэтому из формул 7.35 и 7.36 получаем:

$$\varepsilon'(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2 \omega^2}{\omega^4 + \gamma^2 \omega^2}, \varepsilon'' = \frac{\omega_p^2 \gamma \omega}{\omega^4 + \gamma^2 \omega^2}.$$

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

ГЛАВА 8. Поляризация электромагнитных волн

Как было отмечено выше в главе 1, основным свойством электромагнитных волн является поперечность колебаний векторов напряжённости электрического и магнитного полей по отношению к направлению распространения волны. Одно из следствий этого факта состоит в том, что в природе существует обширный класс электромагнитных волн, в которых колебания электрического и магнитного полей совершаются в строго определённых направлениях. Такое свойство определяет состояние поляризации электромагнитной волны. Если вектор напряжённости электрического поля электромагнитной волны колеблется вдоль некоторого направления в пространстве, говорят о линейной поляризации рассматриваемой электромагнитной волны. Электромагнитная волна в этом случае полагается полностью поляризованной. Состояние полной поляризации электромагнитной волны проявляется и при более сложном характере изменения ориентации векторов напряжённости электрического и магнитного полей в пространстве по мере распространения волны по сравнению с тем, что имеет место при линейной поляризации волны. Например, из уравнений Максвелла, как мы убедились выше в главе 1, следует существование полностью поляризованных электромагнитных волн, у которых по мере распространения волны вектора напряжённости электрического и магнитного полей изменяются таким образом, что траектория движения их "концов" в плоскости, поперечной направлению распространения волны, представляет собой эллипс или в частном случае окружность. В этом случае говорят соответственно об эллиптической поляризации электромагнитной волны или в частном случае о её круговой поляризации.

Как правило, излучение естественных источников представляет собой пример электромагнитных волн с неопределённым состоянием поляризации. В электромагнитной волне с неопределённым состоянием поляризации в плоскости, поперечной направлению распространения волны, всегда можно найти направление, в котором имеют место колебания вектора напряжённости её электрического и магнитного полей. Электромагнитные волны с неопределённым состоянием поляризации называются неполяризованными. При распространении электромагнитной волны в реальных средах возможно превращение неполяризованных волн в полностью поляризованные и наоборот. Примером такого превращения является поляризация электромагнитной волны, в плоскости, перпендикулярной плоскости падения на поверхность диэлектрика, вследствие эффекта Брюстера, исследованного ранее в гл.3.

Другой практически важный способ поляризации электромагнитных волн, в частности световых волн, представляет рассматриваемое подробно в этой главе распространение электромагнитных волн в оптически анизотропных средах, вследствие которого проходящая через кристалл волна расщепляется на две ортогонально поляризованных волны.

$$\vec{E}_x = \vec{e}_x E_0 \cos(\omega t - kz); \vec{E}_y = \vec{e}_y E_0 \cos(\omega t - kz + \pi / 2), \quad (8.1a)$$

[подробнее](#)

$$E_t = E \sin \phi \quad (8.2)$$

[подробнее](#)

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (8.3)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 8. Поляризация электромагнитных волн

8.1 Естественный и поляризованный свет

Различные типы поляризации электромагнитных/световых волн

Как было отмечено в главе 1, вектора напряжённости электрического и магнитного полей плоской монохроматической электромагнитной волны колеблются в плоскости, перпендикулярной направлению её распространения. Кроме того, было установлено, что колебания векторов напряжённости электрического и магнитного полей плоской монохроматической электромагнитной волны поляризованы. В зависимости от характера колебаний векторов напряжённости электрического и магнитного полей плоской монохроматической электромагнитной волны поляризация волны может быть линейной, круговой и эллиптической.

В *линейно поляризованной волне* колебания вектора напряжённости электрического поля совершаются вдоль линии, расположенной в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. На рис. 8.1а изображена ориентация векторов напряжённости электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей линейно поляризованной плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси OZ с колебаниями вектора \vec{E} под углом α к оси OY . В этом случае электромагнитную волну называют также плоскополяризованной. *Плоскость поляризации*, обозначенная символом Π на рис. 8.1а, определяется направлением распространения волны и направлением колебаний вектора напряжённости электрического поля.

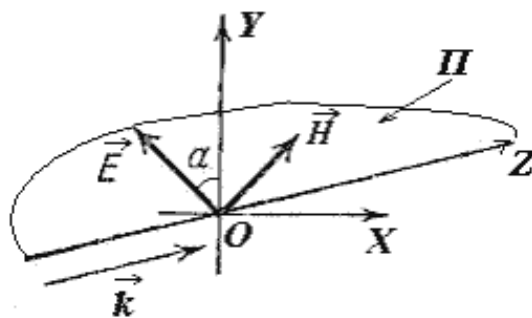


Рис. 8.1а.

В *волне, поляризованной по кругу*, вектор напряжённости электрического поля \vec{E} вращается по кругу в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, которое совпадает с осью OZ (рис. 8.1b). Вектор напряжённости магнитного поля \vec{H} этой волны не изображён на рис. 8.1b в целях его упрощения, также вращается по кругу и одновременно колеблется в направлении, перпендикулярном направлению колебаний вектора \vec{E} .

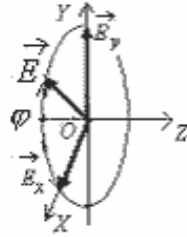


Рис. 8.1b.

Как следует из рис. 8.1b, плоская монохроматическая волна, поляризованная по кругу, может быть представлена в виде суммы двух плоских монохроматических когерентных волн, вектора напряжённости \vec{E}_x и \vec{E}_y которых колеблются в двух взаимно перпендикулярных направлениях с одинаковой амплитудой и имеют начальные фазы колебаний, отличающиеся на 90° .

Действительно, пусть имеются две электромагнитные волны, распространяющиеся в одном направлении, в качестве которого выбрана ось OZ, одна из которых поляризована вдоль оси OX, другая - вдоль оси OY, колебания векторов напряжённости электрического поля которых определяются выражениями:

$$\vec{E}_x = \vec{e}_x E_0 \cos(\omega t - kz); \vec{E}_y = \vec{e}_y E_0 \cos(\omega t - kz + \pi/2), \quad (8.1a)$$

где \vec{e}_x, \vec{e}_y - единичные векторы в направлении осей OX и OY декартовой системы координат XYZ.

Для определения закона колебаний вектора напряжённости электрического поля электромагнитной волны, представляющей собой сумму двух волн, определяемых (8.1a), найдём угол наклона φ суммы векторов напряжённостей \vec{E} этих волн из следующего соотношения:

$$\operatorname{tg} \varphi = E_0 \cos(\omega t - kz + \pi/2) / E_0 \cos(\omega t - kz) = \operatorname{tg}(\omega t - kz), \quad (8.1b)$$

Из этого выражения следует, что вектор напряжённости электрического поля электромагнитной волны \vec{E} , представляющей собой сумму двух волн, определяемых (8.1a), направлен под углом $\varphi = \omega t$ к оси OX (рис. 8.1b), изменяющимся пропорционально времени t с коэффициентом пропорциональности, равным угловой частоте электромагнитной волны ω . Следовательно, вектор напряжённости электрического поля рассматриваемой электромагнитной волны \vec{E} вращается с круговой частотой ω вокруг направления распространения электромагнитной волны в плоскости, перпендикулярной этому направлению.

В *эллиптически поляризованной волне*, по мере распространения волны вектор напряжённости электрического поля перемещается по эллипсу (рис. 8.1c) в плоскости, перпендикулярной направлению волны, распространяющейся, в соответствии с рис. 8.1c, вдоль оси OZ.

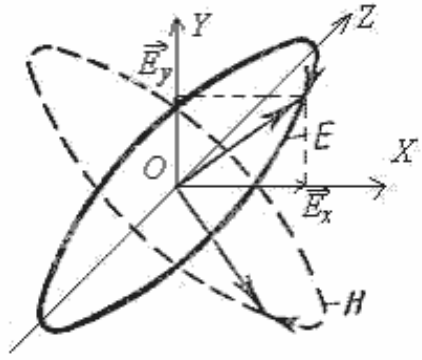


Рис. 8.1с.

Как следует из рис. 8.1с и задачи 1.2 из первой главы, плоская монохроматическая эллиптически поляризованная электромагнитная волна может быть представлена в виде суммы двух плоских монохроматических когерентных волн, вектора напряжённости электрического поля которых колеблются в двух взаимно перпендикулярных направлениях с неодинаковыми амплитудами и различными начальными фазами колебаний, неравными $0^0, 90^0, 180^0$ или 270^0 .

Круговую или эллиптическую поляризацию электромагнитной волны называют левой, если вращение вектора напряжённости электрического поля этой волны происходит против часовой стрелки, если смотреть с направления волны. Наоборот, если вращение вектора напряжённости электрического поля этой волны происходит по часовой стрелке, если смотреть с направления волны, то *поляризация электромагнитной волны называется правой*.

Электромагнитные волны, излучаемые естественными источниками, как правило, являются неполяризованными. Для пояснения заметим, что излучение естественных источников можно представить как хаотическую последовательность испускания цугов электромагнитных волн отдельными атомами источника в произвольных направлениях, с произвольными начальными фазами. Колебания вектора напряжённости электрического поля результирующей электромагнитной волны ввиду этого не может иметь какого - либо определённого направления в пространстве. Упрощённое представление об электромагнитной волне, излучаемой естественным источником в некотором направлении, можно составить, если представить эту волну в виде суммы двух некогерентных волн одинаковой интенсивности, поляризованных в двух произвольно выбранных взаимно перпендикулярных направлениях.

Способы получения поляризованных электромагнитных/световых

Существует несколько способов получения из неполяризованной электромагнитной волны поляризованной. Так, в главе 3 был рассмотрен *эффект Брюстера*, в результате которого электромагнитная волна, отражённая от поверхности диэлектрика под углом Брюстера оказывается поляризованной перпендикулярно плоскости падения (рис. 3.9). Другой способ получения линейно поляризованного света из неполяризованного встречался в главе 3 при ознакомлении с опытами Г. Герца, в которых были установлены основные свойства электромагнитных волн. Так, в одном из этих опытов рассматривалось прохождение электромагнитной волны через экран в виде параллельных проводящих стержней, полосок или проводов (рис. 3.8с). Как следует из этого опыта, прохождение электромагнитной волны через такой экран зависит от ориентации полосок экрана по отношению к направлению колебаний вектора напряжённости \vec{E} электрического поля облучающей экран волны.

Если полосы перпендикулярны \vec{E} , то электромагнитное поле практически без потерь проходит через экран. Наоборот, если полосы параллельны \vec{E} , то падающая на поверхность экрана электромагнитная волна практически полностью отражается от него. Таким образом, если ввести угол ϕ между направлением ориентации полосок экрана и вектором напряжённости электрического поля \vec{E} , то за экраном электромагнитная волна \vec{E}_t будет поляризована в направлении, перпендикулярном направлению полосок, а её амплитуда равна

$$E_t = E \sin \phi. \quad (8.2)$$

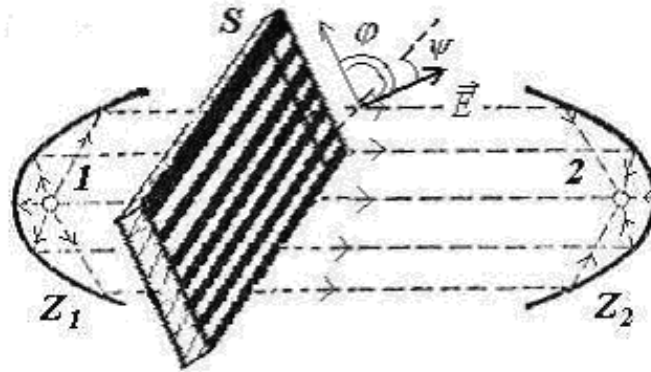


Рис. 8.2а.

Из этих рассуждений следует, что экран с проводящими полосками, ориентированными в определенном направлении, можно рассматривать как физический прибор, с помощью которого из неполяризованной электромагнитной волны получается поляризованная в направлении, перпендикулярном направлению ориентации полосок. Устройства такого рода получили название *поляризаторов* или *поляроидов*. При вращении экрана с проводящими полосками интенсивность линейно поляризованной электромагнитной волны в соответствии с (8.2) будет изменяться от некоторого максимального значения, когда полосы перпендикулярны вектору напряжённости \vec{E} электрического поля освещающей экран электромагнитной волны, до минимального, равного нулю, когда полосы параллельны \vec{E} .

Характерной особенностью принципов функционирования различных видов поляризаторов является использование анизотропных сред для получения поляризованных электромагнитных волн и, в частности, света. В *поляризаторе в виде проводящих полосок в экране* анизотропия создаётся определённой ориентацией в пространстве проводящих полосок, изменяющих характер распространения электромагнитных волн, поляризованных перпендикулярно и параллельно направлению полосок.

В качестве *естественных поляризаторов электромагнитных волн*, и, в частности, света на практике широко используются кристаллы. В *кристаллах* из-за упорядоченного расположения атомов и молекул в пространстве при определённой симметрии возникают условия анизотропного распространения электромагнитных волн, по отношению к некоторым выделенным в пространстве направлениям. Более подробно вопросы распространения электромагнитных волн в кристаллах рассматриваются далее в этой главе.

В поляризаторах можно определить плоскость, называемую *плоскостью поляризатора*, обладающую тем свойством, что линейно поляризованная электромагнитная волна, вектор напряжённости электрического поля которой колеблется в плоскости, параллельной плоскости поляризатора, не

изменяет своей поляризации. Кроме этого в поляризаторе имеется также плоскость, обладающую тем свойством, что линейно поляризованная электромагнитная волна, вектор напряжённости электрического поля которой колеблется параллельно этой плоскости, полностью или частично поглощается.

Для поляризаторов в виде проводящих полосок в экране плоскостью поляризатора, очевидно, является плоскость, перпендикулярная направлению полосок.

Степень поляризации электромагнитных/световых волн

Поляризаторы, в которых происходит полное поглощение электромагнитных волн, поляризованных перпендикулярно плоскости поляризатора, называют *идеальными или просто поляризаторами*. Если же полного поглощения нет, то *поляризатор называют несовершенным*.

Неполяризованная электромагнитная волна, проходящая идеальный поляризатор, превращается им в линейно поляризованную волну, плоскость колебаний вектора напряжённости электрического поля которой параллельна плоскости поляризатора. Интенсивность колебаний, полученной таким образом линейно поляризованной волны, будет в два раза меньше интенсивности неполяризованной волны, направляемой на поляризатор. Уменьшение интенсивности электромагнитной волны в два раза на выходе из поляризатора объясняется указанной выше возможностью представить неполяризованную волну в виде наложения двух некогерентных волн одинаковой интенсивности, поляризованных взаимно перпендикулярно в произвольно выбранных плоскостях. Для поляризатора в качестве одной из таких плоскостей выбирается плоскость поляризатора. Тогда через поляризатор пройдёт волна, поляризованная параллельно этой плоскости. Волна, поляризованная перпендикулярно плоскости поляризатора, будет поглощена. В силу сказанного выше интенсивность вышедшей из поляризатора линейно поляризованной волны оказывается в два раза меньше интенсивности волны неполяризованной.

Неполяризованная электромагнитная волна, проходящая несовершенный поляризатор, не является полностью линейно поляризованной волной. В Электромагнитные волны, в которых колебания вектора напряжённости электрического поля в определённом направлении преобладают над колебаниями, совершаемых в других направлениях, называются *частично поляризованными*. Частично поляризованные электромагнитные волны возникают на практике не только после прохождения ими несовершенных поляризаторов, но и в результате их распространения в средах, содержащих неоднородности.

Состояние поляризации произвольной электромагнитной волны задаётся *степенью поляризации* P . Для определения степени поляризации электромагнитной волны её пропускают через поляризатор, в котором можно менять ориентацию плоскости поляризатора, например, с помощью поворота поляризатора относительно направления распространения исследуемой электромагнитной волны. В двух взаимно ортогональных ориентациях плоскости поляризатора будут дважды отмечены максимальное I_{\max} и минимальное I_{\min} значение интенсивности проходящей поляризатор электромагнитной волны. Измеренные таким образом максимальное и минимальное значения интенсивности электромагнитной волны, прошедшей через поляризатор при различных ориентациях его плоскости, определяют степень поляризации электромагнитной волны с помощью следующего выражения:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (8.3)$$

Для линейно поляризованного света $P = 1$, поскольку $I_{\min} = 0$. Для неполяризованного света $P = 0$, поскольку $I_{\max} = I_{\min}$.

Волны с круговой и эллиптической поляризацией полностью поляризованы. Для определения их степени поляризации также может быть использована формула (8.3). Однако, для наблюдения максимума и минимума интенсивности таких волн, проходящих через поляризатор, должен быть использован соответствующий поляризатор, благодаря конструкции которого свободно пропускающего волну, поляризованную для определенности по левому кругу, и не пропускающего волну, поляризованную по правому кругу. В качестве таких поляризаторов можно представить экран заполненных проводящими спиралями, имеющими правую намотку (рис. 8.2b).

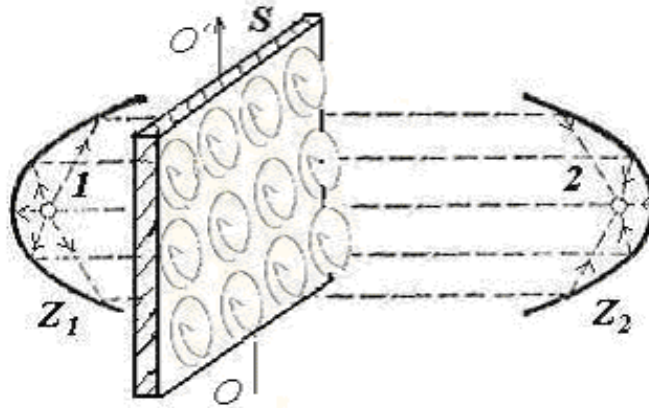


Рис. 8.2b.

Электромагнитная волна, поляризованная по левому кругу, свободно проходит через такой экран, а волна, поляризованная по правому кругу, не проходит. Для наблюдения минимума интенсивности электромагнитной волны, поляризованной по левому кругу, необходимо повернуть экран со спиралями на 180° вокруг его вертикальной оси симметрии OO' (рис. 8.2b).

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

ГЛАВА 8. Поляризация электромагнитных волн

8.2 Закон Малюса

С помощью поляризаторов можно исследовать поляризацию электромагнитных волн. Например, для волн с линейной поляризацией, положение плоскости поляризатора, при которой наблюдается максимум интенсивности проходящей поляризатор электромагнитной волны, указывает направление колебаний вектора напряжённости электрического поля этой волны. Если наблюдается отличное от нуля значения минимума интенсивности проходящей поляризатор электромагнитной волны, то это означает её частичную поляризацию. При ориентации плоскости поляризатора, не совпадающей с теми, когда наблюдается максимум и минимум интенсивности проходящей поляризатор электромагнитной волны, значение интенсивности волны определяется углом φ (рис. 8.3), который составляет плоскость поляризатора с направлением колебаний вектора напряжённости электрического поля волны, лежащей в плоскости P . Характер этой зависимости определяется законом *Малюса*.

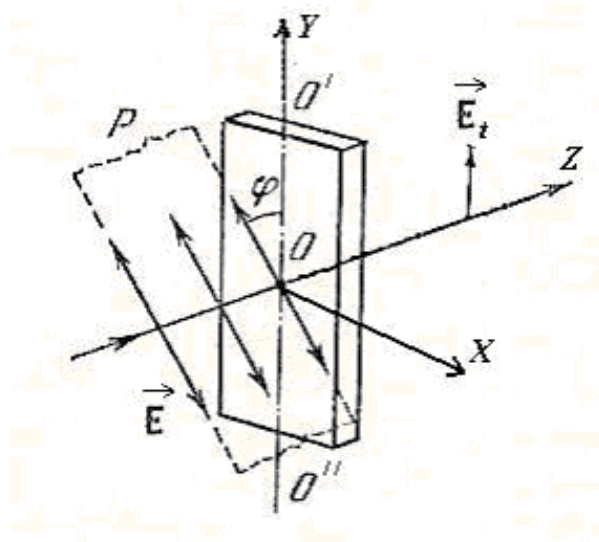


Рис. 8.3.

Для установления закона Малюса рассмотрим прохождение через поляризатор Π (рис. 8.3) линейно поляризованной электромагнитной волны, направление колебаний вектора напряжённости \vec{E} в плоскости P которой составляет угол φ с плоскостью поляризатора Π , проходящей через прямую $O'O''$, параллельную оси OY , и направление распространения волны, в качестве которого выбрана ось OZ . Представим проходящую поляризатор Π линейно поляризованную электромагнитную волну в виде суммы двух электромагнитных волн, распространяющихся в том же направлении, что и исходная, но поляризованных в двух взаимно перпендикулярных направлениях, одно из которых параллельно плоскости поляризатора Π , а другое перпендикулярно этой плоскости Π . В

соответствие со сказанным выше, волна, поляризованная перпендикулярно плоскости поляризатора Π , поляризатор не проходит. Волна, поляризованная в плоскости поляризатора Π , пройдёт свободно поляризатор. Амплитуда колебаний вектора напряжённости электрического поля \vec{E}_t прошедшей поляризатор Π волны в соответствии с (8.2) и рис. 8.3 будет определяться выражением

$$E_t = E \sin \phi = E \cos \varphi, \quad (8.4a)$$

в котором учтено, что $\phi = \frac{\pi}{2} - \varphi$.

Интенсивность I_t прошедшей поляризатор Π волны, пропорциональная, как неоднократно указывалось выше, квадрату модуля вектора напряжённости её электрического поля, может быть определена следующим образом:

$$I_t = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (8.4b)$$

где I_0 - интенсивность линейно поляризованной электромагнитной волны, направляемой на поляризатор Π .

Это соотношение называют *законом Малюса для поляризованного света*.

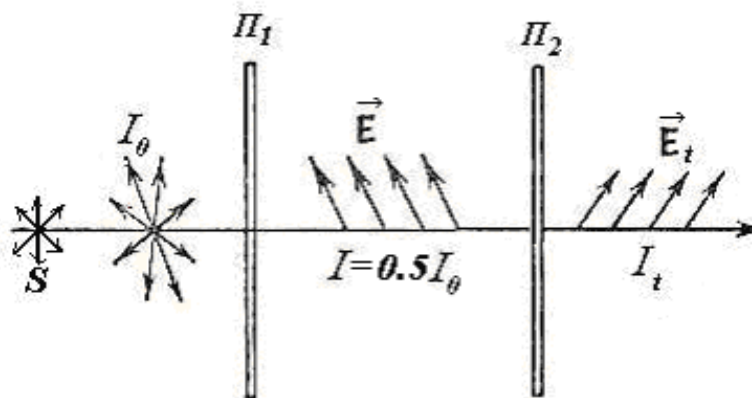


Рис. 8.4.

Рассмотрим наблюдение закона Малюса (рис.8.4), когда через поляризатор Π_1 проходит неполяризованная электромагнитная волна с интенсивностью I_0 , например, свет, излучаемый от некоторого естественного источника S . Как было отмечено выше, интенсивность I_t прошедшей первый поляризатор Π_1 волны будет в два раза меньше интенсивности волны, создаваемой источником S . Тогда интенсивность I_t прошедшей второй поляризатор Π_2 волны, может быть определена из соотношения, называемого *законом Малюса для неполяризованной электромагнитной волны*:

$$I_t = 0.5 I_0 \cos^2 \varphi. \quad (8.5)$$

Если через поляризатор, используемый для наблюдения закона Малюса линейно поляризованного света, проходит электромагнитная волна, поляризованная по кругу, или волна от естественного

источника излучения, то интенсивность прошедшей поляризатор волны не зависит от вращения поляризатора вокруг направления луча.

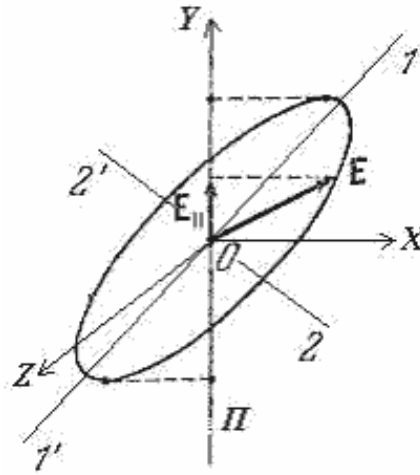


Рис. 8.5.

Рассмотрим изменение интенсивности эллиптически поляризованной электромагнитной волны, проходящей через поляризатор, используемый для наблюдения закона Малюса линейно поляризованного света, при его вращении вокруг направления луча. На рис. 8.5 изображён эллипс поляризации волны, распространяющейся вдоль оси OZ и проходящей через поляризатор, плоскость которого отмечена на рисунке линией Π , параллельной оси OY . При вращении поляризатора вокруг направления оси OZ вращается его плоскость Π и в прошедшей поляризатор волне будет отмечаться изменение её интенсивности между максимальным значением, когда плоскость поляризатора Π совпадает с направлением большой полуоси $1'$ эллипса поляризации, и минимальным, когда плоскость поляризатора Π совпадает с направлением малой полуоси $2'$ эллипса поляризации. Отсюда следует, что характер изменения интенсивности волны при вращении вокруг направления её распространения поляризатора, через который проходит эллиптически поляризованная волна и частично поляризованная волна, одинаков.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)

$$\vec{D}_y = \varepsilon_y \varepsilon_0 \vec{E}_y \quad (8.6b)$$

[подробнее](#)

$$\vec{D}_z = \varepsilon_z \varepsilon_0 \vec{E}_z \quad (8.6c)$$

[подробнее](#)

$$\vec{D}_x = \varepsilon_x \varepsilon_0 \vec{E}_x \quad (8.6a)$$

[подробнее](#)

$$v_y = v_e = c / \sqrt{\epsilon_e} \quad (8.7b)$$

[подробнее](#)

$$v_y = v_o = c / \sqrt{\epsilon_o} \quad (8.7c)$$

[подробнее](#)

$$v_x = v_o = c / \sqrt{\epsilon_o} \quad (8.7a)$$

[подробнее](#)

$$E_x = E \cos \alpha, E_z = E \sin \alpha \quad (8.8)$$

[подробнее](#)

$$\vec{D} = -[\vec{k} \times \vec{H}] / \omega, \vec{H} = [\vec{k} \times \vec{E}] / (\omega \mu_0) \quad (8.11b)$$

[подробнее](#)

$$\vec{E}_e = [(\vec{D}_{e\parallel} / \varepsilon_e) + (\vec{D}_{e\perp} / \varepsilon_\rho)] / \varepsilon_0 \quad (8.13b)$$

[подробнее](#)

$$v^2 = (\vec{D}, \vec{E}) / (\mu_0 D^2) \quad (8.12b)$$

[подробнее](#)

$$E_D = (\vec{E}, \vec{D}) / D = [(D_{e\parallel}^2 / \varepsilon_e) + (D_{o\perp}^2 / \varepsilon_o)] / (D \varepsilon_0) \quad (8.14a)$$

[подробнее](#)

$$v_e(\varphi) = c[(\sin^2 \varphi / \varepsilon_e) + (\cos^2 \varphi / \varepsilon_o)]^{\frac{1}{2}} \quad (8.14b)$$

[подробнее](#)

ГЛАВА 8. Поляризация электромагнитных волн

8.3 Световые волны в кристаллах

Кристаллы представляют собой вещества, атомы или молекулы которых имеют упорядоченное расположение в пространстве. Кристалл можно представить в виде совокупности периодически повторяющихся в пространстве групп атомов или молекул, область расположения которых называется ячейкой кристалла. Кристаллы различных веществ отличаются друг от друга порядком (конфигурацией) расположения атомов или молекул в пределах ячейки кристалла. Порядок расположения атомов или молекул ячейки кристалла связывается с определенной *группой симметрии*, представляющей собой совокупность преобразований, в результате которых положение атомов кристаллической ячейки не изменяется. Более подробно ознакомиться со свойствами групп симметрии кристаллов и их связью с порядком расположения атомов или молекул в ячейке кристаллов можно в томе настоящего учебного пособия, посвящённого *физике твёрдого тела*.

Следствием упорядоченного расположения атомов или молекул в кристалле является деформация их электронных оболочек. В результате этого при распространении световой волны её *взаимодействие с электронами атомов или молекул кристалла* может зависеть от направления колебаний (поляризации) вектора напряжённости электрического поля волны, а следовательно, учитывая поперечность световых волн, и от направления распространения волны. По этой причине в кристалле скорость распространения световой волны может зависеть от её направления. Явление зависимости скорости распространения световой волны от её направления называется *оптической анизотропией*. В силу сказанного выше оптическая анизотропия связывается с появлением в пространстве выделенных направлений, обусловленных порядком расположения атомов или молекул в ячейке кристалла.

Практически все прозрачные кристаллы обладают оптической анизотропией. Исключением являются *кристаллы кубической группы*. Оптическая анизотропия была открыта в 1669г. *Э. Бартолином* при наблюдении двойного лучепреломления света в *кристалле исландского шпата*, являющегося *кристаллом гексагональной группы*. *Двойное лучепреломление* состоит в появлении после облучения кристалла световой волной с произвольным состоянием поляризации двух лучей, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях.

В дальнейшем при рассмотрении оптически анизотропных кристаллов будем предполагать, что они обладают относительной *магнитной проницаемостью*, равной единице, т.е. $\mu = 1$. Это не только упрощает следующее далее изучение распространения световых волн в оптически анизотропных кристаллах, но и находится в соответствии с магнитными свойствами рассматриваемых кристаллов.

Для оптически анизотропных кристаллов можно выделить три взаимно ортогональных направления, называемых *главными направлениями кристалла*, при распространении вдоль которых световой волны её вектор \vec{D} смещения коллинеарен вектору напряжённости электрического поля \vec{E} .

Пусть для определенности такими направлениями являются оси декартовой системы координат X, Y, Z . Тогда при распространении световой волны:

а) вдоль оси OX

$$\vec{D}_x = \varepsilon_x \varepsilon_0 \vec{E}_x, \quad (8.6a)$$

б) вдоль оси OY

$$\vec{D}_y = \varepsilon_y \varepsilon_0 \vec{E}_y, \quad (8.6b)$$

в) вдоль оси OZ

$$\vec{D}_z = \varepsilon_z \varepsilon_0 \vec{E}_z, \quad (8.6c)$$

Значения относительных диэлектрических проницаемостей $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ называются главными.

Наиболее простыми кристаллами, обладающими оптической анизотропией, являются одноосные кристаллы. В *одноосных кристаллах* существует одно выделенное направление, например ось OX , называемое оптической осью кристалла, при распространении вдоль которой

$\varepsilon_x = \varepsilon_e \neq \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon_o$. К одноосным кристаллам относятся исландский шпат, кварц, турмалин.

В одноосных кристаллах скорость света зависит от его направления распространения. В самом деле, световая волна, распространяющаяся вдоль оси OX , имеет колебания вектора напряжённости электрического поля в плоскости YOZ . Тогда используя соотношение Максвелла, из (8.6b) и (8.6c) получаем скорость этой волны, равную:

$$v_x = v_o = c / \sqrt{\varepsilon_o} \quad (8.7a)$$

В то же время при распространении световой волны в направлении поперечном оси OX её скорость зависит от поляризации волны. Пусть для определённости световая волна распространяется вдоль оси OY и поляризована вдоль оси OX . Тогда из (8.6a) получаем скорость этой волны, равную:

$$v_y = v_e = c / \sqrt{\varepsilon_e} \quad (8.7b)$$

Если же распространяющаяся вдоль оси OY световая волна поляризована вдоль оси OZ , тогда из (8.6c) получаем скорость этой волны, равную:

$$v_z = v_o = c / \sqrt{\varepsilon_o} \quad (8.7c)$$

Предположим, что распространяющаяся вдоль оси OY плоская световая волна поляризована так, что имеет одновременно отличные от нуля проекции вектора напряжённости электрического поля на оси OX и OZ , т.е.:

$$E_x = E \cos \alpha, E_z = E \sin \alpha, \quad (8.8)$$

где α - угол (рис. 8.6) между направлением колебаний вектора напряжённости \vec{E} электрического

поля световой волны и оптической осью (осью OX).

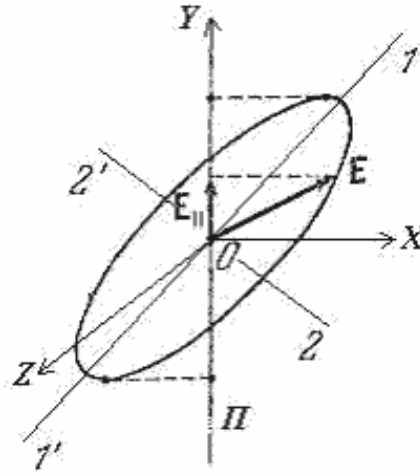


Рис. 8.5.

Тогда можно представить исходную световую волну в виде суммы двух волн, поляризованных в двух взаимно перпендикулярных направлениях, определяемых направлениями осей OX и OZ , и имеющих, как следует из (8.7b) и (8.7c), неодинаковые скорости распространения, соответственно равные v_e, v_o .

Вследствие этого световая волна, распространяющаяся в одноосном кристалле при определённом состоянии поляризации колебаний её вектора напряжённости электрического поля, расщепляется на две волны той же частоты, поляризованные в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, распространяющиеся в общем случае в различных направлениях и имеющие неодинаковые скорости распространения. Этот эффект составляет суть явления двойного лучепреломления света, наблюдаемого в кристаллах.

Световая волна с колебаниями электрического вектора напряжённости в плоскости, перпендикулярной оптической оси кристалла, называется *обыкновенной*. *Скорость обыкновенной световой волны* не зависит от направления её распространения, определяется главным значением диэлектрической проницаемости ϵ_o кристалла и может быть найдена из выражений (8.7b) и (8.7c).

Световая волна с колебаниями электрического вектора напряжённости в любой плоскости, проходящей через оптическую ось кристалла, называется *необыкновенной*. *Скорость необыкновенной световой волны* зависит от направления распространения и определяется главным значением диэлектрической проницаемости ϵ_e кристалла. Если необыкновенная волна распространяется в поперечном направлении к оптической оси кристалла, то её скорость может быть найдена из выражения (8.7a). Если направление распространения необыкновенной световой волны составляет некоторый угол, отличный от 90° , с направлением оптической оси кристалла, то расчёт её скорости имеет более сложный характер и рассматривается далее в конце параграфа.

Для иллюстрации явления двойного лучепреломления рассмотрим прохождение линейно поляризованной плоской световой волны перпендикулярно поверхности пластинки, вырезанной из какого-нибудь одноосного кристалла таким образом, что его оптическая ось параллельна поверхности пластинки (рис. 8.6). В качестве материала пластинки может быть использован, например, кварц. Для произвольного угла α между направлением оптической оси кристалла и направлением колебаний вектора напряжённости электрического поля (рис. 8.6), а также для произвольной толщины пластинки

l внутри пластинки вследствие явления двойного лучепреломления возникнут обыкновенная и необыкновенная линейно поляризованные световые волны. В результате этого из кристаллической пластинки выйдет плоская эллиптически поляризованная световая волна. В самом деле, при произвольном значении угла $\alpha \neq \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$ амплитуды векторов напряжённости электрического поля обыкновенной и необыкновенной волн вследствие (8.8) не равны друг другу, а разность их фаз колебаний Δ определяется толщиной пластинки :

$$\Delta = 2\pi(\sqrt{\varepsilon_o} - \sqrt{\varepsilon_e})l / \lambda, \quad (8.9a)$$

где λ - длина световой волны в вакууме.

Отсюда следует, что кристаллическая пластинка превращает исходную линейно поляризованную световую волну в эллиптически поляризованную.

Если толщина пластинки l выбирается такой, что оптическая разность хода обыкновенной и необыкновенной волн кратна нечётному числу четвертей длин волн, т.е.:

$$(\sqrt{\varepsilon_o} - \sqrt{\varepsilon_e})l = (1 + 2m)\lambda / 4; (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (8.10a)$$

а угол α равен одному из значений $\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$, то кристаллическая пластинка превращает исходную линейно поляризованную световую волну в поляризованную по кругу.

Такие кристаллические пластинки называются *пластинками "в четверть длины волны"*. Пластинки в "в четверть длины волны используются для превращения линейно поляризованного света в свет, поляризованный по кругу, и наоборот, с помощью этой пластинки свет, поляризованный по кругу, можно преобразовать в линейно поляризованный свет.

Наконец, если толщина пластинки выбирается такой, что оптическая разность хода обыкновенной и необыкновенной волн нечётному числу полуволн:

$$(\sqrt{\varepsilon_o} - \sqrt{\varepsilon_e})l = (2m + 1)\lambda / 2; m = 0, 1, 2, \dots, \quad (8.10b)$$

то выходящая из кристаллической пластинки световая волна остаётся исходной линейно поляризованной, как и исходная.

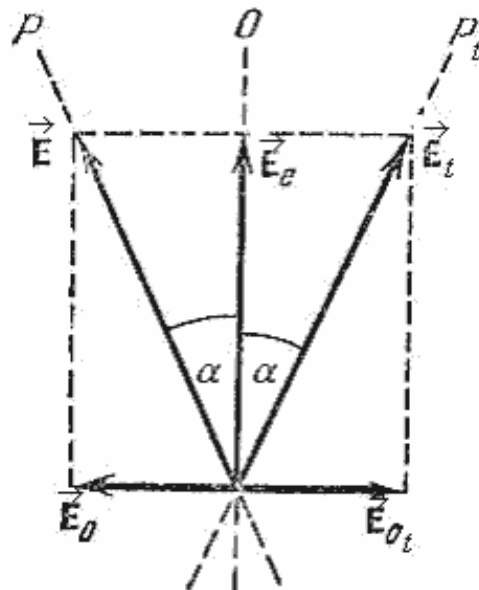


Рис. 8.7.

Такие кристаллические пластинки называются "*полуволновыми пластинками*". Полуволновые пластинки могут быть использованы для поворота плоскости поляризации проходящей через пластинку световой волны. Например, при угле α (рис. 8.7) между направлением колебаний вектора напряжённости \vec{E} электрического поля световой волны и оптической осью (осью OX) выходящая из кристаллической полуволновой пластинки электромагнитная волна будет линейно поляризована в плоскости, повернутой на 2α по отношению к плоскости поляризации исходной волны.

Изменение состояния поляризации световой волны при её прохождении пластинки из оптически анизотропного вещества может быть объяснено *интерференцией необыкновенной и обыкновенной волн*, возникающих из-за различия их скоростей распространения внутри пластинки.

Заметим, в одноосных кристаллах скорости распространения обыкновенной и необыкновенной световой волн зависят от величин главных значений диэлектрической проницаемости кристалла ϵ_o, ϵ_e . Причём, может оказаться, что скорость обыкновенной волны может быть больше скорости необыкновенной, и наоборот, в зависимости от соотношения величин главных значений диэлектрической проницаемости кристалла ϵ_o, ϵ_e , определяемых материалом кристалла.

В соответствии со сказанным различают два вида одноосных кристаллов - положительные и отрицательные.

В *положительных одноосных кристаллах* скорость обыкновенного луча больше, чем скорость необыкновенного, что является следствием очевидного неравенства, между величинами главных значений диэлектрической проницаемости кристалла $\epsilon_o < \epsilon_e$.

В *отрицательных одноосных кристаллах* скорость обыкновенного луча меньше, чем скорость необыкновенного, что является следствием очевидного неравенства, между величинами главных значений диэлектрической проницаемости кристалла $\epsilon_e < \epsilon_o$.

В заключение рассмотрим расчёт скорости распространения $v_e(\varphi)$ световой волны в одноосном кристалле, когда направление волны, задаваемое направлением вектора \vec{N} , составляет некоторый угол φ с оптической осью кристалла OO' (рис. 8.8).

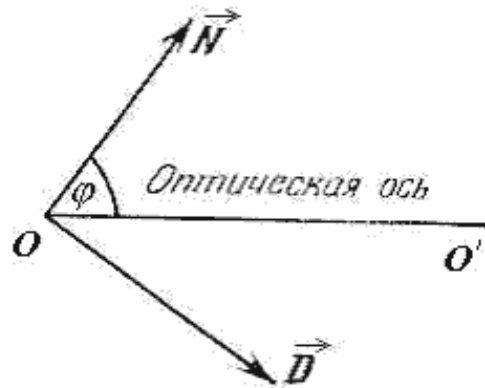


Рис. 8.8а.

Для этого используем рассмотренное в главе 3 *комплексное представление векторов электромагнитного поля* $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ плоской монохроматической световой волны с волновым вектором \vec{k} :

$$\vec{E} = E e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}) - i\omega t}; \vec{D} = D e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}) - i\omega t}; \vec{H} = H e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}) - i\omega t}; \vec{B} = B e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}) - i\omega t}. \quad (8.11a)$$

Из комплексной формы уравнений Максвелла (3.) получаем связь между парами векторов \vec{E}, \vec{H} и \vec{D}, \vec{H} в виде следующих соотношений:

$$\vec{D} = -[\vec{k} \times \vec{H}] / \omega; \vec{H} = [\vec{k} \times \vec{E}] / (\omega \mu_0), \quad (8.11b)$$

Из этого выражения следует, что вектора смещения и напряжённости электрического поля ортогональны направлению распространения волны. Если исключить из (8.11b) вектор \vec{H} , то придём к уравнению, из которого можно определить по известным векторам $\vec{E}, \vec{D}, \vec{k}$ фазовую скорость световой волны $v = \omega / k$:

$$\vec{D} = \vec{E} / (v^2 \mu_0) - \vec{k} (\vec{k} \cdot \vec{E}) / (\mu_0 \omega^2) \quad (8.12a)$$

С учётом ортогональности векторов \vec{D}, \vec{k} , вследствие которой $(\vec{D}, \vec{k}) = 0$, из (8.12) после скалярного умножения обеих частей этого выражения на вектор \vec{D} находим искомую *скорость распространения волны*:

$$v^2 = (\vec{D}, \vec{E}) / (\mu_0 D^2) \quad (8.12b)$$

Направление распространения волны и оптическая ось кристалла определяют плоскость Π_g , называемую *главной плоскостью кристалла*. Представим световую волну в виде суперпозиции двух взаимно ортогонально поляризованных волн, в одной из которых вектор напряжённости электрического поля \vec{E}_e колеблется в главной плоскости кристалла, а вектор напряжённости электрического поля \vec{E}_o другой - в ортогональном направлении. Очевидно, световая волна с колебаниями электрического вектора \vec{E}_o , перпендикулярными главными плоскости одноосного

кристалла, является обыкновенной волной, а волна с колебаниями электрического вектора \vec{E}_e в главной плоскости одноосного кристалла, является необыкновенной волной.

Представим вектор напряжённости необыкновенной волны \vec{E}_e в виде суммы двух составляющих его взаимно ортогональных векторов $\vec{E}_{e\parallel}$ и $\vec{E}_{e\perp}$, соответственно параллельного и перпендикулярного оптической оси кристалла:

$$\vec{E}_e = \vec{E}_{e\parallel} + \vec{E}_{e\perp}. \quad (8.13a)$$

Используя соотношения (8.6), определяющие оптическую анизотропию одноосного кристалла, получим:

$$\vec{E}_e = [(\vec{D}_{e\parallel} / \varepsilon_e) + (\vec{D}_{e\perp} / \varepsilon_o)] / \varepsilon_o, \quad (8.13b)$$

где $\vec{D}_{e\parallel}$, $\vec{D}_{e\perp}$ - составляющие вектора смещения необыкновенной световой волны, соответственно параллельные и перпендикулярные оптической оси кристалла.

Из выражения (8.13b) следует, что вектор напряжённости \vec{E}_e электрического поля и смещения \vec{D}_e необыкновенной световой волны не коллинеарны. Пусть угол между векторами \vec{E}_e и \vec{D}_e равен β .

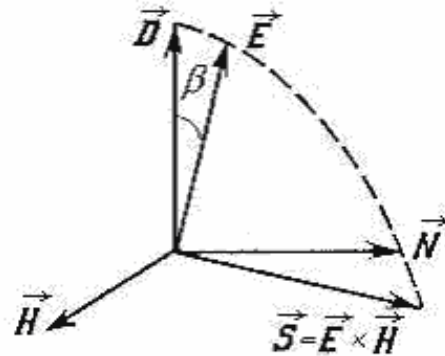


Рис. 8.8b.

Тогда определяющая скорость плоской монохроматической световой волны из (8.12b) проекция вектора напряжённости электрического поля на вектор смещения $E_D = E_e \cos \beta$ можно найти с помощью следующего соотношения:

$$E_D = (\vec{E}, \vec{D}) / D = [(D_{e\parallel}^2 / \varepsilon_e) + (D_{e\perp}^2 / \varepsilon_o)] / (D \varepsilon_o). \quad (8.14a)$$

Исходя из рис. 8.8b, определяем, что $D_{e\parallel} = D \sin \varphi$, $D_{e\perp} = D \cos \varphi$. Учитывая эти соотношения, а также принимая во внимание, что $c^2 = 1/(\varepsilon_o \mu_o)$, после подстановки выражения (8.14a) в (8.12b) получаем что скорость $v_e(\varphi)$ необыкновенной световой волны, когда её направление составляет некоторый угол φ с оптической осью одноосного кристалла (рис. 8.8a), может из выражения:

$$v_e(\varphi) = c [(\sin^2 \varphi / \varepsilon_e) + (\cos^2 \varphi / \varepsilon_o)]^{-\frac{1}{2}}, \quad (8.14b)$$

где $c = 1/(\epsilon_0 \mu_0)^{1/2}$ - скорость света в вакууме.

Как следует из этого выражения, скорость необыкновенной волны зависит от направления её распространения. При *распространении необыкновенной световой волны вдоль оптической оси одноосного кристалла* $\varphi = 0$ и $v_e(\varphi) = v_o$ равна скорости обыкновенной волны. При распространении поперёк направлению оптической оси необыкновенная волна имеет скорость, определяемую главным значением относительной диэлектрической проницаемости по формуле, совпадающей с полученной ранее (8.7b).

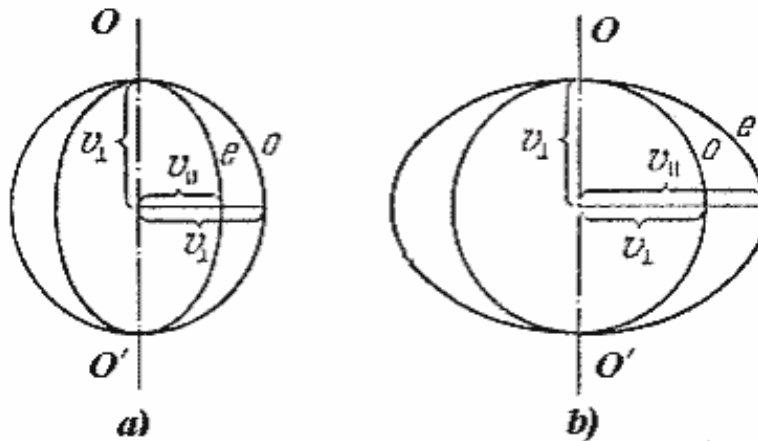


Рис. 8.9.

Для наглядности представления о характере изменения скорости необыкновенной световой волны при её распространении в пространстве рассматривается *эллипсоид скоростей* (рис. 8.9a,b). Эллипсоид скоростей является графическим изображением в сферической системе координат выражения (8.14). Для одноосного кристалла эллипсоид скоростей представляет собой поверхность в виде эллипсоида вращения относительно оптической оси OO' (рис. 8.9a,b). Положительным одноосным кристаллам соответствуют вытянутые эллипсоиды вращения (рис. 8.9a), а отрицательным - сплюснутые (рис. 8.9b).

Для определения скорости необыкновенной световой волны при её распространении в заданном направлении надо провести отрезок прямой в направлении распространения волны из центра эллипсоида и измерить расстояние вдоль этого отрезка от центра эллипсоида до его точки пересечения с поверхностью.

Из выражения (8.14b) с помощью соотношения Максвелла можно найти значение относительной диэлектрической проницаемости $\epsilon_e(\varphi)$, определяющей скорость необыкновенной волны в одноосном кристалле под углом φ к оптической оси кристалла:

$$\epsilon_e(\varphi) = [c / v_e(\varphi)]^2 = 1 / [(\sin^2 \varphi / \epsilon_e) + (\cos^2 \varphi / \epsilon_o)]. \quad (8.14c)$$

Применим *принцип Гюйгенса* для графико-аналитического объяснения явления двойного лучепреломления в одноосном кристалле (рис. 8.10). Пусть на плоскую границу одноосного кристалла под некоторым углом φ из вакуума "падает" неполяризованная, плоская световая волна. Предположим, что оптическая ось кристалла направлена под углом α к плоскости границы (рис. 8.10).

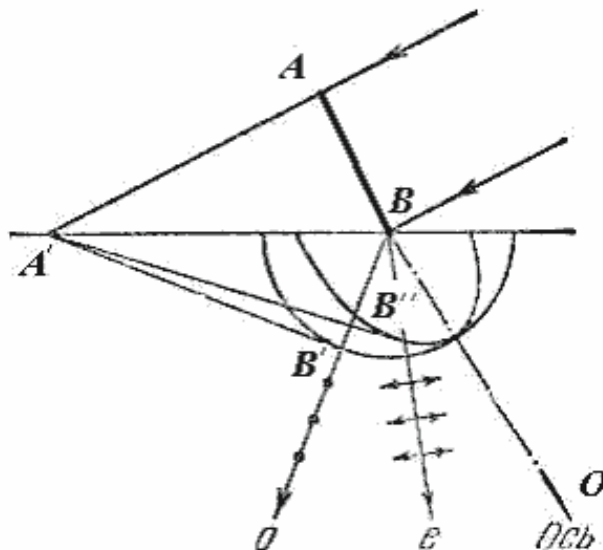


Рис. 8.10.

Построим положение волновых фронтов обыкновенной и необыкновенной световых волн в кристалле. В соответствие с принципом Гюйгенса положение волнового фронта световой волны в какой-то момент времени t определяется огибающей волновых фронтов вторичных источников, излученных в предыдущий момент времени $t - \Delta t$. Рассмотрим в некоторый произвольный момент времени t участок волнового фронта AB падающей на поверхность кристалла световой волны (рис. 8.10). За время $\Delta t = 1 \text{сек}$ положение волнового фронта обыкновенной волны определится отрезком $A'B'$, располагающемся на касательной прямой, проведённой из точки A' к сфере радиуса v_o , равной скорости распространения обыкновенной волны в кристалле. За то же время положение волнового фронта необыкновенной волны определится отрезком $A'B''$ (рис. 8.10), располагающемся на касательной прямой, проведённой из точки A' к эллипсу скоростей, определяющему скорость необыкновенной волны в зависимости от направления её распространения. Очевидно, эллипс скоростей, изображённый на рис. 8.10, представляет собой сечение эллипсоида скоростей главной плоскостью кристалла, проходящую через оптическую ось кристалла.

Итак, зависимость от направления распространения скорости необыкновенной световой волны в одноосном кристалле приводит к расщеплению падающей на кристалл волны на две волны, распространяющихся в общем случае в разных направлениях. Кроме того, отметим, что в соответствие со свойствами оптической анизотропии одноосного кристалла поляризация этих волн взаимно ортогональна, что отмечено на рис. 8.10 точками на направлении распространения обыкновенной волны и стрелками на направлении распространения необыкновенной волны.

Расщепление световой волны в оптически анизотропных кристаллах на две взаимно ортогонально поляризованных волны послужило основанием для названия этого явления эффектом двойного лучепреломления. В связи с этим оптически анизотропные кристаллы называют **двойко преломляющими кристаллами**.

Эффект двойного лучепреломления отмечается не только в одноосных кристаллах, но и в кристаллах более сложной структуры, получивших название в соответствии со сказанным выше - **двуосными**. К **двуосным кристаллам** относятся **слюда, гипс**. В двуосных кристаллах обе волны, на которые расщепляется падающая на кристалл световая волна, являются необыкновенными. Теория распространения волн в двуосных кристаллах более сложная, чем используемая для объяснения

оптических явлений в одноосных кристаллах, и по этой причине здесь не рассматривается.

Необходимо отметить, что явление двойного лучепреломления возникает не только в веществах, обладающих оптической анизотропией в естественных условиях в отсутствии каких либо внешних воздействий в виде силовых полей. Во многих оптически прозрачных аморфных веществ в естественных условиях (стекло, оргстекло и др.) под действием внешнего силового поля в виде механической нагрузки появляются механические напряжения в кристалле, приводящие к появлению выделенных направлений в веществе и, следовательно, к оптической анизотропии. К оптической анизотропии оптически изотропных веществ может приводить внешнее электрическое или магнитное поле. Проявление оптической анизотропии в этом случае связаны с разнообразными оптическими эффектами, сопровождающими распространение электромагнитных волн в таких веществах, известных как *эффект Керра*, *эффект Коттона - Мутона*, *эффект Фарадея*, *эффект Коттона*, и др.

В этой связи нельзя не сказать о таких веществах, проявляющих оптическую анизотропию под действием внешнего электрического поля, как жидкие кристаллы. *Жидкие кристаллы* представляют собой состояние вещества, одновременно проявляющего, как свойства кристаллов, так и свойства жидкостей. Существуют несколько разновидностей жидкокристаллических веществ, отличающихся структурой строения молекул и степенью их упорядочения в пространстве. Различают жидкие кристаллы в виде *нематиков*, *смектиков* и *холестериков*.

Наибольшее распространение на практике в качестве современных *жидкокристаллических устройств отображения информации* (дисплеев) получили *нематические жидкие кристаллы*. Нематические жидкие кристаллы представляют собой вещества, состоящие из протяжённых нитевидных молекул, имеющих в жидко кристаллическом состоянии параллельную ориентацию своих осей составляющих его молекул, но хаотически сдвинутых вдоль этих осей. Состояние параллельной ориентации осей отдельных молекул в нематиках отмечается не во всём объёме кристалла, а в микроскопически малых его частях, называемых доменами. При прохождении света через жидкий нематический кристалл, находящийся в естественном состоянии, из за рассеяния света на скачках показателя преломления на границах хаотически расположенных доменов происходит рассеяние света, в результате которого нематические жидкие кристаллы проявляют себя как малопрозрачные вещества, известные в оптике, как мутные среды.

Однако, под действием внешнего электрического поля длинные нитевидные молекулы жидкого нематического кристалла легко поляризуются, в результате чего жидкий кристалл становится *однодоменным* и, следовательно, оптически прозрачным.

Оптическую анизотропию жидких кристаллов можно получить с помощью механических воздействий на эти вещества. В качестве одного из способов упорядочивания направлений осей молекул нематиков обычно применяется размещение жидких кристаллов на подложках, на поверхности которых наносится система параллельных бороздок. Оптическая анизотропия нематических кристаллов на таких подложках обусловлена особенностями сил взаимодействия между нитевидными молекулами вещества, находящегося в жидкокристаллическом состоянии.

Благодаря ярко выраженному проявлению оптической анизотропии под действием внешних воздействий, относительной дешевизне и простоте изготовления жидкокристаллические устройства в настоящее время широко используются на практике в современной индустрии информационных технологий.

ГЛАВА 8. Поляризация электромагнитных волн

8.4 Поляризационные устройства

Для поляризации света на практике используются специальные *поляризационные устройства*. В состав поляризационных устройств, как правило, входят кристаллы с оптической анизотропией. В большинстве случаев для этого применяется исландский шпат, реже *кварц*, *натронная селитра* и *слюда*.

Рассмотрим поляризационное устройство, изобретенное в 1828г. шотландским физиком *Николем* (1768-1851). Это устройство получило название в честь своего изобретателя и известно как *призма Николя*.

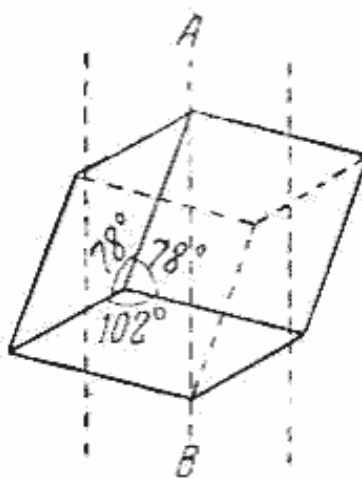


Рис. 8.11.

Призма Николя изготавливается из кристалла исландского шпата. Исландский шпат, представляющий собой одну из разновидностей *углекислого кальция* (CaCO_3), встречается в природе в виде больших прозрачных кусков. Сильно различающиеся показатели преломления у такого кристалла для обыкновенного луча $n_o = 1.6585$ и необыкновенного $n_e = 1.4863$ лучей приводит к ярко выраженному *эффекту двойного преломления*. Кристаллы исландского шпата относятся к гексогональной группе и являются одноосными. Кристалл с помощью *скальвания вдоль кристаллических плоскостей* легко привести к форме ромбоэдра (рис. 8.11), ограниченного шестью параллелограммами с углами при вершинах $78^{\circ}08'$ и $101^{\circ}52'$. При *шлифовке плоскостей кристалла* таким образом, что все его рёбра приобретают одинаковую длину, оптической осью кристалла является любая прямая, параллельная отрезку AB , соединяющему вершины, где сходятся стороны трёх тупых углов.

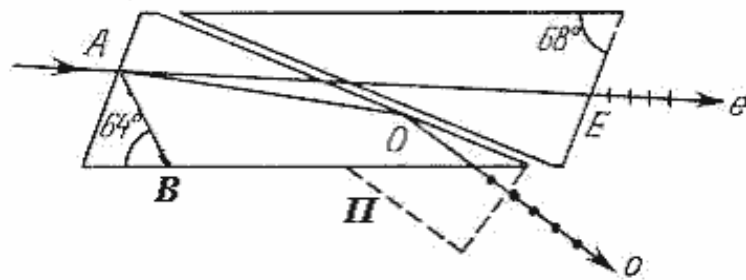


Рис. 8.12.

Для изготовления призмы Николя (рис. 8.12) у кристалла исландского шпата в виде *ромбоэдра*, полученного как было указано выше, сошлифовывают основания так, чтобы рёбра составляли с основанием угол 68° . Тогда направление оптической оси представляет собой любую прямую, параллельную отрезку AB .

После шлифования кристалл разрезают на две части в плоскости, перпендикулярной новым основаниям и главному сечению кристалла, и склеивают тонким слоем *канадского бальзама*, показатель преломления которого $n_d = 1.550$, имеет промежуточное значение между показателями преломления обыкновенного и необыкновенного луча кристалла.

Световой луч с произвольным состоянием поляризации после преломления в кристалле (рис. 8.12) разделяется на два луча - обыкновенный AO и необыкновенный AE . Благодаря конструкции призмы Николя необыкновенный луч проходит беспрепятственно на границу двух склеенных частей кристалла, а обыкновенный луч испытывает полное внутренне отражение и попадает на зачернённую грань основания, испытывая поглощение в ней. В ряде случаев для недопущения нагрева кристалла обыкновенный луч может выводиться из кристалла с помощью призмы Π , указанной на рис 8.12.

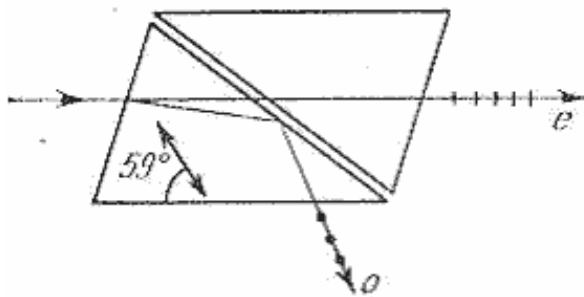


Рис. 8.13.

Выходящий из призмы Николя световой луч окажется линейно поляризованным в главной плоскости кристалла, на что указывают стрелки направления колебаний электрического вектора необыкновенного луча.

В *призме Фуко* (рис. 8.13) две части распиленного кристалла разделены воздушным промежутком, благодаря которому эта призма может быть использована для *поляризации ультрафиолетового излучения*, которого невозможно получить в призме Николя, поскольку канадский бальзам поглощает ультрафиолет. Направление оптической оси в призме Фуко составляет с основанием угол 59° и отмечено на рис. 8.13 двусторонней стрелкой.

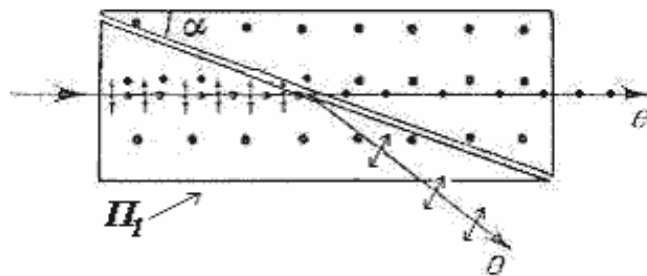


Рис. 8.14.

К недостаткам призмы Николя и Фуко следует отнести вращение направления выходящего из них луча при вращении призмы. Этот недостаток преодолевается в специальных призмах, имеющих не скошенные основания, а в форме параллелепипеда. Такие поляризационные устройства известны, как *призмы Глазбрука* (рис. 8.14), *Глана*, *Глана - Томсона*, *Гартнака - Празмовского*, *Франка - Ритера*, а также представленная на рис. 8.15 *тройная призма Аренса*. Оптические оси кристаллов, используемых в приведенных на рис. 8.14 и рис. 8.15 соответственно призм Глазбрука и призм Аренса, параллельны плоскости основания призм и отмечены точками на этих рисунках. На рис. 8.14 луч неполяризованного света, попадая в кристалл Π_1 , расщепляется на два луча, распространяющихся в одном направлении, но поляризованные во взаимно перпендикулярных плоскостях, что и отмечено на рисунке на лучах точками и двусторонними стрелками. На границе двух кристаллов выполнено условие полного внутреннего отражения обыкновенного луча, в то время как необыкновенный луч проходит границу раздела не отклоняясь.

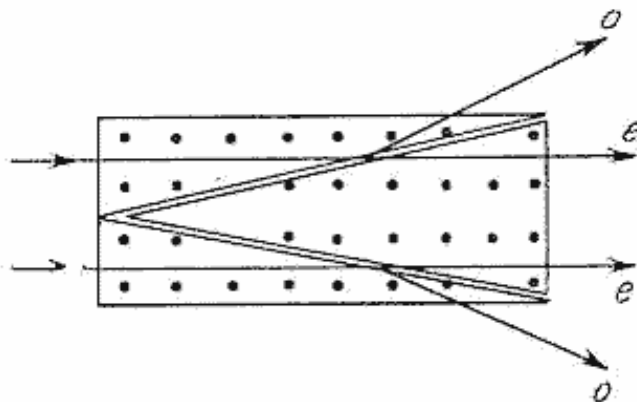


Рис. 8.15.

Интересно отметить, что к одним из параметров поляризационных важнейших призм относят *апертуру полной поляризации призмы*, представляющую собой разность предельных углов падения световых пучков на призму, при которых из призмы выходит только один необыкновенный луч. Среди перечисленных призм наибольшей апертурой полной поляризации, равной примерно 42° , обладает призма Глазбрука, склеенная *льняным маслом*, а также призма Гартнака - Празмовского. Для сравнения призма Николя имеет апертуру полной поляризации, равную 29° .

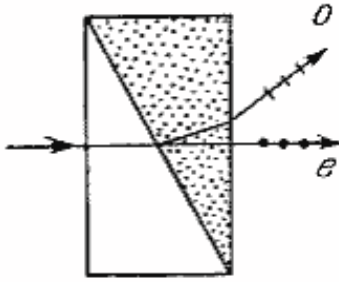


Рис. 8.16.

На практике получили распространение призмы, в которых на её выходе образуются два луча, разделённых в пространстве. Такие поляризационные устройства получили название *двухлучевых поляризационных призм*. Двухлучевые призмы, одна из возможных конструкций которых показана на рис. 8.16, изготавливаются из комбинации стеклянной призмы и призмы из исландского шпата. Показатель преломления стекла $n_g = 1.49$ близок к показателю преломления $n_e = 1.4863$ необыкновенного луча в кристалле исландского шпата. Необыкновенный луч проходит комбинацию призм без преломления, а обыкновенный сильно отклоняется к основанию в результате двукратного отражения на её гранях. Оптическая ось кристалла, используемого в этой призме, параллельна плоскости основания призмы и отмечена точками на этих рисунках.

Поляризованный световой луч можно получить также при его прохождении через кристаллы, в которых поглощение проходящих через них электромагнитных волн зависит от направления колебаний вектора напряжённости электрического поля. Такими свойствами обладают *дихроичные пластинки*. *Дихроизмом* обладают такие вещества как *турмалин*, *сульфат йодистого хинина*. В турмалине обыкновенный луч поглощается сильнее необыкновенного. При прохождении обыкновенный лучом расстояния в 1 мм он оказывается полностью поглощённым.

Замечательной особенностью поляризаторов на основе турмалина является зависимость поглощения в нём электромагнитных волн от их длины волны. При определённой толщине кристалла турмалина выходящий из него свет будет не только линейно поляризован, но и приобретёт преимущественно жёлто-зелёный световой оттенок, поскольку остальные спектральные компоненты окажутся поглощёнными. Таким образом, поляризатор на основе турмалина одновременно будет представлять собой *светофильтр*.

Другим дихроичным кристаллом является кристалл сульфата йодистого хинина, в котором поглощение одного из лучей отмечается уже на расстояниях в 0.1 мм. Кристаллы сульфата йодистого хинина применяются в поляризационных устройствах, получивших название поляроидов. Поляроид представляет собой *целлулоидную плёнку*, на поверхность которой наносится большое количество одинаково ориентированных кристаллов сульфата йодистого хинина.

В заключении отметим, что зависимость поглощения электромагнитных волн от поляризации проходящего через них электромагнитного излучения приводит к зависимости поглощения электромагнитных волн от их направления распространения. При этом меняется также и поглощение волн в кристалле в зависимости от длины волны. В результате этого наблюдается *эффект изменения окраски кристалла* в зависимости от направления распространения света в нём. Такое явление известно как *плеохроизм* (многоцветность). Плеохроизм присущ большей части двулучепреломляющих кристаллов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Совокупность свойств электромагнитных волн, следующих из системы уравнений Максвелла, составляет основу классической электродинамики. В истории физики классическая электродинамика имела большое значение для открытия и объяснения, хотя и неполного, как выяснилось по мере развития квантовой физики, многих оптических явлений, среди которых можно указать явление Фарадея, Зеемана, Керра, Коттона - Муттона, молекулярного рассеяния света и др .

В значительной степени такому успешному приложению своих подходов классическая электродинамика обязана трудам Лорентца, который ввёл в максвелловскую электродинамику атомистические представления. Благодаря этому используемые в классической электродинамике электрофизические параметры среды, к которым можно отнести её относительные диэлектрические и магнитные проницаемости, а также удельную проводимость, оказалось возможным не только истолковать, но и рассчитать их значения. В конце XIX начале XX века классическая электродинамика, электромагнитная теория света считалась венцом достижений теоретической физики. Идея А. Эйнштейна, явившегося создателем специальной теории относительности, о постоянстве скорости светового импульса в различных системах координат привела к современному пониманию уравнений Максвелла по словам известного американского физика Дж. Орира " как необходимого релятивистского следствия закона Кулона (их можно вывести из этого закона) ".

Невозможность объяснить с позиций классической электродинамики спектральные характеристики излучения нагретых тел, явление фотоэффекта привело к рождению, квантовой физики, объясняющей физические явления, происходящие в масштабах атома.

Необходимо отметить, что логика развития физики как науки состоит в том, что её новые идеи не отменяют, достижения и законы, полученные ранее. Так случилось и с квантовой физикой, развитие которой привело не к отмене понятий классической физики и электродинамики, а наоборот обогатило людей знанием границ применимости методов классической физики.

Знание свойств электромагнитных волн и оптических явлений широко используется при дальнейшем изучении таких важных разделов физики как, основы квантовой теории атома и элементы физики твёрдого тела. Особенности спектра теплового излучения нагретых тел, квантовая механика, вероятностное описание движения микрочастиц с помощью волновых функций, дуализм света, волновые свойства микрочастиц, закономерности спектров веществ, находящихся в возбуждённом состоянии, зонная теория твёрдых тел, работа лазера - далеко не полный перечень вопросов, понимание которых возможно только в результате изучения электромагнитных волн и оптики.

В завершении нельзя не отметить исключительной роли классической электродинамики и оптики в развитии индустрии современных информационных технологий. Успехи радиоэлектроники, оптоэлектроники, сферы телекоммуникаций, кибернетики, наук о компьютерах в их практическом применении в разнообразных сферах человеческой деятельности в наши дни и, безусловно, в будущем в ещё большей степени, является ярким свидетельством этого.

Литература, рекомендованная для углублённого изучения свойств электромагнитных волн и оптических явлений, рассмотренных в данном учебном пособии.

1. Д.В. Сивухин Общий курс физики, том III, Электричество, М., Наука, 1977.
2. Д.В. Сивухин Общий курс физики, том IV, Оптика, М., Наука, 1980.
3. И.В. Савельев Курс общей курс физики, том II, Электричество и магнетизм. Волны. Оптика, М., Наука, 1978.
4. Г.С. Горелик Колебания и волны, М.-Л., ГИТТЛ, 1950.
5. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс Фейнмановские лекции по физике, том 6, Электродинамика, М., Мир, 1966.
6. Дж. Орир Физика, том II, М., Мир, 1981.
7. М. Борн, Э. Вольф Основы оптики, М., Наука, 1971.
8. Г.С. Ландсберг Оптика, М, Наука, 1976.
9. А.Н. Матвеев Оптика, М., Высшая школа, 1985.

[предыдущая](#) | [наверх](#) | [следующая](#)